

REPUBLICA ARGENTINA
ESCUELA NAVAL MILITAR

División Materias Básicas



ANALISIS MATEMATICO

SEGUNDO CURSO

PRIMERA EDICION



RIO SANTIAGO

1952

INDICE

Capítulo I — Coordenadas cartesianas en el espacio.	Pág.
0- Objeto del Capítulo I	1-1
1- Triedro de referencia	1-3
2- Coordenadas de un punto en el espacio	1-3
3- Distancia entre dos puntos	1-5
4- División de un segmento de recta en una razón dada ...	1-6
5- Proyecciones	1-6
6- Teorema: Proyección de un segmento	1-7
7- Proyección de un área plana	1-8
8- Proyección sobre un eje	1-9
9- Definición: Angulo de rectas alabeadas	1-10
10- Cosenos directores	1-11
11- Números proporcionales a los cosenos directores	1-12
12- Angulo de dos rectas	1-13
13- Paralelismo y perpendicularidad	1-14
14- Cambio de ejes: a) traslación. b) rotación	1-15
15- Coordenadas esféricas (o polares)	1-17
16- Coordenadas cilíndricas	1-18
Ejercicios	1-19
Cuestionario	1-20
 Capítulo II — Curvas y Superficies.	
0- Objeto del capítulo II	2-1
a) El Plano	
1- Ecuación del plano	2-3
2- Ecuación general de primer grado	2-4
3- Casos particulares de la ecuación del plano	2-4
4- Forma hessiana	2-6
5- Planos que pasan por un punto	2-7
6- Angulo de dos planos	2-7
7- Planos perpendiculares	2-8
8- Intersección de dos planos	2-10
b) La recta.	
9- Ecuaciones de la recta	2-11
10- Coeficientes directores	2-12
11- Recta determinada por dos puntos	2-13
c) Esfera y Elipsoide.	
12- La esfera	2-15
13- Casos particulares	2-15

	Pág.
14 - Ecuación general	2 - 16
15 - El elipsoide	2 - 16
16 - Ecuación implícita	2 - 18
17 - Ecuación general del elipsoide	2 - 19
18 - Rotación de ejes del elipsoide	2 - 21
d) Superficies cilíndricas y de revolución.	
19 - Superficies cilíndricas y de revolución	2 - 22
20 - Superficies de revolución	2 - 26
21 - Las cuádricas	2 - 33
e) Curvas alabeadas. Ecuaciones paramétricas.	
22 - Curvas alabeadas	2 - 36
23 - Ecuaciones paramétricas	2 - 37
24 - Hélice cilíndrica	2 - 40
25 - Sentido de enrollamiento de la hélice	2 - 43
26 - Aplicaciones	2 - 44
27 - Definición de movimiento elicoidal	2 - 44
28 - Distribución de las velocidades	2 - 45
29 - Movimiento helicoidal en coordenadas ortogonales.	2 - 47
Ejercicios	2 - 47
Cuestionario	2 - 48
Capítulo III - Funciones de dos variables.	
0 - Objeto del Capítulo III	3 - 1
a) Funciones de dos variables.	
1 - Funciones de dos variables: Generalidades	3 - 3
2 - Continuidad	3 - 4
3 - Representación cartesiana	3 - 4
4 - Incrementos	3 - 6
5 - Derivadas parciales	3 - 6
6 - Interpretación geométrica	3 - 7
b) Plano tangente y recta normal a una superficie.	
7 - Plano tangente: Definición y ecuación	3 - 8
8 - Recta normal a una superficie	3 - 11
c) Diferenciación.	
9 - Diferencial total	3 - 13
10 - Incremento total	3 - 13
11 - Función compuesta	3 - 14
12 - Derivada de la función compuesta	3 - 15
13 - Función implícita de una variable	3 - 16
14 - Derivada de la función implícita	3 - 17
15 - Función implícita de dos variables independientes	3 - 19
16 - Derivadas parciales de una función implícita de dos variables independientes	3 - 19

d) Aplicaciones de las derivadas parciales.

	Pág.
17 - Aproximación y error	3-21
18 - Gases ideales	3-25
19 - Calor específico	3-27
20 - Derivadas parciales sucesivas	3-28
Ejercicios	3-30
Cuestionario	3-31

Capítulo IV - Métodos de Integración.

