

## CHUYÊN ĐỀ: DAO ĐỘNG CƠ LUYỆN THI ĐH-CĐ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### I/ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

##### 1. Dao động điều hòa

- + Dao động điều hòa là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) của thời gian.
- + Phương trình dao động:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ .
- + Điểm P dao động điều hòa trên một đoạn thẳng luôn có thể được coi là hình chiếu của một điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn có đường kính là đoạn thẳng đó.

##### 2. Các đại lượng đặc trưng của dao động điều hoà: Trong phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì:

Các đại lượng đặc trưng	Ý nghĩa	Đơn vị
A	biên độ dao động; $x_{\max} = A > 0$	m, cm, mm
$(\omega t + \varphi)$	pha của dao động tại thời điểm t (s)	Rad; hay độ
$\varphi$	pha ban đầu của dao động,	rad
$\omega$	tần số góc của dao động điều hòa	rad/s.
T	Chu kì T của dao động điều hòa là khoảng thời gian để thực hiện một dao động toàn phần : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{t}{N}$	s ( giây)
f	Tần số f của dao động điều hòa là số dao động toàn phần thực hiện được trong một giây . $f = \frac{1}{T}$	Hz ( Héc) hay 1/s
Liên hệ giữa $\omega$ , T và f:	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ;	

Biên độ A và pha ban đầu  $\varphi$  phụ thuộc vào cách kích thích ban đầu làm cho hệ dao động,

Tần số góc  $\omega$  (chu kì T, tần số f) chỉ phụ thuộc vào cấu tạo của hệ dao động.

##### 3. Mối liên hệ giữa li độ , vận tốc và gia tốc của vật dao động điều hoà:

Đại lượng	Biểu thức	So sánh, liên hệ
Li độ	$x = A\cos(\omega t + \varphi)$ : là nghiệm của phương trình : $x'' + \omega^2 x = 0$ là phương trình động lực học của dao động điều hòa. $x_{\max} = A$	Li độ của vật dao động điều hòa biến thiên điều hòa cùng tần số nhưng trễ pha hơn $\frac{\pi}{2}$ so với vận tốc.
Vận tốc	$v = x' = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$ -Vị trí biên ( $x = \pm A$ ), $v = 0$ . -Vị trí cân bằng ( $x = 0$ ), $ v  = v_{\max} = \omega A$ .	-Vận tốc của vật dao động điều hòa biến thiên điều hòa cùng tần số nhưng sớm pha hơn $\frac{\pi}{2}$ so với li độ. - Khi vật đi từ vị trí biên về vị trí cân bằng thì vận tốc có độ lớn tăng dần, khi vật đi từ vị trí cân bằng về biên thì vận tốc có độ lớn giảm dần.
Gia tốc	$a = v' = x'' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$ $a = -\omega^2 x$ . Véc tơ gia tốc của vật dao động điều hòa luôn hướng về vị trí cân bằng, có độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ. - Ở biên ( $x = \pm A$ ), gia tốc có độ lớn cực đại: $a_{\max} = \omega^2 A$ . - Ở vị trí cân bằng ( $x = 0$ ), gia tốc bằng 0.	-Gia tốc của vật dao động điều hòa biến thiên điều hòa cùng tần số nhưng ngược pha với li độ x (sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với vận tốc v). -Khi vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên, $\vec{a}$ ngược chiều với $\vec{v}$ ( vật chuyển động chậm dần) -Khi vật đi từ vị trí biên đến vị trí cân bằng, $\vec{a}$ cùng chiều với $\vec{v}$ ( vật chuyển động nhanh dần).
Lực kéo về	$F = ma = -kx$ Lực tác dụng lên vật dao động điều hòa :luôn hướng về vị trí cân bằng, gọi là lực kéo về (hồi phục). $F_{\max} = kA$	- Chuyển động nhanh dần : $a.v > 0$ , $\vec{F} \uparrow \vec{v}$ ; - Chuyển động chậm dần $a.v < 0$ , $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{v}$ ( $\vec{F}$ là hợp lực tác dụng lên vật)

**4. Hệ thức độc lập đối với thời gian :**

+Giữa tọa độ và vận tốc:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x = \pm \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} & A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} & v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} & \omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} \\ \hline \end{array}$$

+Giữa gia tốc và vận tốc:

$$\frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{a^2}{\omega^4 A^2} = 1 \quad \text{Hay} \quad A^2 = \frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4} \Leftrightarrow v^2 = \omega^2 A^2 - \frac{a^2}{\omega^2} \Leftrightarrow a^2 = \omega^4 A^2 - \omega^2 v^2$$

**III/ CON LẮC LÒ XO:****1. Mô tả:** Con lắc lò xo gồm một lò xo có độ cứng k, khối lượng không đáng kể, một đầu gắn cố định, đầu kia gắn với vật nặng khối lượng m được đặt theo phương ngang hoặc treo thẳng đứng.**2. Phương trình dao động:**  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ; với:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ;**3. Chu kỳ, tần số của con lắc lò xo:**  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ; **tần số:**  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ .**4. Năng lượng của con lắc lò xo:**

+ Động năng:  $W_d = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = W \sin^2(\omega t + \varphi)$

+ Thế năng:  $W_t = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = W \cos^2(\omega t + \varphi)$

+ Cơ năng:  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{hằng số.}$

Động năng, thế năng của vật dao động điều hòa biến thiên tuần hoàn với tần số góc  $\omega' = 2\omega$ , tần số  $f' = 2f$ , chu kỳ  $T' = \frac{T}{2}$ .

**5. Quan hệ giữa động năng và thế năng:** Khi  $W_d = n W_t \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pm A}{\sqrt{n+1}} \\ v = \pm \omega A \sqrt{\frac{n}{n+1}} \end{cases}$

**Một số giá trị đặc biệt của x, v, a, Wt và Wd như sau:**

Ly độ x	-A	$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{A}{2}$	0	$\frac{A}{2}$	$\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$\frac{A\sqrt{3}}{2}$	A
Vận tốc /v/	0	$\frac{1}{2} \omega A$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \omega A$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \omega A$	$\omega A$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \omega A$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \omega A$	$\frac{1}{2} \omega A$	0
Thế năng Wt	$\frac{1}{2} k A^2$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{k A^2}{2}$
Động năng Wd	0	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} k A^2 \cdot \frac{1}{4}$	0
So sánh: Wt và Wd	Wtmax	Wt=3Wd	Wt=Wd	Wd=3Wt	Wdmax	Wd=3Wt	Wt=Wd	Wt=3Wd	Wtmax

**III/ CON LẮC ĐƠN:**

**1. Mô tả:** Con lắc đơn gồm một vật nặng treo vào sợi dây không giãn, vật nặng kích thước không đáng kể so với chiều dài sợi dây, sợi dây khối lượng không đáng kể so với khối lượng của vật nặng.

**2. Tần số góc:**  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ; **+Chu kỳ:**  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ; **+Tần số:**  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và  $\alpha_0 \ll 1$  rad hay  $S_0 \ll l$

**3. Lực hồi phục**  $F = -mg \sin \alpha = -mg \alpha = -mg \frac{s}{l} = -m\omega^2 s$

**Lưu ý:** + Với con lắc đơn lực hồi phục tỉ lệ thuận với khối lượng.

+ Với con lắc lò xo lực hồi phục không phụ thuộc vào khối lượng.

**4. Phương trình dao động: (khi  $\alpha \leq 10^\circ$ ):**

$$s = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ hoặc } \alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ với } s = \alpha l, S_0 = \alpha_0 l$$

$$\Rightarrow v = s' = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega l \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow a = v' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 l \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$$

**Lưu ý:**  $S_0$  đóng vai trò như A còn  $s$  đóng vai trò như  $x$

**5. Hệ thức độc lập:**

$$* a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$$

$$* S_0^2 = s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

$$* \alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2 l^2} = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$$

**6. Năng lượng của con lắc đơn :**

+ Động năng :  $W_d = \frac{1}{2} mv^2$ .

+ Thế năng:  $W_t = mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} mgl \alpha^2$  ( $\alpha \leq 10^\circ$ ,  $\alpha$  (rad)).

+ Cơ năng:  $W = W_t + W_d = mgl(1 - \cos \alpha_0) = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2$ .

+ Cơ năng của con lắc đơn được bảo toàn nếu bỏ qua ma sát.

+ Cơ năng ( $\alpha \leq 10^\circ$ ,  $\alpha$  (rad)):  $W = \frac{1}{2} m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{l} S_0^2 = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 l^2 \alpha_0^2$

**+ Tỉ lệ giữa  $W_t$  và  $W_d \Rightarrow$  tìm li độ của vật (hoặc góc lệch so với phương thẳng đứng), vận tốc tại vị trí đó, thời điểm vật có điều kiện như trên:**

Giả sử  $W_d = n \cdot W_t$  Tìm li độ (hoặc góc lệch) : Do  $W = W_t + W_d \Rightarrow W = n \cdot W_t + W_t = (n+1)W_t$

$$\Rightarrow \frac{m\omega^2 s_o^2}{2} = (n+1) \frac{m\omega^2 s^2}{2} \Rightarrow s = \pm \sqrt{\frac{1}{n+1}} s_o \text{ hay } \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{n+1}} \alpha_o$$

Vận tốc : từ  $W = W_t + W_d = \frac{1}{n} W_d + W_d = \left(\frac{n+1}{n}\right) W_d \Rightarrow W_d = \frac{n}{n+1} W$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{n}{n+1} W \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{2nW}{(n+1)m}}$$

hoặc dùng phương trình độc lập với thời gian  $s_o^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{s_o^2 - s^2}$

Tìm thời điểm vật có tính chất như trên: lập phương trình dao động, thay li độ hoặc vận tốc đã tính ở trên vào  $\Rightarrow t$

**7. Tại cùng một nơi con lắc đơn chiều dài  $l_1$  có chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn chiều dài  $l_2$  có chu kỳ  $T_2$ , thì:**

+ Con lắc đơn chiều dài  $l_1 + l_2$  có chu kỳ là:  $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

+Con lắc đơn chiều dài  $l_1 - l_2 (l_1 > l_2)$  có chu kỳ là:  $T^2 = T_1^2 - T_2^2$

### 8. Khi con lắc đơn dao động với $\alpha_0$ bất kỳ.

a/ Cơ năng:  $W = mgl(1 - \cos\alpha_0)$

b/Vận tốc:  $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

c/Lực căng của sợi dây:  $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

**Lưu ý:** - Các công thức này áp dụng đúng cho cả khi  $\alpha_0$  có giá trị lớn

- Khi con lắc đơn dao động điều hoà ( $\alpha_0 \ll 1\text{rad}$ ) thì:

$$W = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2; v^2 = gl(\alpha_0^2 - \alpha^2) \quad (\text{đã có ở trên})$$

$$T_c = mg(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2)$$

### 9. Con lắc đơn có chu kỳ đúng $T$ ở độ cao $h_1$ , nhiệt độ $t_1$ . Khi đưa tới độ cao $h_2$ , nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta h}{R} + \frac{\alpha \Delta t}{2}$$

Với  $R = 6400\text{km}$  là bán kính Trái Đất, còn  $\alpha$  là hệ số nở dài của thanh con lắc.

