

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (không chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề thi gồm: 01 trang

Câu I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{43-x} = x-1$

2) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

Câu II (2,0 điểm)

Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-1)x + m + 4$ (tham số m)

- Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu III (2,0 điểm)

1) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 3m + 2 \\ 3x - 2y = 11 - m \end{cases} \quad (\text{tham số } m)$$

Tìm m để hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - y^2$ đạt giá trị lớn nhất.

2) Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 80 km với vận tốc dự định. Thực tế trên nửa quãng đường đầu ô tô đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định là 6 km/h. Trong nửa quãng đường còn lại ô tô đi với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự định là 12 km/h. Biết rằng ô tô đến B đúng thời gian đã định. Tìm vận tốc dự định của ô tô.

Câu IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AM , BN , CP của tam giác ABC cắt nhau tại H . Dựng hình bình hành $BHCD$.

- Chứng minh: Các tứ giác $APHN$, $ABDC$ là các tứ giác nội tiếp.
- Gọi E là giao điểm của AD và BN . Chứng minh: $AB.AH = AE.AC$
- Giả sử các điểm B và C cố định, A thay đổi sao cho tam giác ABC nhọn và $\angle BAC$ không đổi. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tứ giác $APHN$ có diện tích không đổi.

Câu V (1,0 điểm)

Cho $x; y$ là hai số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh :Số báo
danh :

Chữ ký của giám thị 1 :Chữ ký của giám thị
2 :

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG	HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2014 – 2015 Môn thi: Toán (không chuyên)
---	---

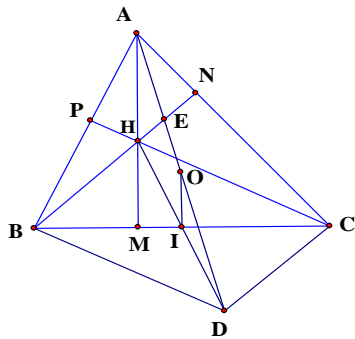
I) HƯỚNG DẪN CHUNG

- Thí sinh làm bài theo cách khác nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	Giải phương trình: $\sqrt{43-x} = x-1$	1,00
		$\sqrt{43-x} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 & (1) \\ 43-x = (x-1)^2 & (2) \end{cases}$	0,25
		(1) $\Leftrightarrow x \geq 1$	0,25
		(2) $\Leftrightarrow x^2 - x - 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -6 \end{cases}$	0,25
		Kết hợp nghiệm ta có $x = 7$ (thỏa mãn), $x = -6$ (loại) Vậy tập nghiệm phương trình đã cho là $S = \{7\}$	0,25
I	2	Rút gọn biểu thức: $A = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}} \quad (x \geq 0; x \neq 1)$	1,00

		$A = \frac{10\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$= \frac{10\sqrt{x} - (2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{10\sqrt{x} - (2x - 5\sqrt{x} + 3) - (x + 5\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} = \frac{-3x + 10\sqrt{x} - 7}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}-1)(7-3\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)} = \frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} \quad (\text{vì } x \geq 0; x \neq 1)$	0,25
II		Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m + 4$ (tham số m)	2,00
	1	Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .	1,00
		$m = 2$ ta có phương trình đường thẳng (d) là: $y = x + 6$	0,25
		Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 = x + 6$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
		* $x = -2 \Rightarrow y = 4$ * $x = 3 \Rightarrow y = 9$ Vậy $m = 2$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm $A(-2;4)$ và $B(3;9)$	0,25
II	2	Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.	1,00
		Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 = (m-1)x + m + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m - 4 = 0 \quad (*)$	0,25
		(d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu	0,25
		$\Leftrightarrow 1 \cdot (-m-4) < 0$	0,25
		$\Leftrightarrow m > -4$	0,25