0 - Objeto del Capítulo IV	4-1
1 - Métodos de integración	4-3
2 - Integración por sustitución	4-3
3 - Integrales que contienen: $ax^2 + bx + c$	4-5
4 - Descomposición	4-6
5 - Integración por partes	4-9
c) Integrales de expresiones trigonométricas.	
6 - Integrales del tipo: $\int \sin^m x \cos^n x dx$	4-11
7 - Potencias pares de senos y cosenos	4-13
8 - Substituciones trigonométricas	4-14

d) Integración de funciones racionales.

9 - Funciones racionales	4-17
10 - Descomposición de fracciones racionales	4-21
11 - Aplicaciones al cálculo integral de la descomposición en fracciones racionales	4-26
12 - Diferencial total exacta	4-28
13 - Condición de simetría α) Condición necesaria	4-29
β) Condición suficiente	4-30
14 - Integración	4-32
15 - Caso de tres variables	4-33
Aplicaciones	4-34
Ejercicios	4-39
Cuestionario	4-41

Capítulo V - Integral definida.

0 - Objeto del Capítulo V	5-1
a) La integral definida	
1 - Definición de integral	5-3
2 - Definición de área	5-4
3 - Cálculo de la integral	5-5
4 - Propiedades	5-6
5 - Teorema del valor medio	5-7

d) Aplicaciones de las derivadas parciales.

	Pág.
17 - Aproximación y error	3-21
18 - Gases ideales	3-25
19 - Calor específico	3-27
20 - Derivadas parciales sucesivas	3-28
Ejercicios	3-30
Cuestionario	3-31

Capítulo IV - Métodos de Integración.

0 - Objeto del Capítulo IV	4-1
1 - Métodos de integración	4-3
2 - Integración por sustitución	4-3
3 - Integrales que contienen: $ax^2 + bx + c$	4-5
4 - Descomposición	4-6
5 - Integración por partes	4-9

c) Integrales de expresiones trigonométricas.

6 - Integrales del tipo: $\int \sin^m x \cos^n x dx$	4-11
7 - Potencias pares de senos y cosenos	4-13
8 - Substituciones trigonométricas	4-14

d) Integración de funciones racionales.

9 - Funciones racionales	4-17
10 - Descomposición de fracciones racionales	4-21
11 - Aplicaciones al cálculo integral de la descomposición en fracciones racionales	4-26
12 - Diferencial total exacta	4-28
13 - Condición de simetría α) Condición necesaria	4-29
β) Condición suficiente	4-30
14 - Integración	4-32
15 - Caso de tres variables ..	4-33
Aplicaciones	4-34
Ejercicios	4-39
Cuestionario	4-41

Capítulo V - Integral definida.

0 - Objeto del Capítulo V	5-1
---------------------------------	-----

a) La integral definida

1 - Definición de integral	5-3
2 - Definición de área	5-4
3 - Cálculo de la integral	5-5
4 - Propiedades	5-6
5 - Teorema del valor medio	5-7

	<u>Pág.</u>
b) Cálculo de la integral definida	
6 - 1º) Teorema fundamental del cálculo integral.....	5 - 9
2º) Fórmula fundamental	5 - 10
3º) Teorema del valor medio del cálculo diferencial.....	5 - 10
7 - Cambio de variable.....	5 - 12
c) Valores medio y eficaz. Aplicaciones.	
8 - Valor medio de una función	5 - 13
9 - Teorema de Darboux	5 - 15
10 - Valor eficaz.....	5 - 16
d) Aplicaciones eléctricas y mecánicas	
11 - Aplicaciones eléctricas.....	5 - 18
12 - Aplicaciones mecánicas	5 - 20
e) Integrales generalizadas.	
13 - Integrales convergentes	5 - 24
14 - Integrando infinito.	5 - 27
Cuestionario.....	5 - 29
Capítulo VI - Aplicaciones de la integral definida.	
0 - Objeto del Capítulo VI	6 - 1
a) Cálculo de áreas.	
1 - Areas en coordenadas cartesianas.....	6 - 3
2 - Area limitada por dos curvas	6 - 5
3 - Area en coordenadas polares	6 - 9
b) Cálculo de volúmenes.	
4 - Volumen de un sólido de revolución.	6 - 11
5 - Volumen por secciones	6 - 14
6 - Aplicaciones geométricas y físicas	6 - 15
c) Longitud de un arco de curva.	
7 - 1º) Longitud de un arco	6 - 22
2º) La diferencial de arco	6 - 25
3º) Forma paramétrica.....	6 - 26
d) Trabajo de una fuerza.	
8 - 1º) Fuerza constante	6 - 27
2º) Fuerza variable	6 - 28
3º) Representación geométrica	6 - 29
9 - Trabajo de un ciclo	6 - 29
1º) Trabajo de expansión de un gas	6 - 31
2º) Expansión isoterma	6 - 32
3º) Expansión isobárica.....	6 - 33
4º) Expansión adiabática.....	6 - 33
5º) Gases ideales.....	5 - 33