### 10. Con lắc đơn có chu kỳ đúng $T$ ở độ sâu $d_1$ , nhiệt độ $t_1$ . Khi đưa tới độ sâu $d_2$ , nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta d}{2R} + \frac{\alpha \Delta t}{2}$$

Lưu ý: \* Nếu  $\Delta T > 0$  thì đồng hồ chạy chậm (đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn)

\* Nếu  $\Delta T < 0$  thì đồng hồ chạy nhanh

\* Nếu  $\Delta T = 0$  thì đồng hồ chạy đúng

\* Thời gian chạy sai mỗi ngày ( $24\text{h} = 86400\text{s}$ ):  $\theta = \frac{|\Delta T|}{T} 86400(\text{s})$

### 11. Khi con lắc đơn chịu thêm tác dụng của lực phụ khác không đổi ngoài trọng lực:

Nếu ngoài trọng lực ra, con lắc đơn còn chịu thêm một lực  $\vec{F}$  không đổi khác (lực điện trường, lực quán tính, lực đẩy Ácsimet, ...), thì trọng lực biểu kiến tác dụng lên vật sẽ là:  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$ , gia tốc rơi tự do biểu kiến là:  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ . Khi đó chu kỳ dao động của con lắc đơn là:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ .

Lực phụ không đổi thường là:

a/ **Lực quán tính:**  $\vec{F} = -m\vec{a}$ , độ lớn  $F = ma$  ( $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}$ )

**Lưu ý:** + Chuyển động nhanh dần đều  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$  ( $\vec{v}$  có hướng chuyển động)

+ Chuyển động chậm dần đều  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$

b/ **Lực điện trường:**  $\vec{F} = q\vec{E}$ , độ lớn  $F = |q|E$  (Nếu  $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}$ ; còn nếu  $q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E}$ )

c/ **Lực đẩy Ácsimet:**  $F_A = DVg$  ( $\vec{F}$  luôn thẳng đứng hướng lên)

Trong đó:  $D$  là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí.

$g$  là gia tốc rơi tự do.

$V$  là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.

Khi đó:  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  gọi là trọng lực hiệu dụng hay trọng lực biểu kiến (có vai trò như trọng lực  $\vec{P}$ )

$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$  gọi là gia tốc trọng trường hiệu dụng hay gia tốc trọng trường biểu kiến.

Chu kỳ dao động của con lắc đơn khi đó:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

### d/ Các trường hợp đặc biệt:

\*  $\vec{F}$  có phương ngang ( $\vec{F} \perp \vec{P}$ ):

+ Tại VTCB dây treo lệch với phương thẳng đứng một góc có:  $\tan \alpha = \frac{F}{P}$

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}$$

\*  $\vec{F}$  có phương thẳng đứng thì  $g' = g \pm \frac{F}{m}$

+ Nếu  $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{P} \Rightarrow g' = g + \frac{F}{m}$ ;

+ Nếu  $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m}$

\*  $(\vec{F}, \vec{P}) = \alpha \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 + 2\left(\frac{F}{m}\right)g\cos\alpha}$

**12. Ứng dụng:** Xác định gia tốc rơi tự do nhờ đo chu kì và chiều dài của con lắc đơn:  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ .

**13. Con lắc lò xo; con lắc đơn và Trái Đất; con lắc vật lý và Trái Đất là những hệ dao động.**

Dưới đây là bảng các đặc trưng chính của một số hệ dao động.

Hệ dao động	Con lắc lò xo	Con lắc đơn	Con lắc vật lý
Cấu trúc	Hòn bi (m) gắn vào lò xo (k).	Hòn bi (m) treo vào đầu sợi dây (l).	Vật rắn (m, I) quay quanh trục nằm ngang.
VTCB	- Con lắc lò xo ngang: lò xo không dẫn - Con lắc lò xo dọc: lò xo biến dạng $\Delta l = \frac{mg}{k}$	Dây treo thẳng đứng	QG (Q là trục quay, G là trọng tâm) thẳng đứng
Lực tác dụng	Lực đàn hồi của lò xo: $F = -kx$ $x$ là li độ dài	Trọng lực của hòn bi và lực căng của dây treo: $F = -m\frac{g}{l}s$ s: li độ cung	Mô men của trọng lực của vật rắn và lực của trục quay: $M = -mgdsin\alpha$ $\alpha$ là li giác
Phương trình động lực học của chuyển động	$x'' + \omega^2 x = 0$	$s'' + \omega^2 s = 0$	$\alpha'' + \omega^2 \alpha = 0$
Tần số góc	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$	$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$
Phương trình dao động.	$x = A\cos(\omega t + \varphi)$	$s = s_0\cos(\omega t + \varphi)$	$\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$
Cơ năng	$W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	$W = mgl(1 - \cos\alpha_0)$ $= \frac{1}{2}m\frac{g}{l}s_0^2$	

## **IV/ DAO ĐỘNG TẮT DẦN - DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC:**

### **1. Các định nghĩa:**

<b>Dao động</b>	Là chuyển động qua lại quanh 1 vị trí cân bằng
Tuần hoàn	Là dao động mà cứ sau những khoảng thời gian T như nhau vật trở lại vị trí cũ và chiều chuyển động như cũ
Điều hòa	Là dao động tuần hoàn mà phương trình có dạng cos ( hoặc sin) của thời gian nhân với 1 hằng số (A) $x = A\cos(\omega t + \varphi)$
Tự do (riêng)	Là dao động chỉ xảy ra với tác dụng của nội lực, mọi dao động tự do đều có $\omega$ xác định gọi là tần số (góc) riêng của hệ, $\omega$ chỉ phụ thuộc cấu tạo của hệ
Duy trì	Là dao động mà ta cung cấp năng lượng cho hệ bù lại phần năng lượng bị mất mát do ma sát mà không làm thay đổi chu kì riêng của nó <i>Dao động duy trì có chu kì bằng chu kì riêng của hệ và biên độ không đổi</i>
Tắt dần	+ Là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian, do có ma sát. Nguyên nhân làm tắt dần dao động là do lực ma sát và lực cản của môi trường làm tiêu hao cơ năng của con lắc,

	<p>chuyển hóa dần cơ năng thành nhiệt năng.</p> <p>+ Phương trình động lực học: <math>-kx \pm F_c = ma</math></p> <p><i>Dao động tắt dần không có chu kỳ xác định.</i></p> <p>+ Ứng dụng: các thiết bị đóng cửa tự động, các bộ phận giảm xóc của ô tô, xe máy, ...</p>
Cưỡng bức	<p>+ Là dao động dưới tác dụng của ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn.</p> <p>+ Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức: <math>f_{\text{cưỡng bức}} = f_{\text{ngoại lực}}</math></p> <p>+ Biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào biên độ của ngoại lực cưỡng bức, vào lực cản trong hệ và vào sự chênh lệch giữa tần số cưỡng bức <math>f</math> và tần số riêng <math>f_0</math> của hệ. Biên độ của lực cưỡng bức càng lớn, lực cản càng nhỏ và sự chênh lệch giữa <math>f</math> và <math>f_0</math> càng ít thì biên độ của dao động cưỡng bức càng lớn.</p> <p>+ Hiện tượng biên độ của dao động cưỡng bức tăng dần lên đến giá trị cực đại khi tần số <math>f</math> của lực cưỡng bức tiến đến bằng tần số riêng <math>f_0</math> của hệ dao động gọi là hiện tượng cộng hưởng.</p> <p>+ Điều kiện cộng hưởng <math>f = f_0</math></p> <p>Hay <math>\begin{cases} f = f_0 \\ T = T_0 \\ \omega = \omega_0 \end{cases}</math> làm <math>A \rightarrow A_{\text{Max}} \in</math> lực cản của môi trường</p> <p><math>A_{\text{max}}</math> phụ thuộc ma sát : ms nhỏ <math>\rightarrow A_{\text{max}}</math> lớn : cộng hưởng nhọn ms lớn <math>\rightarrow A_{\text{max}}</math> nhỏ : cộng hưởng tù</p> <p>+ Tầm quan trọng của hiện tượng cộng hưởng:</p> <p>- Tòa nhà, cầu, máy, khung xe, ... là những hệ dao động có tần số riêng. Không để cho chúng chịu tác dụng của các lực cưỡng bức, có tần số bằng tần số riêng để tránh cộng hưởng, dao động mạnh làm gãy, đổ.</p> <p>- Hộp đàn của đàn ghi ta, .. là những hộp cộng hưởng làm cho tiếng đàn nghe to, rõ.</p>

## 2. Các đại lượng trong dao động tắt dần :

- Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại:  $S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g}$ .
- Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4\mu g}{\omega^2}$ .
- Số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{A\omega^2}{4\mu mg}$ .
- Vận tốc cực đại của vật đạt được khi thả nhẹ cho vật dao động từ vị trí biên ban đầu A:  
$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{kA^2}{m} + \frac{m\mu^2 g^2}{k} - 2\mu gA}$$

## 3. Bảng tổng hợp :

	<b>DAO ĐỘNG TỰ DO DAO ĐỘNG DUY TRÌ</b>	<b>DAO ĐỘNG TẮT DẦN</b>	<b>DAO ĐỘNG CƯỖNG BỨC SỰ CỘNG HƯỞNG</b>
Lực tác dụng	Do tác dụng của nội lực tuần hoàn	Do tác dụng của lực cản ( do ma sát)	Do tác dụng của ngoại lực tuần hoàn
Biên độ A	Phụ thuộc điều kiện ban đầu	Giảm dần theo thời gian	Phụ thuộc biên độ của ngoại lực và hiệu số $(f_{cb} - f_0)$
Chu kì T (hoặc tần số f)	Chỉ phụ thuộc đặc tính riêng của hệ, không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài.	Không có chu kì hoặc tần số do không tuần hoàn	Bằng với chu kì ( hoặc tần số) của ngoại lực tác dụng lên hệ
Hiện tượng đặc biệt trong ĐĐ	Không có	Sẽ không dao động khi ma sát quá lớn	Sẽ xảy ra HT cộng hưởng (biên độ A đạt max) khi tần số $f_{cb} = f_0$
Ứng dụng	Chế tạo đồng hồ quả lắc. Đo gia tốc trọng trường của trái đất.	Chế tạo lò xo giảm xóc trong ô tô, xe máy	Chế tạo khung xe, bộ máy phải có tần số khác xa tần số của máy gắn vào nó. Chế tạo các loại nhạc cụ



## V/ TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG HÒA

**1. Giải đề Fresnel:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số và độ lệch pha không đổi

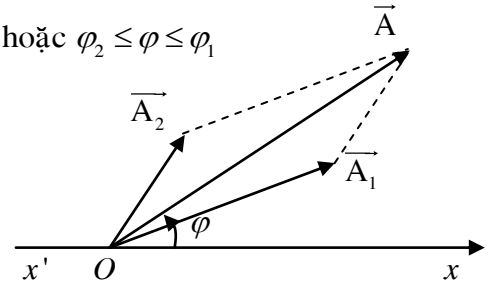
$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Dao động tổng hợp  $x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$  biên độ và pha :

**a. Biên độ:**  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$ ; điều kiện  $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp phụ thuộc vào biên độ và pha ban đầu của các dao động thành phần:

**b. Pha ban đầu  $\varphi$ :**  $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$ ; điều kiện  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$  hoặc  $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_1$

Chú ý:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hai dao động cùng pha } \Delta\varphi = k2\pi : A = A_1 + A_2 \\ \text{Hai dao động ngược pha } \Delta\varphi = (2k+1)\pi : A = |A_1 - A_2| \\ \text{Hai dao động vuông pha } \Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} : A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \\ \text{Hai dao động có độ lệch pha } \Delta\varphi = \text{const} : |A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2 \end{array} \right.$



## 2. Tổng hợp dao động nhờ số phức:

- Dao động điều hoà  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  có thể được biểu diễn bằng số phức dưới dạng:  $z = a + bi$

- Trong tọa độ cực:  $z = A(\sin \varphi + i \cos \varphi)$  (với môđun:  $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ ) hay  $Z = Ae^{j(\omega t + \varphi)}$ .