III	1	Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 3m + 2 \\ 3x - 2y = 11 - m \end{cases}$ (tham số m)	1,00
		Giải hệ phương trình ta có $\begin{cases} x = m + 3 \\ y = 2m - 1 \end{cases}$	0,25
		$x^2 - y^2 = (m + 3)^2 - (2m - 1)^2 = -3m^2 + 10m + 8$ $= \frac{49}{3} - 3\left(m - \frac{5}{3}\right)^2$	0,25
		Do $\left(m - \frac{5}{3}\right)^2 \geq 0$ với mọi m ; dấu “=” xảy ra khi $m = \frac{5}{3}$	0,25
		$\Rightarrow x^2 - y^2 \leq \frac{49}{3}$, dấu “=” xảy ra khi $m = \frac{5}{3}$ hay $x^2 - y^2$ lớn nhất bằng $\frac{49}{3}$ khi $m = \frac{5}{3}$	0,25
III	2	Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h) ($x > 6$) Khi đó thời gian ô tô dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{80}{x}$ (h)	0,25
		Thời gian thực tế ô tô đi nửa quãng đường đầu là $\frac{40}{x-6}$ (h) Thời gian thực tế ô tô đi nửa quãng đường còn lại là $\frac{40}{x+12}$ (h)	0,25
		Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{40}{x-6} + \frac{40}{x+12} = \frac{80}{x}$	0,25
		Giải phương trình ta được $x = 24$ (thỏa mãn) Vậy vận tốc dự định của ô tô là 24 (km/h)	0,25
IV	1	Từ giả thiết ta có $\angle APH = 90^\circ$ và $\angle ANH = 90^\circ$ 	0,25
		\Rightarrow tứ giác APHN nội tiếp đường tròn (đường kính AH)	0,25
		Ta có : BD// CH (BDCH là hình bình hành) và CH \perp AB	

		$\Rightarrow BD \perp AB \Rightarrow \angle ABD = 90^\circ$ Tương tự có $\angle ACD = 90^\circ$ \Rightarrow tứ giác ABDC nội tiếp đường tròn (đường kính AD)	0,25
IV	2	Xét 2 tam giác ABE và ACH có :	0,25
		$\angle ABE = \angle ACH$ (cùng phụ với $\angle BAC$) (1)	
		$\angle BAE$ phụ với $\angle BDA$; $\angle BDA = \angle BCA$ (góc nt cùng chắn \overline{AB}) $\angle CAH$ phụ với $\angle BCA$ $\Rightarrow \angle BAE = \angle CAH$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra 2 tam giác ABE, ACH đồng dạng	0,25
		$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow AB.AH = AC.AE$	0,25
IV	3	Gọi I là trung điểm BC \Rightarrow I cố định (Do B và C cố định)	0,25
		Gọi O là trung điểm AD \Rightarrow O cố định (Do $\angle BAC$ không đổi, B và C cố định, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC) \Rightarrow độ dài OI không đổi	0,25
		ABDC là hình bình hành \Rightarrow I là trung điểm HD $\Rightarrow OI = \frac{1}{2}AH$ (OI là đường trung bình tam giác ADH) \Rightarrow độ dài AH không đổi	0,25
		Vì AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác APHN, độ dài AH không đổi \Rightarrow độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác APHN không đổi \Rightarrow đường tròn ngoại tiếp tứ giác APHN có diện tích không đổi.	0,25
V		Ta có: $S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}$ $= 1 + \frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{xy} + 2$	0,25
		$= 3 + \left(\frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{2xy} \right) + \frac{x^2+y^2}{2xy}$	0,25
		Do x; y là các số dương suy ra	
		$\frac{2xy}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{2xy} \geq 2\sqrt{\frac{2xy}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+y^2}{2xy}} = 2$;	

	$\begin{aligned} \text{«} = \text{»} &\Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 = 4x^2y^2 \Leftrightarrow (x^2 - y^2)^2 = 0 \\ x^2 &= y^2 \Leftrightarrow x = y (x, y > 0) \\ x^2 + y^2 &\geq 2xy \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{2xy} \geq 1 ; \text{«} = \text{»} \Leftrightarrow x = y \end{aligned}$	0,25
	<p>Cộng các bất ta được $S \geq 6$</p> <p>$S = 6 \Leftrightarrow x = y$. Vậy Min $S = 6$ khi và chỉ khi $x = y$</p>	0,25