e) Integrales dobles.	Pág.
10- 1º) Definición analítica	6-34
2º) Volumen	6-35
11- Cálculo en coordenadas cartesianas	6-36
Ejercicios	6-40
Cuestionario	6-41
Capítulo VII - Integración aproximada.	
0- Objeto del Capítulo VII	7-1
a) Integración numérica.	
1- Integración numérica	7-3
2- Método de los rectángulos	7-3
3- Método de los trapecios	7-6
4- Área del sector parabólico	7-7
5- Fórmula de Simpson	7-9
b) Integración y derivación gráfica.	
6- Integración gráfica	7-12
Dominio cerrado	7-14
7- Derivación gráfica	7-15
8- Aplicaciones	7-17
Ejercicios	7-19
Cuestionario	7-21
Capítulo VIII - Integral curvilínea.	
0- Objeto del Capítulo VIII	8-1
a) Integral curvilínea	
1- Integral curvilínea parcial. Definición analítica	8-3
2- Cálculo de la integral curvilínea	8-4
3- Interpretación geométrica	8-5
4- Integral curvilínea general o completa	8-6
b) Integrales curvilíneas de diferenciales exactas.	
5- Integración sobre un contorno cerrado	8-11
6- Integrales curvilíneas de diferenciales exactas	8-12
7- Integral curvilínea de una diferencial total exacta a lo largo de un contorno cerrado	8-14
8- Integrales curvilíneas en el espacio	8-15
c) Aplicaciones de la integral curvilínea.	
9- Trabajo en un desplazamiento curvilíneo	8-18
10- Función potencial	8-21
11- Empuje de un líquido sobre un mamparo vertical	8-22
12- Aplicaciones a la termodinámica	8-25
Ejercicios	8-28
Cuestionario	8-29

Capítulo IX - Ecuaciones Diferenciales

Pág.

0- Objeto del Capítulo IX	9-1
a) Ecuaciones diferenciales.	
1- Concepto de ecuación diferencial. Ecuaciones de primer orden. Solución general y particular	9-5
2- Condiciones iniciales. Determinación de la constante ...	9-5
3- Tipos elementales. Ecuaciones con variables separables.	9-6
b) Ecuación diferencial lineal de primer orden.	
4- Ecuación homogénea	9-10
5- Ecuación con segundo miembro	9-10
c) Aplicaciones a la física.	
6- Ecuación del circuito eléctrico	9-13
d) Ecuación diferencial total.	
7- Ecuación diferencial total	9-17
8- Factor integrante	9-18
9- Determinación del factor integrante	9-19
10- Formación de ecuaciones diferenciales	9-23
11- Trayectorias ortogonales	9-23
Ejercicios	9-26
Cuestionario	9-28

Capítulo X - Ecuaciones diferenciales de segundo orden.