- Trong các máy tính CASIO fx- 570ES, ESPlus kí hiệu dưới dạng là:  $r \angle \theta$  (ta hiểu là:  $A \angle \varphi$ ).

**a. Tìm dao động tổng hợp xác định A và  $\varphi$  bằng cách dùng máy tính thực hiện phép cộng:**

**+Cộng các véc tơ:**  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Rightarrow$  **Cộng các số phức:**  $A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi$

**b. Tìm dao động thành phần( xác định  $A_1$  và  $\varphi_1$ ; ( xác định  $A_2$  và  $\varphi_2$  ) ) bằng cách dùng máy tính thực hiện phép trừ:**

**+Trừ các véc tơ:**  $\vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2$ ;  $\vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1$

**=>Trừ các số phức:**  $A \angle \varphi - A_2 \angle \varphi_2 = A_1 \angle \varphi_1$ ;  $A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 = A_2 \angle \varphi_2$

**c. Chọn chế độ thực hiện phép tính về số phức của máy tính: CASIO fx – 570ES, 570ES Plus**

Các bước Chọn chế độ	Nút lệnh	Ý nghĩa- Kết quả
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>1</b>	Màn hình xuất hiện <b>Math</b> .
Thực hiện phép tính về số phức	Bấm: <b>MODE</b> <b>2</b>	Màn hình xuất hiện <b>CMPLX</b>
Dạng tọa độ cực: $r \angle \theta$ (ta hiểu: $A \angle \varphi$ )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>▼</b> <b>3</b> <b>2</b>	Hiện thị số phức kiểu $r \angle \theta$
Chọn đơn vị đo góc là độ ( <b>D</b> )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>3</b>	Màn hình hiện thị chữ <b>D</b>
Chọn đơn vị đo góc là Rad ( <b>R</b> )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình hiện thị chữ <b>R</b>
Để nhập ký hiệu góc $\angle$	Bấm <b>SHIFT</b> <b>(-)</b> .	Màn hình hiện thị ký hiệu $\angle$

**d. Lưu ý:** Khi thực hiện phép tính kết quả được hiển thị dạng đại số:  $a + bi$  (hoặc dạng cực:  $A \angle \varphi$ ).

- Chuyển từ dạng:  $a + bi$  sang dạng:  $A \angle \varphi$ , bấm **SHIFT** **2** **3** **=**

**Ví dụ:** Nhập: **8** **SHIFT** **(-)** **(π:3)**  $\rightarrow$  Nếu hiển thị:  $4 + 4\sqrt{3}i$ . Ta bấm **SHIFT** **2** **3** **=** kết quả:  $8 \angle \frac{1}{3}\pi$

- Chuyển từ dạng  $A \angle \varphi$  sang dạng:  $a + bi$ : bấm **SHIFT** **2** **4** **=**

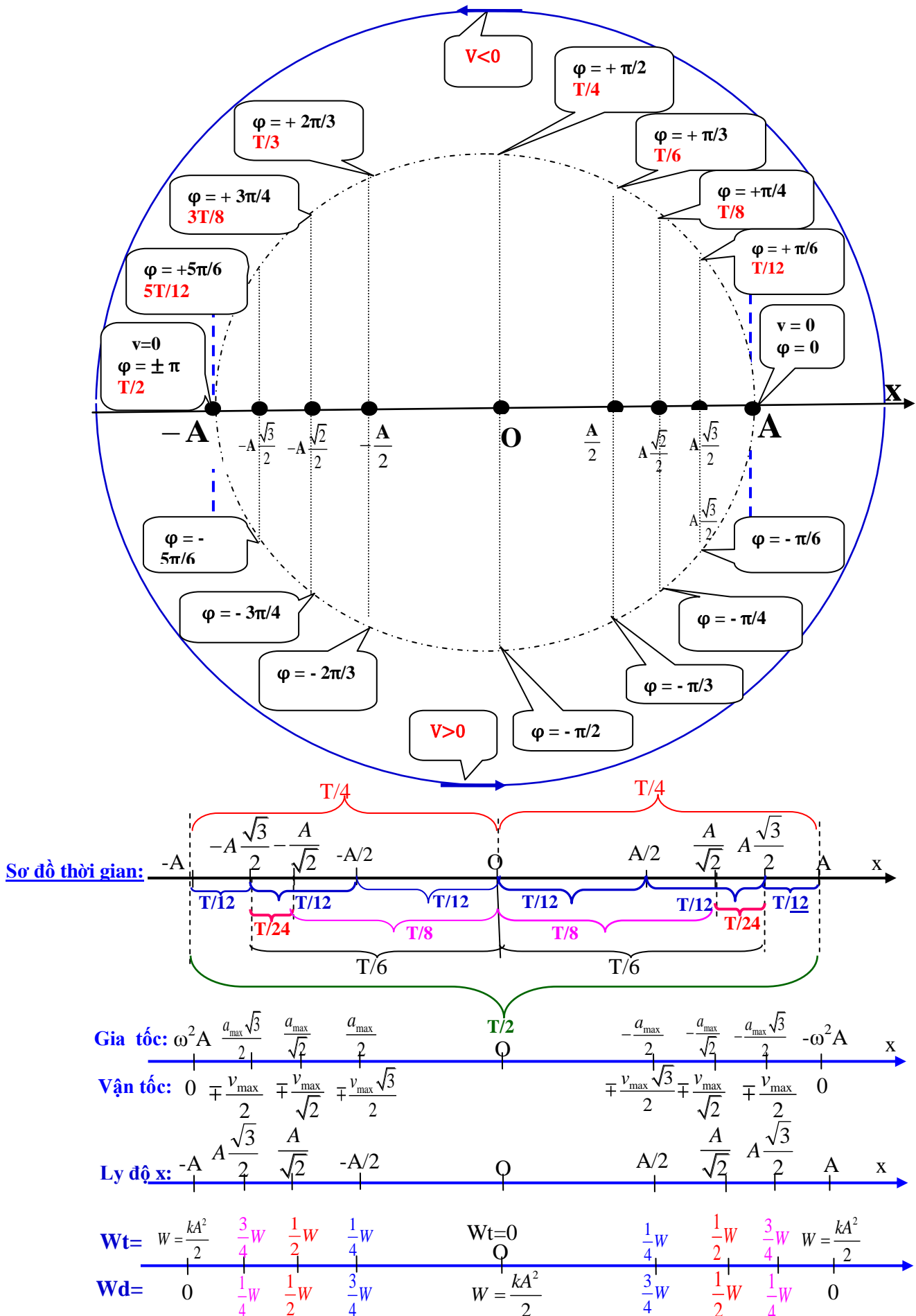
**Ví dụ:** Nhập: **8** **SHIFT** **(-)** **(π:3)**  $\rightarrow$  Nếu hiển thị:  $8 \angle \frac{1}{3}\pi$ , ta bấm **SHIFT** **2** **4** **=** kết quả:  $4 + 4\sqrt{3}i$

Bấm **SHIFT** **2** màn hình xuất hiện như hình bên  
Nếu bấm tiếp phím **3** **=** kết quả dạng cực ( $r \angle \theta$ )  
Nếu bấm tiếp phím **4** **=** kết quả dạng phức ( $a + bi$ )  
(đang thực hiện phép tính)



# VÒNG TRÒN LƯỢNG GIÁC- GÓC QUAY VÀ THỜI GIAN QUAY

Các góc quay và thời gian quay được tính từ gốc A





Với :  $x = A \cos \omega t$  : Một số giá trị đặc biệt của  $x, v, a, W_t$  và  $W_d$  như sau:

t	0	T/12	T/8	T/6	T/4	T/3	3T/8	5T/12	T/2
$\omega t = 2\pi t/T$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	$\pi$
$x = A \cos \omega t$	A	$\frac{A\sqrt{3}}{2}$	$\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$\frac{A}{2}$	0	$-\frac{A}{2}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$	-A
Vận tốc v	0	$-\frac{1}{2}\omega A$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega A$	$-\omega A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega A$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega A$	$-\frac{1}{2}\omega A$	0
Gia tốc $a = -\omega^2 x$	$-\omega^2 A$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 A$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 A$	$-\frac{1}{2}\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 A$	$\omega^2 A$
Thế năng $W_t$	$\frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{kA^2}{2}$
Động năng $W_d$	0	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	0
So sánh: $W_t$ và $W_d$	$W_{tmax}$	$W_t = 3W_d$	$W_t = W_d$	$W_d = 3W_t$	$W_{dmax}$	$W_d = 3W_t$	$W_t = W_d$	$W_t = 3W_d$	$W_{tmax}$

## B. CÁC CHỦ ĐỀ DAO ĐỘNG CƠ:

### CHỦ ĐỀ 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

**Dạng 1 – Nhận biết, xác định các đặc trưng của phương trình Dao động**

#### 1 – Kiến thức cần nhớ :

– Phương trình chuẩn :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$  ;  $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$

– Công thức liên hệ giữa chu kỳ và tần số :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

– Một số công thức lượng giác :  $\sin \alpha = \cos(\alpha - \pi/2)$ ;  $-\cos \alpha = \cos(\alpha + \pi)$ ;  $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$   
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$  .  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

#### 2 – Phương pháp :

**a – Xác định A,  $\varphi$ ,  $\omega$ ...**

**-Tìm  $\omega$** : Đề cho : T, f, k, m, g,  $\Delta l_0$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \text{ với } T = \frac{\Delta t}{N}, \text{ N – Tổng số dao động trong thời gian } \Delta t$$

Nếu là con lắc lò xo :

**Nằm ngang**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, (k : \text{N/m} ; m : \text{kg})$$

**Treo thẳng đứng**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}, \text{ khi cho } \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}.$$

$$\text{Đề cho } x, v, a, A : \omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{|a_{\max}|}{A}} = \frac{|v_{\max}|}{A}$$

**- Tìm A** : \*Đề cho : cho x ứng với v  $\Rightarrow A = \sqrt{x^2 + (\frac{v}{\omega})^2}$ .

- Nếu  $v = 0$  (buông nhẹ)  $\Rightarrow A = x$

- Nếu  $v = v_{\max} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow A = \frac{|v_{\max}|}{\omega}$

\* Đề cho :  $a_{\max}$   $\Rightarrow A = \frac{|a_{\max}|}{\omega^2}$  \* Đề cho : chiều dài quỹ đạo CD  $\Rightarrow A = \frac{CD}{2}$ .

\* Đề cho : lực  $F_{\max} = kA$ .  $\Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{k}$  . \* Đề cho :  $l_{\max}$  và  $l_{\min}$  của lò xo  $\Rightarrow A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$ .

\* Đề cho : W hoặc  $W_{d\max}$  hoặc  $W_{t\max}$   $\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$  . Với  $W = W_{d\max} = W_{t\max} = \frac{1}{2}kA^2$ .

\* Đề cho :  $l_{CB}, l_{\max}$  hoặc  $l_{CB}, l_{\min}$   $\Rightarrow A = l_{\max} - l_{CB}$  hoặc  $A = l_{CB} - l_{\min}$ .

- **Tìm  $\varphi$**  (thường lấy  $-\pi < \varphi \leq \pi$ ) : Dựa vào điều kiện ban đầu : Nếu  $t = 0$  :

-  $x = x_0, v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi = -\frac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

-  $v = v_0; a = a_0 \Rightarrow \begin{cases} a_0 = -A\omega^2 \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \omega \frac{v_0}{a_0} \Rightarrow \varphi = ?$

\* Nếu  $t = t_1$  :  $\begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$  hoặc  $\begin{cases} a_1 = -A\omega^2 \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

(Cách giải tổng quát:  $x_0 \neq 0; x_0 \neq A; v_0 \neq 0$  thì :  $\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0}$  )

– Đưa các phương trình về dạng chuẩn nhờ các công thức lượng giác.

– so sánh với phương trình chuẩn để suy ra :  $A, \varphi, \omega, \dots$

b – Suy ra cách kích thích dao động :

– Thay  $t = 0$  vào các phương trình  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 \\ v_0 \end{cases} \Rightarrow$  Cách kích thích dao động.

\***Lưu ý** : – Vật theo chiều dương thì  $v > 0 \rightarrow \sin \varphi < 0$ ; đi theo chiều âm thì  $v < 0 \rightarrow \sin \varphi > 0$ .

\***Các trường hợp đặc biệt** : Chọn gốc thời gian  $t = 0$ :  $x_0 = ? \quad v_0 = ?$

Vị trí vật lúc $t = 0 : x_0 = ?$	CD theo chiều trục tọa độ; dấu của $v_0$ ?	Pha ban đầu $\varphi$ ?	Vị trí vật lúc $t = 0 : x_0 = ?$	CD theo chiều trục tọa độ; dấu của $v_0$ ?	Pha ban đầu $\varphi$ ?
VTCB $x_0 = 0$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\pi/2$ .	$x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{4}$
VTCB $x_0 = 0$	Chiều âm : $v_0 < 0$	$\varphi = \pi/2$ .	$x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{3\pi}{4}$
biên dương $x_0 = A$	$v_0 = 0$	$\varphi = 0$	$x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$	Chiều âm : $v_0 < 0$	$\varphi = \frac{\pi}{4}$
biên âm $x_0 = -A$	$v_0 = 0$	$\varphi = \pi$ .	$x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$	Chiều âm : $v_0 > 0$	$\varphi = \frac{3\pi}{4}$
$x_0 = \frac{A}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{3}$	$x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{6}$
$x_0 = -\frac{A}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{2\pi}{3}$	$x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$	Chiều dương: $v_0 > 0$	$\varphi = -\frac{5\pi}{6}$
$x_0 = \frac{A}{2}$	Chiều âm : $v_0 < 0$	$\varphi = \frac{\pi}{3}$	$x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$	Chiều âm : $v_0 < 0$	$\varphi = \frac{\pi}{6}$
$x_0 = -\frac{A}{2}$	Chiều âm : $v_0 > 0$	$\varphi = \frac{2\pi}{3}$	$x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$	Chiều âm : $v_0 > 0$	$\varphi = \frac{5\pi}{6}$

### **3- Phương trình đặc biệt.**

-  $x = a \pm A \cos(\omega t + \varphi)$  với  $a = \text{const} \Rightarrow \begin{cases} \text{Biên độ : } A \\ \text{Tọa độ VTCB : } x = a \\ \text{Tọa độ vị trí biên : } x = a \pm A \end{cases}$

$$-x = a \pm A \cos^2(\omega t + \varphi) \quad \text{với } a = \text{const} \Rightarrow \text{Biên độ: } \frac{A}{2}; \omega' = 2\omega; \varphi' = 2\varphi.$$

#### 4 – Bài tập :

**Bài 1.** Chọn phương trình biểu thị cho dao động điều hòa :

A.  $x = A_{(t)} \cos(\omega t + b) \text{ cm}$  B.  $x = A \cos(\omega t + \varphi_{(t)}) \text{ cm}$  C.  $x = A \cos(\omega t + \varphi) + b \text{ (cm)}$  D.  $x = A \cos(\omega t + bt) \text{ cm}$ .

Trong đó A,  $\omega$ , b là những hằng số. Các lượng  $A_{(t)}$ ,  $\varphi_{(t)}$  thay đổi theo thời gian.

**HD :** So sánh với phương trình chuẩn và phương trình dạng đặc biệt ta có  $x = A \cos(\omega t + \varphi) + b \text{ (cm)}$ . Chọn C.

**Bài 2.** Phương trình dao động của vật có dạng :  $x = A \sin(\omega t)$ . Pha ban đầu của dao động dạng chuẩn  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  bằng bao nhiêu ?

A. 0. B.  $\pi/2$ . C.  $\pi$ . D.  $2\pi$ .

**HD :** Đưa phương pháp x về dạng chuẩn :  $x = A \cos(\omega t - \pi/2)$  suy ra  $\varphi = \pi/2$ . Chọn B.

**Bài 3.** Phương trình dao động có dạng :  $x = A \cos \omega t$ . Gốc thời gian là lúc vật :

A. có li độ  $x = +A$ . B. có li độ  $x = -A$ .  
C. đi qua VTCB theo chiều dương. D. đi qua VTCB theo chiều âm.

**HD :** Thay  $t = 0$  vào x ta được :  $x = +A$  Chọn : A

**Bài 4 :** Toạ độ của một vật biến thiên theo thời gian theo định luật :  $x = 4 \cos(4\pi t) \text{ (cm)}$ . Tính tần số dao động, li độ và vận tốc của vật sau khi nó bắt đầu dao động được 5 (s).

**HD:** Từ phương trình  $x = 4 \cos(4\pi t) \text{ (cm)}$  Ta có :  $A = 4 \text{ cm}; \omega = 4\pi \text{ (Rad / s)} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 2 \text{ (Hz)}$ .

- Li độ của vật sau khi dao động được 5(s) là :  $x = 4 \cos(4\pi \cdot 5) = 4 \text{ (cm)}$ .

- Vận tốc của vật sau khi dao động được 5(s) là :  $v = x' = -4\pi \cdot 4 \sin(4\pi \cdot 5) = 0$

**Bài 5:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 4 \cos(2\pi t + \pi/2)$

a, Xác định biên độ, chu kỳ, pha ban đầu của dao động.

b, Lập biểu thức của vận tốc và gia tốc.

c, Tính vận tốc và gia tốc tại thời điểm  $t = \frac{1}{6} \text{ s}$  và xác định tính chất chuyển động.

**HD:** a,  $A = 4 \text{ cm}; T = 1 \text{ s}; \varphi = \pi/2$ .

b,  $v = x' = -8\pi \sin(2\pi t + \pi/2) \text{ cm/s}; a = -\omega^2 x = -16\pi^2 \cos(2\pi t + \pi/2) \text{ (cm/s}^2\text{)}$ .

c,  $v = -4\pi$ ;  $a = 8\pi^2 \sqrt{3}$ . Vì  $av < 0$  nên chuyển động chậm dần.

**Bài 6.** Cho các phương trình dao động điều hoà như sau :

a)  $x = 5 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)}$ . b)  $x = -5 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$

c)  $x = -5 \cos(\pi t) \text{ (cm)}$ . d)  $x = 10 \cos(5\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}$ .

Xác định biên độ, tần số góc, pha ban đầu, chu kỳ, tần số, của các dao động điều hoà đó?

**Giải :**

a)  $x = 5 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)}$ .  $\Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = 4\pi \text{ (Rad / s)}; \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ (Rad)}$ ;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5 \text{ (s)}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ (Hz)}$$

b)  $x = -5 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4}) = 5 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4} + \pi) = 5 \cos(2\pi t + \frac{5\pi}{4}) \text{ (cm)}$ .

$\Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = 2\pi \text{ (rad / s)}; \varphi = \frac{5\pi}{4} \text{ (Rad)} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ (s)}; f = \frac{1}{T} = 1 \text{ (Hz)}$ .

c)  $x = -5 \cos(\pi t) \text{ (cm)} = 5 \cos(\pi t + \pi) \text{ (cm)}$

$\Rightarrow A = 5 \text{ (cm)}; \omega = \pi \text{ (Rad / s)}; \varphi = \pi \text{ (Rad)}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ (s)}; f = 0,5 \text{ (Hz)}$ .

$$d) \quad x = 10.\cos(5.\pi.t + \frac{\pi}{3})cm = 10.\sin(5.\pi.t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2})cm = 10.\sin(5.\pi.t + \frac{5.\pi}{6})cm.$$

$$\Rightarrow A = 10(cm); \omega = 5.\pi(Rad / s); \varphi = \frac{5.\pi}{6}(Rad); T = \frac{2.\pi}{5.\pi} = 0.4(s); f = \frac{1}{0.4} = 2,5(Hz).$$

**Bài 7.** Cho các chuyển động được mô tả bởi các phương trình sau:

a)  $x = 5.\cos(\pi.t) + 1$  (cm)

b)  $x = 2.\sin^2(2.\pi.t + \frac{\pi}{6})$  (cm)

c)  $x = 3.\sin(4.\pi.t) + 3.\cos(4.\pi.t)$  (cm)

Chứng minh rằng những chuyển động trên đều là những dao động điều hoà. Xác định biên độ, tần số, pha ban đầu, và vị trí cân bằng của các dao động đó.

**Giải:**

a)  $x = 5.\cos(\pi.t) + 1$  (cm)  $\Rightarrow x - 1 = 5.\cos(\pi.t) = 5.\sin(\pi.t + \frac{\pi}{2})$  (cm)

Đặt  $x - 1 = X$ . ta có:  $X = 5.\sin(\pi.t + \frac{\pi}{2})$  (cm)  $\Rightarrow$  Đó là một dao động điều hoà

Với  $A = 5(cm); f = \frac{\omega}{2.\pi} = \frac{\pi}{2.\pi} = 0,5(Hz); \varphi = \frac{\pi}{2}(Rad)$

VTCB của dao động là :  $X = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1(cm)$ .

b)  $x = 2.\sin^2(2.\pi.t + \frac{\pi}{6}) = 1 - \cos(4.\pi.t + \frac{\pi}{3}) = 1 + \sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}) = 1 + \sin(4.\pi.t - \frac{\pi}{6})$

Đặt  $X = x - 1 \Rightarrow X = \sin(4.\pi.t - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow$  Đó là một dao động điều hoà.