0- Objeto del capítulo X	10-1
a) Ecuación diferencial de segundo orden.	
1- Generalidades	10-3
2- Tipos elementales	10-4
3- Condiciones iniciales	10-7
4- Aplicaciones a la mecánica	10-8
b) Ecuaciones lineales con coeficientes constantes.	
5- Ecuación homogénea (incompleta)	10-9
6- Ecuación homogénea (propiedades)	10-9
7- Resolución de la ecuación homogénea	10-10
c) Ecuaciones lineales con segundo miembro o completas.	
8- Ecuaciones lineales no homogéneas	10-14
9- Determinación de la solución particular	10-14
d) Aplicaciones a la mecánica y a la electricidad.	
10- Movimiento de un punto	10-18
11- Repulsión	10-19

	Pág.
12 - Caso general.....	10 - 20
13 - Ecuación del péndulo.....	10 - 21
14 - Ecuación del galvanómetro.....	10 - 21
15 - Descarga de un condensador	10 - 22
16 - Movimiento vibratorio perturbado por una fuerza periódica.....	10 - 22
Cuestionario.....	10 - 24
 Capítulo XI. Sistemas de ecuaciones diferenciales.	
0 - Objeto del Capítulo XI.....	11 - 1
a) Ecuaciones diferenciales simultáneas.	
1 - Los sistemas de primer y segundo orden α) Sistema de ecuaciones de primer orden.....	11 - 3
2 - β) Sistema de ecuaciones de segundo orden.....	11 - 6
3 - γ) Ecuaciones independientes	11 - 7
4 - Interpretación geométrica.....	11 - 7
5 - Interpretación mecánica: líneas de fuerza.....	11 - 8
b) Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales.	
6 - Las ecuaciones diferenciales de la mecánica.....	11 - 10
7 - Las ecuaciones diferenciales del tiro en el vacío.....	11 - 13
c) Sistemas normales - Integrales primeras.	
8 - Sistema normal de ecuaciones diferenciales - Integrales primeras de un sistema diferencial.....	11 - 16
9 - Empleo de las integrales primeras.....	11 - 17
10 - Ecuaciones simultáneas de cualquier orden	11 - 19
11 - Movimiento gravitatorio.....	11 - 21
Cuestionario.....	11 - 27
 Capítulo XII - Series.	
0 - Objeto del Capítulo XII	12 - 1
a) Series numéricas.	
1 - Series numéricas.....	12 - 3
2 - Representación geométrica.....	12 - 4
3 - Resto	12 - 5
4 - Condición de convergencia	12 - 6
5 - Sumación de series.....	12 - 6
b) Criterios de convergencia.	
6 - Series de términos positivos.....	12 - 7
7 - Criterio de comparación	12 - 8
8 - Criterio del cociente	12 - 9
c) Series alternadas.	
9 - Serie alternada	12 - 12
10 - Límite del error.....	12 - 13
11 - Convergencia absoluta.....	12 - 41

d) Series de potencias.	Pág.
12 - Generalidades. Intervalo de convergencia	12 - 16
13 - Radio de convergencia.	12 - 16
14 - Funciones definidas por series	12 - 18
15 - Derivación e integración	12 - 19
e) Desarrollo en series de potencia.	
16 - Serie de Mac-Laurin	12 - 21
17 - Desarrollo de e^x	12 - 22
18 - Desarrollo de $\sin x$	12 - 22
19 - Error	12 - 22
20 - Desarrollo de $\cos x$	12 - 23
21 - Serie binómica	12 - 23
22 - Serie de Taylor	12 - 25
f) Forma exponencial de un complejo.	
23 - Fórmula de Euler	12 - 26
24 - Forma exponencial	12 - 27
25 - Operaciones	12 - 27
Ejercicios	12 - 28
Cuestionario	12 - 29

Capítulo XIII - Series de Fourier.

0 - Objeto del Capítulo XIII	13 - 1
1 - Series trigonométricas	13 - 3
2 - Desarrollo en serie de Fourier	13 - 3
3 - Polinomio trigonométrico	13 - 5
4 - Funciones de período $T = \frac{2\pi}{\omega}$	13 - 7
5 - Análisis armónico	13 - 9
6 - Cálculo de los coeficientes de Fourier	13 - 10
7 - Fórmulas de Euler (coeficientes de Fourier)	13 - 12
8 - Funciones pares e impares: su desarrollo en serie de Fourier	13 - 15
9 - Series en un intervalo	13 - 19
10 - Cambio de intervalo	13 - 20
Ejercicios	13 - 22
Cuestionario	13 - 24

Capítulo XIV - Cálculo Vectorial.

0 - Objeto del Capítulo XIV	14 - 1
a) Álgebra vectorial.	
1 - Cálculo vectorial	14 - 3
2 - Vectores libres	14 - 3
3 - Igualdad	14 - 4