Với  $A = 1(cm); f = \frac{\omega}{2.\pi} = \frac{4.\pi}{2.\pi} = 2(s); \varphi = -\frac{\pi}{6}(Rad)$

c)  $x = 3.\sin(4.\pi.t) + 3.\cos(4.\pi.t) = 3.2\sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{4}).\cos(-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = 3.\sqrt{2}.\sin(4.\pi.t + \frac{\pi}{4})(cm)$

$\Rightarrow$  Đó là một dao động điều hoà. Với  $A = 3.\sqrt{2}(cm); f = \frac{4.\pi}{2.\pi} = 2(s); \varphi = \frac{\pi}{4}(Rad)$

**Bài 8.** Một vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 3\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$ , trong đó x tính bằng cm, t tính bằng giây.

Gốc thời gian đã được chọn lúc vật có trạng thái chuyển động như thế nào?

- A. Đi qua Vị trí có li độ  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương trục Ox
- B. Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox
- C. **Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương trục Ox**
- D. Đi qua vị trí có li độ  $x = -1,5$ cm và đang chuyển động theo chiều âm trục Ox

**Giải:** 
$$\begin{cases} x_0 = 3\cos\left(2\pi.0 - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5cm \\ v_0 = x' = -6\pi\sin\left(2\pi.0 - \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}\pi cm/s > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

**Bài 9.** Một vật dao động điều hoà theo phương ngang với phương trình:  $x = 4\cos\left(17t + \frac{\pi}{3}\right)cm$ , (t đo bằng giây).

Người ta đã chọn mốc thời gian là lúc vật có:

- A. Tọa độ -2 cm và đang đi theo chiều âm
- B. tọa độ -2cm và đang đi theo chiều dương
- C. tọa độ +2cm và đang đi theo chiều dương
- D. **tọa độ +2cm và đang đi theo chiều âm**

**Giải:** 
$$\begin{cases} x_0 = 4 \cos\left(17.0 + \frac{\pi}{3}\right) = 2\text{cm} \\ v_0 = x' = -17.4 \sin\left(17.0 + \frac{\pi}{3}\right) = -34\sqrt{3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án D}$$

**Bài 10.** Một vật dao động điều hòa phải mất 0,025s để đi từ điểm có vận tốc bằng không tới điểm tiếp theo cũng có vận tốc bằng không, hai điểm ấy cách nhau 10cm. Chọn đáp án Đúng

A.chu kì dao động là 0,025s

B.tần số dao động là 10Hz

C.biên độ dao động là 10cm

D.vận tốc cực đại của vật là  $2\pi\text{cm/s}$

**Giải:** 
$$\begin{cases} \frac{T}{2} = 0,025 \\ A = \frac{l}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = 2 \cdot 0,025 = 0,05(\text{s}) \\ A = \frac{10}{2} = 5\text{cm} = 0,05\text{m} \end{cases} \Rightarrow v_{\max} = \omega \cdot A = \frac{2\pi}{T} \cdot A = 2\pi\text{m/s}$$

**Bài 11:** Một vật dao động điều hòa, ở thời điểm  $t_1$  vật có li độ  $x_1 = 1\text{cm}$ , và có vận tốc  $v_1 = 20\text{cm/s}$ . Đến thời điểm  $t_2$  vật có li độ  $x_2 = 2\text{cm}$  và có vận tốc  $v_2 = 10\text{cm/s}$ . Hãy xác định biên độ, chu kỳ, tần số, vận tốc cực đại của vật?

**Giải:** Tại thời điểm  $t$  ta có :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  và  $v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ ; Suy ra:  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$

- Khi  $t = t_1$  thì:  $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}$  (1); - Khi  $t = t_2$  thì:  $A^2 = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2}$  (2)

- Từ (1) và (2)  $\Rightarrow x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} = x_2^2 + \frac{v_2^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_1^2 - x_2^2} = 100 \Rightarrow \omega = 10(\text{Rad/s})$

Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,628(\text{s})$ ; Tần số:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1,59\text{ Hz}$ ; Biên độ:  $A = \sqrt{1 + \left(\frac{20}{10}\right)^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$

Vận tốc cực đại:  $V_{\max} = A\omega = 10\sqrt{5}(\text{cm/s})$

### 5 – Trắc nghiệm :

**Câu 1:** Một Con lắc lò xo dao động với phương trình  $x = 6\cos(20\pi t)$  cm. Xác định chu kỳ, tần số dao động chất điểm.

**A.**  $f = 10\text{Hz}; T = 0,1\text{s}$  . **B.**  $f = 1\text{Hz}; T = 1\text{s}$ . **C.**  $f = 100\text{Hz}; T = 0,01\text{s}$  . **D.**  $f = 5\text{Hz}; T = 0,2\text{s}$

**Câu 2.** Phương trình dao động có dạng :  $x = A \cos(\omega t + \pi/3)$ . Gốc thời gian là lúc vật có :

A. li độ  $x = A/2$ , chuyển động theo chiều dương **B. li độ  $x = A/2$ , chuyển động theo chiều âm**  
C. li độ  $x = -A/2$ , chuyển động theo chiều dương. **D. li độ  $x = -A/2$ , chuyển động theo chiều âm**

**Câu 3.** Trong các phương trình sau phương trình nào không biểu thị cho dao động điều hòa ?

A.  $x = 5\cos\pi t + 1(\text{cm})$ . **B.  $x = 3t\cos(100\pi t + \pi/6)\text{cm}$**   
C.  $x = 2\sin^2(2\pi t + \pi/6)\text{cm}$ . **D.  $x = 3\sin 5\pi t + 3\cos 5\pi t(\text{cm})$ .**

**Câu 4.** Phương trình dao động của vật có dạng :  $x = A \sin^2(\omega t + \pi/4)\text{cm}$ . Chọn kết luận đúng ?

**A. Vật dao động với biên độ  $A/2$ .** **B. Vật dao động với biên độ  $A$ .**  
C. Vật dao động với biên độ  $2A$ . **D. Vật dao động với pha ban đầu  $\pi/4$ .**

**Câu 5.** Phương trình dao động của vật có dạng :  $x = a \sin 5\pi t + a \cos 5\pi t(\text{cm})$ . biên độ dao động của vật là :

A.  $a/2$ . **B.  $a$ .** **C.  $a\sqrt{2}$ .** **D.  $a\sqrt{3}$ .**

**Câu 6.** Dưới tác dụng của một lực có dạng :  $F = 0,8\cos(5t - \pi/2)\text{N}$ . Vật có khối lượng  $m = 400\text{g}$ , dao động điều hòa. Biên độ dao động của vật là :

A. 32cm. **B. 20cm.** **C. 12cm.** **D. 8cm.**

**Câu 7:** Một vật dao động điều hoà với tần số 50Hz, biên độ dao động 5cm, vận tốc cực đại của vật đạt được là

**A.  $50\pi\text{ cm/s}$**  **B. 50cm/s** **C.  $5\pi\text{ m/s}$**  **D.  $5\pi\text{ cm/s}$**

**Câu 8:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình :  $x = 10 \cos (4\pi t + \frac{\pi}{3})$  cm. Gia tốc cực đại vật là

- A. 10cm/s<sup>2</sup>      B. 16m/s<sup>2</sup>      C. 160 cm/s<sup>2</sup>      D. 100cm/s<sup>2</sup>

**Câu 9:** Một chất điểm thực hiện dao động điều hoà với chu kỳ  $T = 3,14$ s và biên độ  $A = 1$ m. Khi chất điểm đi qua vị trí  $x = -A$  thì gia tốc của nó bằng:

- A. 3m/s<sup>2</sup>.      B. 4m/s<sup>2</sup>.      C. 0.      D. 1m/s<sup>2</sup>

## **Dạng 2—Viết phương trình dao động điều hòa —Xác định các đặc trưng của DĐĐH.**

### **I – Phương pháp 1:(Phương pháp truyền thống)**

\* Chọn hệ quy chiếu : – Trục Ox ..... – Gốc tọa độ tại VTCB  
– Chiều dương ..... – Gốc thời gian .....

\* Phương trình dao động có dạng :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cm

\* Phương trình vận tốc :  $v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$  cm/s

\* Phương trình gia tốc :  $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$  cm/s<sup>2</sup>

#### **1 – Tìm $\omega$**

\* Đề cho : T, f, k, m, g,  $\Delta l_0$

–  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ , với  $T = \frac{\Delta t}{N}$ , N – Tổng số dao động trong thời gian  $\Delta t$

Nếu là con lắc lò xo :

nằm ngang  
 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , (k : N/m ; m : kg)

treo thẳng đứng

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$ , khi cho  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$ .

Đề cho x, v, a, A :  $\omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{|a_{\max}|}{A}} = \frac{|v_{\max}|}{A}$

#### **2 – Tìm A**

\* Đề cho : cho x ứng với v  $\Rightarrow A = \sqrt{x^2 + (\frac{v}{\omega})^2}$ .

– Nếu  $v = 0$  (buông nhẹ)  $\Rightarrow A = x$

– Nếu  $v = v_{\max} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow A = \frac{|v_{\max}|}{\omega}$

\* Đề cho :  $a_{\max} \Rightarrow A = \frac{|a_{\max}|}{\omega^2}$

\* Đề cho : chiều dài quỹ đạo CD  $\Rightarrow A = \frac{CD}{2}$ .

\* Đề cho : lực  $F_{\max} = kA$ .  $\Rightarrow A = \frac{F_{\max}}{k}$

\* Đề cho :  $l_{\max}$  và  $l_{\min}$  của lò xo  $\Rightarrow A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$ .

\* Đề cho : W hoặc  $W_{d\max}$  hoặc  $W_{t\max}$   $\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$ . Với  $W = W_{d\max} = W_{t\max} = \frac{1}{2}kA^2$ .

\* Đề cho :  $l_{CB}, l_{\max}$  hoặc  $l_{CB}, l_{\min}$   $\Rightarrow A = l_{\max} - l_{CB}$  hoặc  $A = l_{CB} - l_{\min}$ .

#### **3 - Tìm $\varphi$** (thường lấy $-\pi < \varphi \leq \pi$ ) : Dựa vào điều kiện ban đầu

\* Nếu  $t = 0$  :  $x = x_0, v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \sin \varphi = \frac{v_0}{\omega A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$

–  $v = v_0 ; a = a_0 \Rightarrow \begin{cases} a_0 = -A\omega^2 \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \omega \frac{v_0}{a_0} \Rightarrow \varphi = ?$

**Đặc biệt:** +  $x_0 = 0, v = v_0$  (vật qua VTCB)  $\Rightarrow \begin{cases} 0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ A = -\frac{v_0}{\omega \sin \varphi} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{|v_0|}{\omega} \end{cases}$



$$+ x = x_0, v = 0 \text{ (vật qua VT biên)} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ 0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{x_0}{\cos \varphi} > 0 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0; \pi \\ A = |x_0| \end{cases}$$

$$* \text{ Nếu } t = t_1 : \begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ? \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a_1 = -A\omega^2 \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi = ?$$

**Lưu ý:** – Vật đi theo chiều dương thì  $v > 0 \rightarrow \sin \varphi < 0$ ; đi theo chiều âm thì  $v < 0 \rightarrow \sin \varphi > 0$ .

– Trước khi tính  $\varphi$  cần xác định rõ  $\varphi$  thuộc góc phần tư thứ mấy của đường tròn lượng giác

#### 4 – Bài tập:

**Bài 1.** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 4\text{cm}$  và  $T = 2\text{s}$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật qua VTCB theo chiều dương của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 4\cos(2\pi t - \pi/2)\text{cm}$ . B.  $x = 4\cos(\pi t - \pi/2)\text{cm}$ . C.  $x = 4\cos(2\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . D.  $x = 4\cos(\pi t + \pi/2)\text{cm}$ .

**Giải:**  $\omega = 2\pi f = \pi$ . và  $A = 4\text{cm} \Rightarrow$  loại B và D.

$$t = 0 : x_0 = 0, v_0 > 0 : \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \text{ chọn } \varphi = -\pi/2 \Rightarrow x = 4\cos(2\pi t - \pi/2)\text{cm}. \text{ Chọn : A}$$

**Bài 2.** Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng dài  $4\text{cm}$  với  $f = 10\text{Hz}$ . Lúc  $t = 0$  vật qua VTCB theo chiều dương của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 2\cos(20\pi t + \pi/2)\text{cm}$ . B.  $x = 2\cos(20\pi t - \pi/2)\text{cm}$ . C.  $x = 4\cos(20t - \pi/2)\text{cm}$ . D.  $x = 4\cos(20\pi t + \pi/2)\text{cm}$ .

**Giải:**  $\omega = 2\pi f = \pi$ . và  $A = MN/2 = 2\text{cm} \Rightarrow$  loại C và D.

$$t = 0 : x_0 = 0, v_0 > 0 : \begin{cases} 0 = \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \text{ chọn } \varphi = -\pi/2 \Rightarrow x = 2\cos(20\pi t - \pi/2)\text{cm}. \text{ Chọn : B}$$

**Bài 3.** Một lò xo đầu trên cố định, đầu dưới treo vật  $m$ . Vật dao động theo phương thẳng đứng với tần số góc  $\omega = 10\pi(\text{rad/s})$ . Trong quá trình dao động độ dài lò xo thay đổi từ  $18\text{cm}$  đến  $22\text{cm}$ . Chọn gốc tọa độ tại VTCB, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc lò xo có độ dài nhỏ nhất. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 2\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}$ . B.  $x = 2\cos(0,4\pi t)\text{cm}$ . C.  $x = 4\cos(10\pi t - \pi)\text{cm}$ . D.  $x = 4\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}$ .

**Giải:**  $\omega = 10\pi(\text{rad/s})$  và  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 2\text{cm} \Rightarrow$  loại B

$$t = 0 : x_0 = -2\text{cm}, v_0 = 0 : \begin{cases} -2 = 2\cos \varphi \\ 0 = \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi < 0 \\ \varphi = 0; \pi \end{cases} \text{ chọn } \varphi = \pi \Rightarrow x = 2\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}. \text{ Chọn : A}$$

**Bài 4.** Một chất điểm đđh dọc theo trục  $ox$  quanh VTCB với biên độ  $2\text{cm}$  chu kỳ  $2\text{s}$ . Hãy lập phương trình dao động nếu chọn mốc thời gian  $t_0=0$  lúc: a. Vật ở biên dương; b. Vật ở biên âm  
c. Vật đi qua VTCB theo chiều dương; d. Vật đi qua VTCB theo chiều âm

**Giải:**  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$

$$\text{a. } t_0=0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = A = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega.A \sin \varphi = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \cos \varphi = 1 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ta có } x = 2.\cos(\pi.t)\text{cm}$$

$$\text{b. } t_0=0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = -A = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega.A \sin \varphi = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} \cos \varphi = -1 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi \text{ ta có phương trình } x = 2\cos(\pi.t + \pi)\text{cm}$$

$$\text{c. } t_0=0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = 0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega.A \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}; \begin{cases} \cos \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2\cos(\pi.t - \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

$$\text{c. } t_0=0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = 0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -\omega.A \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}; \begin{cases} \cos \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2\cos(\pi.t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

**Bài 5.** Một chất điểm dao động điều hoà dọc theo trục  $Ox$  quanh VTCB  $O$  với biên độ  $4\text{cm}$ , tần số  $f=2\text{Hz}$ . hãy lập phương trình dao động nếu chọn mốc thời gian  $t_0=0$  lúc

a. chất điểm đi qua li độ  $x_0=2\text{cm}$  theo chiều dương

b. chất điểm đi qua li độ  $x_0=-2\text{cm}$  theo chiều âm

**Giải:** a.  $t_0=0$  thì  $\begin{cases} x_0 = 2 = 4 \cos \varphi \\ v_0 = -4\pi \cdot 4 \cdot \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 4 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ cm}$

b.  $t_0=0$  thì  $\begin{cases} x_0 = -2 = 4 \cos \varphi \\ v_0 = -4\pi \cdot 4 \cdot \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$

**Bài 6:** Một chất điểm d đ đ học theo trục Ox quanh vị trí cân bằng O với  $\omega = 10 \text{ rad/s}$

a. Lập phương trình dao động nếu chọn mốc thời gian  $t_0=0$  lúc chất điểm đi qua li độ  $x_0=-4 \text{ cm}$  theo chiều âm với vận tốc  $40 \text{ cm/s}$

b. Tìm vận tốc cực đại của vật

**Giải:** a.  $t_0=0$  thì  $\begin{cases} x_0 = -4 = A \cos \varphi \\ v_0 = -40 = -10 \cdot A \cdot \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{-4}{A} \\ \sin \varphi = \frac{-4}{A} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}, A = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

b.  $v_{\max} = \omega \cdot A = 10 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

**Bài 7:** Một vật dao động điều hoà trên trục Ox với tần số  $f = 4 \text{ Hz}$ , biết toạ độ ban đầu của vật là  $x = 3 \text{ cm}$  và sau đó  $1/24 \text{ s}$  thì vật trở về toạ độ ban đầu. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 3\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6) \text{ cm}$ .

B.  $x = 2\sqrt{3} \cos(8\pi t - \pi/6) \text{ cm}$ .

C.  $x = 6 \cos(8\pi t + \pi/6) \text{ cm}$ .

D.  $x = 3\sqrt{2} \cos(8\pi t + \pi/3) \text{ cm}$ .

**Giải:** Vẽ vòng lượng giác so sánh thời gian đề cho với chu kỳ T sẽ

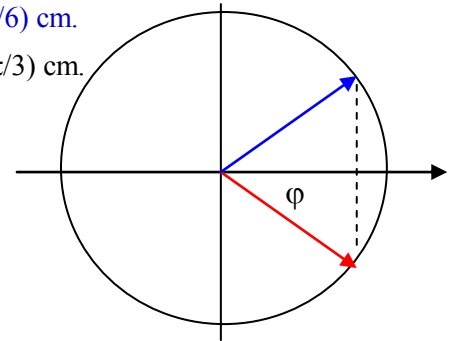
xác định được vị trí ban đầu của vật ở thời điểm  $t = 0$  và thời điểm sau  $1/24 \text{ s}$

Ta có:  $T = 1/f = 1/4 \text{ s} > \Delta t = 1/24 \Rightarrow$  vật chưa quay hết được một vòng

Dễ dàng suy ra góc quay  $\Delta\alpha = 2|\varphi| = \omega\Delta t = 8\pi/24 = \pi/3$

Vì đề cho  $x = 3 \text{ cm} \Rightarrow$  góc quay ban đầu là  $\varphi = -\pi/6$

Biên độ  $A = x / \cos\varphi = 3 / (\sqrt{3}/2) = 2\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow$  **Chọn B**



## 5 – Trắc nghiệm :

**Câu 1:** Một vật dđđh trên quỹ đạo có chiều dài  $8 \text{ cm}$  với tần số  $5 \text{ Hz}$ . Chọn gốc toạ độ O tại VTCB, gốc thời gian  $t=0$  khi vật ở vị trí có li độ dương cực đại thì Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 8 \cos(\pi t + \pi/2) \text{ (cm)}$ ;

B.  $x = 4 \cos 10\pi t \text{ (cm)}$ .

C.  $x = 4 \cos(10\pi t + \pi/2) \text{ (cm)}$ ;

D.  $x = 8 \cos \pi t \text{ (cm)}$ .

**Câu 2:** Một vật có k.lượng  $m = 1 \text{ kg}$  dđđh với chu kỳ  $T = 2 \text{ s}$ . Vật qua VTCB với vận tốc  $v_0 = 31,4 \text{ cm/s}$ . Khi  $t=0$ , vật qua vị trí có li độ  $x = 5 \text{ cm}$  ngược chiều dương quỹ đạo. Lấy  $\pi^2=10$ . Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 10 \cos(\pi t + 5\pi/6) \text{ (cm)}$ ;

B.  $x = 10 \cos(\pi t + \pi/6) \text{ (cm)}$ ;

C.  $x = 10 \cos(\pi t - \pi/6) \text{ (cm)}$ ;

D. đáp án khác

\* **Chú ý:** Nếu đề bài yêu cầu tìm  $v$ ?  $v_{\max}$ ?  $a$ ?  $a_{\max}$ ?  $F_{\max}$ ?...

**Câu 3:** Con lắc lò xo dđđh với tần số góc  $10 \text{ rad/s}$ . Lúc  $t = 0$ , hòn bi của con lắc đi qua vị trí có li độ  $x = 4 \text{ cm}$ , với vận tốc  $v = -40 \text{ cm/s}$ . Viết Phương trình dao động.

A.  $x = 4\sqrt{2} \cos(10t + 3\pi/4) \text{ (cm)}$ ;

B.  $x = 8 \cos(10t + 3\pi/4) \text{ (cm)}$ ;

C.  $x = 4\sqrt{2} \cos(10t - \pi/4) \text{ (cm)}$ .

D. đáp án khác

**Câu 4:** Một vật dao động với biên độ  $6 \text{ (cm)}$ . Lúc  $t = 0$ , con lắc qua vị trí có li độ  $x = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$  theo chiều dương với gia tốc có độ lớn  $\frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (cm/s}^2\text{)}$ . Phương trình dao động của con lắc là:

A.  $x = 6 \cos 9t \text{ (cm)}$       B.  $x = 6 \cos\left(\frac{t}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$       C.  $x = 6 \cos\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$       D.  $x = 6 \cos\left(3t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$

**Câu 5:** Một vật dao động điều hoà khi qua vị trí cân bằng vật có vận tốc  $v = 20 \text{ cm/s}$ . Gia tốc cực đại của vật là  $a_{\max} = 2 \text{ m/s}^2$ . Chọn  $t = 0$  là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm của trục toạ độ. Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 2 \cos(10t + \pi) \text{ cm}$ .

B.  $x = 2 \cos(10t + \pi/2) \text{ cm}$ .

C.  $x = 2 \cos(10t - \pi/2) \text{ cm}$ .

D.  $x = 2 \cos(10t) \text{ cm}$ .

**Câu 6:** Một vật dao động điều hoà cứ sau  $1/8 \text{ s}$  thì động năng lại bằng thế năng. Quãng đường vật đi được trong  $0,5 \text{ s}$  là  $16 \text{ cm}$ . Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 8 \cos(2\pi + \frac{\pi}{2}) \text{ cm}$

B.  $x = 8 \cos(2\pi - \frac{\pi}{2}) \text{ cm}$

C.  $x = 4 \cos(4\pi - \frac{\pi}{2}) \text{ cm}$

D.  $x = 4 \cos(4\pi + \frac{\pi}{2}) \text{ cm}$

**Câu 6:** Một con lắc lò xo dao động điều hoà với chu kỳ  $T = 5$  s. Biết rằng tại thời điểm  $t = 5$  s quả lắc có li độ  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  cm và vận tốc  $v = \frac{\sqrt{2}}{5} \pi$  cm/s. Phương trình dao động của con lắc lò xo có dạng như thế nào ?

A.  $x = \sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{2}\right)$     B.  $x = \sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$     C.  $x = \cos\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}\right)$     D.  $x = \cos\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$

**Câu 7:** Một vật dao động điều hoà khi qua vị trí cân bằng vật có vận tốc  $v = 20$  cm/s. Gia tốc cực đại của vật là  $a_{\max} = 2\text{m/s}^2$ . Chọn  $t = 0$  là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm của trục tọa độ. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 2\cos(10t)$ .    B.  $x = 2\cos(10t + \pi/2)$ .    C.  $x = 2\cos(10t + \pi)$ .    D.  $x = 2\cos(10t - \pi/2)$

## II – Phương pháp 2: Dùng số phức biểu diễn hàm điều hòa

(NHỜ MÁY TÍNH fx 570MS; 570ES; 570ES Plus; VINACAL 570Es Plus)

**1- Cơ sở lý thuyết:** 
$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x_{(0)} = A \cos \varphi \\ v_{(0)} = -\omega A \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{(0)} = A \cos \varphi = a \\ -\frac{v_{(0)}}{\omega} = A \sin \varphi = b \end{cases}$$

Vậy  $x = A \cos(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} \bar{x} = a + bi, \begin{cases} a = x_{(0)} \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} \end{cases}$

**2- Phương pháp SỐ PHỨC:**  $t = 0$  có:  $\begin{cases} a = x_{(0)} \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = x_{(0)} - \frac{v_{(0)}}{\omega} i \rightarrow A \angle \varphi \Rightarrow x = A \cos(\omega t + \varphi)$

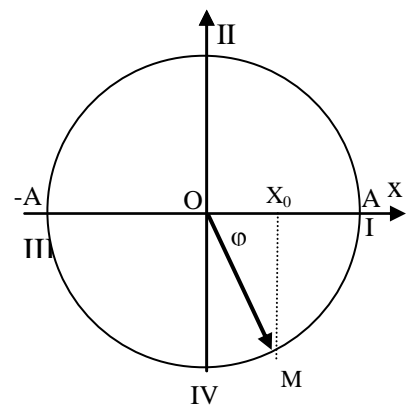
**3.- Thao tác máy tính (fx 570MS; 570ES):** Mode 2, R (radian), **Bấm nhập:**  $x_{(0)} - \frac{v_{(0)}}{\omega} i =$

- Với máy fx 570ES : bấm tiếp SHIFT, 2, 3, = máy sẽ hiện  $A \angle \varphi$ , đó là biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\varphi$ .

- Với máy fx 570MS : bấm tiếp SHIFT, + ( $\triangleright r \angle \theta$  ( $A \angle \theta$ )), = (Re-Im) máy hiện  $A$ , sau đó bấm SHIFT, = (Re-Im) máy sẽ hiện  $\varphi$ .

**4. Chú ý các vị trí đặc biệt: (Hình vòng tròn lượng giác)**

Vị trí của vật lúc đầu $t=0$	Phần thực: $a$	Phần ảo: $bi$	Kết quả: $a+bi = A \angle \varphi$	Phương trình: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$
Biên dương(I): $x_0 = A; v_0 = 0$	$a = A$	0	$A \angle 0$	$x = A \cos(\omega t)$
Theo chiều âm (II): $x_0 = 0; v_0 < 0$	$a = 0$	$bi = Ai$	$A \angle \pi/2$	$x = A \cos(\omega t + \pi/2)$
Biên âm(III): $x_0 = -A; v_0 = 0$	$a = -A$	0	$A \angle \pi$	$x = A \cos(\omega t + \pi)$
Theo chiều dương (IV): $x_0 = 0; v_0 > 0$	$a = 0$	$bi = -Ai$	$A \angle -\pi/2$	$x = A \cos(\omega t - \pi/2)$
Vị trí bất kỳ:	$a = x_0$	$bi = -\frac{v_0}{\omega} i$	$A \angle \varphi$	$x = A \cos(\omega t + \varphi)$



Hình Vòng Tròn LG

## 5. Chọn chế độ thực hiện phép tính về số phức của máy tính: CASIO fx-570ES, 570ES Plus

Các bước Chọn chế độ	Nút lệnh	Ý nghĩa- Kết quả
Chỉ định dạng nhập /xuất toán	Bấm: SHIFT MODE 1	Màn hình xuất hiện <b>Math</b>
Thực hiện phép tính về số phức	Bấm: MODE 2	Màn hình xuất hiện <b>CMPLX</b>
Hiện thị dạng tọa độ cực: $r \angle \theta$	Bấm: SHIFT MODE $\nabla$ 3 2	Hiện thị số phức dạng $r \angle \theta$
Hiện thị dạng đề các: $a + ib$ .	Bấm: SHIFT MODE $\nabla$ 3 1	Hiện thị số phức dạng $a + bi$
Chọn đơn vị đo góc là độ (D)	Bấm: SHIFT MODE 3	Màn hình hiện thị chữ <b>D</b>
Chọn đơn vị đo góc là Rad (R)	Bấm: SHIFT MODE 4	Màn hình hiện thị chữ <b>R</b>
Nhập ký hiệu góc $\angle$	Bấm: SHIFT (-)	Màn hình hiện thị ký hiệu: $\angle$

-Thao tác trên máy tính (fx 570MS; 570ES): Mode 2, và dùng đơn vị R (radian), **Bấm nhập:**  $x_{(0)} - \frac{v_{(0)}}{\omega} i$

- Với máy fx 570ES : Muốn xuất hiện biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\varphi$ : Làm như sau:

Bấm **SHIFT** **2** màn hình xuất hiện như hình bên  
 Nếu bấm tiếp phím **3** **=** kết quả dạng cực ( $r \angle \theta$ )  
 Nếu bấm tiếp phím **4** **=** kết quả dạng phức ( $a+bi$ )  
 ( đang thực hiện phép tính )



- Với máy fx 570MS : bấm tiếp **SHIFT** **+** ( $\triangleright r \angle \theta$  ( $A \angle \theta$ )), **=** (Re-Im): hiện  $A$ , **SHIFT** **=** (Re-Im) : hiện  $\varphi$ .

## 6- Thí dụ:

**Ví dụ 1.** Vật m dao động điều hòa với tần số 0,5Hz, tại gốc thời gian nó có li độ  $x_{(0)} = 4\text{cm}$ , vận tốc  $v_{(0)} = 12,56\text{cm/s}$ , lấy  $\pi = 3,14$ . Hãy viết phương trình dao động.

**Giải:** Tính  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0,5 = \pi$  (rad/s)

$$t = 0: \begin{cases} a = x_{(0)} = 4 \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} = -4 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = 4 - 4i. \text{ bấm } 4 - 4i, = \text{SHIFT } 23 \Rightarrow 4\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 4\sqrt{2} \cos(\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{cm}$$

**Ví dụ 2.** Vật m gắn vào đầu một lò xo nhẹ, dao động điều hòa với chu kỳ 1s. người ta kích thích dao động bằng cách kéo m khỏi vị trí cân bằng ngược chiều dương một đoạn 3cm rồi buông. Chọn gốc tọa độ ở VTCB, gốc thời gian lúc buông vật, hãy viết phương trình dao động.

**Giải:** Tính  $\omega = 2\pi/T = 2\pi/1 = 2\pi$  (rad/s)

$$t = 0: \begin{cases} a = x_{(0)} = -3 \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = -3; \text{ bấm } -3, = \text{SHIFT } 23 \Rightarrow 3 \angle \pi \Rightarrow x = 3 \cos(2\pi t + \pi) \text{cm}$$

**Ví dụ 3.** Vật nhỏ  $m = 250\text{g}$  được treo vào đầu dưới một lò xo nhẹ, thẳng đứng  $k = 25\text{N/m}$ . Từ VTCB người ta kích thích dao động bằng cách truyền cho m một vận tốc  $40\text{cm/s}$  theo phương của trục lò xo. Chọn gốc tọa độ ở VTCB, gốc thời gian lúc m qua VTCB ngược chiều dương, hãy viết phương trình dao động.

**Giải:**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}; \begin{cases} a = x_{(0)} = 0 \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} = 4 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = 4i; \text{ bấm } 4i, = \text{SHIFT } 23 \Rightarrow 4 \angle \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 4 \cos(10t + \frac{\pi}{2}) \text{cm}$$

## III-Các bài tập :

**Bài 1:** Một vật dao động điều hòa có biên độ  $A = 24\text{ cm}$ , chu kỳ  $T = 4\text{ s}$  Tại thời điểm  $t = 0$  vật có li độ cực đại âm ( $x = -A$ )

a) Viết phương trình dao động điều hòa  $x$  ?

b) Tìm  $x$  ?  $v$  ?  $a$  ? ở thời điểm  $t = 0,5\text{s}$

**HD Giải:**

$$\text{a) } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ (rad/s)} \quad \text{Tại } t = 0 \quad \begin{cases} x_0 = -A = A \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = -1 \\ v_0 = 0 = -\omega A \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi \Rightarrow$$

$$x = 24 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right) \text{ (cm)}$$

$$\text{Cách 2: dùng máy tính: } \begin{cases} a = x_{(0)} = -A = -24 \\ b = -\frac{v_{(0)}}{\omega} = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = -24; \text{ Máy Fx570Es bấm: Mode 2, Shift Mode 4 (R:radian),}$$

$$\text{Nhập: } -24 = \text{SHIFT } 23 \Rightarrow 24 \angle \pi \Rightarrow x = 24 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right) \text{cm}$$

$$\text{b) } x = 24 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0,5 + \pi\right) = -16,9 \text{ (cm)}; \quad v = -24 \frac{\pi}{2} \sin \frac{5\pi}{4} = (-12\pi) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 26,64 \text{ cm/s}$$

**Bài 2:** Một lò xo khối lượng không đáng kể có  $k = 200 \text{ N/m}$ . Đầu trên giữ cố định đầu dưới treo vật nặng có  $m = 200\text{g}$ , vật dao động thẳng đứng có vận tốc cực đại  $62,8 \text{ cm/s}$ . Viết Phương trình dao động của vật.

**HD Giải:** Từ PT đđh  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Xác định  $A, \omega, \varphi$ ?

$$* \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0,2}} = 10\sqrt{10} = 10\sqrt{\pi^2} = 10\pi \text{ rad/s} \quad (\text{trong đó } m = 200\text{g} = 0,2 \text{ kg})$$

$$* v_{\max} = A\omega \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{62,8}{10\pi} = 2 \text{ (cm)}$$

\* Điều kiện ban đầu  $t = 0, x = 0, v > 0$

$$0 = A\cos\varphi \quad \text{Suy ra } \varphi = \pm \pi/2$$

$$v = -\omega A\sin\varphi > 0 \quad \text{Suy ra } \varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\pi/2 \Rightarrow x = 2\cos(10\pi t - \pi/2) \text{ (cm)}$$

Dùng Máy Fx570Es bấm: **Mode 2, Shift Mode 4** (R: Radian),

$$\text{Nhập: } -2i = \text{SHIFT } 2 \ 3 = \text{ketqua: } 2 \angle -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

**Bài 3:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 4\text{cm}$  và  $T = 2\text{s}$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật qua VTCB theo chiều dương của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

$$\text{A. } x = 4\cos(2\pi t - \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{B. } x = 4\cos(\pi t - \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{C. } x = 4\cos(2\pi t - \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{D. } x = 4\cos(\pi t + \pi/2)\text{cm.}$$

**HD Giải:**  $\omega = 2\pi f = \pi$ . Và  $A = 4\text{cm} \Rightarrow$  loại A và C.

$$t = 0 : x_0 = 0, v_0 > 0 : \begin{cases} 0 = \cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \text{ chọn } \varphi = -\pi/2 \quad \text{Chọn : B}$$

Dùng Máy Fx570Es bấm: **Mode 2, Shift Mode 4** (R:radian),

$$\text{Nhập: } -4i = \text{SHIFT } 2 \ 3 \Rightarrow 4 \angle -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 4\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

**Bài 4:** Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng dài  $4\text{cm}$  với  $f = 10\text{Hz}$ . Lúc  $t = 0$  vật qua VTCB theo chiều âm của quỹ đạo. Phương trình dao động của vật là :

$$\text{A. } x = 2\cos(20\pi t - \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{B. } x = 2\cos(20\pi t + \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{C. } x = 4\cos(20t - \pi/2)\text{cm.}$$

$$\text{D. } x = 4\cos(20\pi t + \pi/2)\text{cm.}$$

**HD Giải:**  $\omega = 2\pi f = 20\pi$ . Và  $A = MN/2 = 2\text{cm} \Rightarrow$  loại C và D.

$$t = 0 : x_0 = 0, v_0 < 0 : \begin{cases} 0 = \cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \text{ chọn } \varphi = \pi/2 \quad \text{Chọn : B}$$

Dùng Máy Fx570Es bấm: **Mode 2, Shift Mode 4** (R:radian),

$$\text{Nhập: } 2i = \text{SHIFT } 2 \ 3 \Rightarrow 2 \angle \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

**Bài 5:** Một lò xo đầu trên cố định, đầu dưới treo vật  $m$ . Vật dao động theo phương thẳng đứng với tần số góc  $\omega = 10\pi(\text{rad/s})$ . Trong quá trình dao động độ dài lò xo thay đổi từ  $18\text{cm}$  đến  $22\text{cm}$ . Chọn gốc tọa độ  $O$  tại VTCB. Chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc lò xo có độ dài nhỏ nhất. Phương trình dao động của vật là :

$$\text{A. } x = 2\cos(10\pi t + \pi)\text{cm.}$$

$$\text{B. } x = 2\cos(0,4\pi t)\text{cm.}$$

$$\text{C. } x = 4\cos(10\pi t + \pi)\text{cm.}$$

$$\text{D. } x = 4\cos(10\pi t + \pi)\text{cm.}$$

**HD Giải:**  $\omega = 10\pi(\text{rad/s})$  và  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 2\text{cm.} \Rightarrow$  loại B

$$t = 0 : x_0 = -2\text{cm}, v_0 = 0 : \begin{cases} -2 = 2\cos\varphi \\ 0 = \sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi < 0 \\ \varphi = 0; \pi \end{cases} \text{ chọn } \varphi = \pi \Rightarrow x = 2\cos(10\pi t + \pi)\text{cm.} \quad \text{Chọn : A}$$

Máy Fx570Es bấm: **Mode 2, Shift Mode 4** (R:radian),

$$\text{Nhập: } -2 = \text{SHIFT } 2 \ 3 = \text{ketqua: } 2 \angle \pi \Rightarrow x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)\text{cm}$$

**Bài 6:** Một con lắc lò xo dao động với biên độ  $A = 5\text{cm}$ , chu kỳ  $T = 0,5\text{s}$ . Viết phương trình dao động của con lắc trong các trường hợp:

a)  $t = 0$ , vật qua VTCB theo chiều dương.

b)  $t = 0$ , vật cách VTCB  $5\text{cm}$ , theo chiều dương.

c)  $t = 0$ , vật cách VTCB  $2,5\text{cm}$ , đang chuyển động theo chiều dương.

**HD Giải:** Phương trình dao động có dạng :  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ .



Phương trình vận tốc có dạng :  $v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ .

Vận tốc góc :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi (\text{Rad} / \text{s})$ .

a)  $t = 0$  ;  $\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 5 \cos \varphi \\ v_0 = -5.4\pi \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\pi/2$ . Vậy  $x = 5 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})$  (cm).

b)  $t = 0$  ;  $\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 5 \cos \varphi \\ v_0 = -5.4\pi \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$ .

Vậy:  $x = 5 \cos(4\pi t)$  (cm).

c)  $t = 0$  ;  $\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5 = 5 \cos \varphi \\ v_0 = -5.4\pi \sin \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} (\text{rad})$ .

Vậy:  $x = 5 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})$  (cm).

**Bài 7:** Một con lắc lò xo dao động với chu kỳ  $T = 1(\text{s})$ . Lúc  $t = 0$ , vật qua vị trí có li độ  $x = -5\sqrt{2}$  (cm) với vận tốc  $v = -10\pi\sqrt{2}$  (cm/s). Viết phương trình dao động của con lắc.

**HD Giải:**

Phương trình dao động có dạng :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

Phương trình vận tốc có dạng :  $v = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ .

Vận tốc góc :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi (\text{Rad} / \text{s})$ .

ADCT :  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(-5\sqrt{2})^2 + \frac{(-10\pi\sqrt{2})^2}{(2\pi)^2}} = 10$  (cm).

Điều kiện ban đầu :  $t = 0$  ;  $\begin{cases} x = A \cos \varphi \\ v = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5\sqrt{2} = A \cos \varphi \\ -10\pi\sqrt{2} = -A.2\pi \sin \varphi \end{cases}$

$\Rightarrow \tan \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} (\text{rad})$ . Vậy  $x = 10 \cos(2\pi t + \frac{3\pi}{4})$  (cm).

**Bài 8:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox. Lúc vật qua vị trí có li độ  $x = -\sqrt{2}$  (cm) thì có vận tốc  $v = -\pi\sqrt{2}$  (cm/s) và gia tốc  $a = \sqrt{2}\pi^2$  (cm/s<sup>2</sup>). Chọn gốc toạ độ ở vị trí trên. Viết phương trình dao động của vật dưới dạng hàm số cosin.

**HD Giải:** Phương trình có dạng :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Phương trình vận tốc :  $v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$ .

Phương trình gia tốc :  $a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$ .

Khi  $t = 0$  ; thay các giá trị  $x, v, a$  vào 3 phương trình đó ta có :

$x = -\sqrt{2} = A \cos \varphi; v = -\pi\sqrt{2} = -A\omega \sin \varphi; a = \pi^2\sqrt{2} = -\omega^2 A \cos \varphi$ .

Lấy  $a$  chia cho  $x$  ta được :  $\omega = \pi (\text{rad} / \text{s})$ .

Lấy  $v$  chia cho  $a$  ta được :  $\tan \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} (\text{rad})$  (vì  $\cos \varphi < 0$ )

$\Rightarrow A = 2\text{cm}$ . Vậy :  $x = 2 \cos(\pi t + \frac{3\pi}{4})$  (cm).

**Bài 9:** Vật dao động điều hòa với tốc độ cực đại 40 cm/s. Tại vị trí có li độ  $x_0 = 2\sqrt{2}$  (cm) vật có động năng bằng thế năng. Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí này theo chiều dương thì phương trình dao động của vật là

**HD Giải:**  $\begin{cases} \omega A = 40 \\ \frac{A\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ \omega = 10 \end{cases} \Rightarrow x = 4 \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$   $\begin{cases} \omega A = 40 \\ \frac{A\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ \omega = 10 \end{cases} \Rightarrow x = 4 \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$  cm

**Bài 10:** Một vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$  được treo vào đầu dưới của một lò xo có độ cứng  $k = 100(\text{N/m})$ . Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định. Ban đầu vật được giữ sao cho lò xo không bị biến dạng. Buông tay không vận tốc ban đầu cho vật dao động. Viết phương trình dao động của vật (dạng sin). Lấy  $g = 10 (\text{m/s}^2)$ ;  $\pi^2 \approx 10$ .



**HD Giải:** Ta có tần số góc :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10.\pi$  (Rad/s).

Tại VTCB lò xo dãn ra một đoạn là :  $\Delta l = \frac{m.g}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 10^{-2}(m) = 1cm \Rightarrow A = \Delta l = 1cm$ .

Phương trình dao động có dạng :  $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$

Điều kiện ban đầu  $t = 0$ , giữ lò xo sao cho nó không biến dạng tức  $x_0 = -\Delta l$ .

Ta có :  $t = 0$ ;  $x_0 = -\Delta l = -1 = A.\sin \varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}(\text{rad})$ . Vậy :  $x = \sin(10.\pi t - \frac{\pi}{2})$  (cm).  
 $v_0 = A.\omega.\cos \varphi > 0$

#### 4 – Trắc nghiệm Vận dụng :

**Câu 1.** Một vật dao động điều hòa với  $\omega = 5\text{rad/s}$ . Tại VTCB truyền cho vật một vận tốc 1,5 m/s theo chiều dương. Phương trình dao động là:

A.  $x = 0,3\cos(5t + \pi/2)\text{cm}$ . B.  $x = 0,3\cos(5t)\text{cm}$ . C.  $x = 0,3\cos(5t - \pi/2)\text{cm}$ . D.  $x = 0,15\cos(5t)\text{cm}$ .

**Câu 2.** Một vật dao động điều hòa với  $\omega = 10\sqrt{2}\text{ rad/s}$ . Chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc vật có li độ  $x = 2\sqrt{3}\text{ cm}$  và đang về vị trí cân bằng với vận tốc  $0,2\sqrt{2}\text{ m/s}$  theo chiều dương. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Phương trình dao động của vật có dạng

A.  $x = 4\cos(10\sqrt{2}t + \pi/6)\text{cm}$ . B.  $x = 4\cos(10\sqrt{2}t + 2\pi/3)\text{cm}$ .

C.  $x = 4\cos(10\sqrt{2}t - \pi/6)\text{cm}$ . D.  $x = 4\cos(10\sqrt{2}t + \pi/3)\text{cm}$ .

**Câu 3.** Một vật dao động với biên độ 6cm. Lúc  $t = 0$ , con lắc qua vị trí có li độ  $x = 3\sqrt{2}\text{ cm}$  theo chiều dương với gia tốc có độ lớn  $\sqrt{2}/3\text{cm/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là :

A.  $x = 6\cos 9t(\text{cm})$  B.  $x = 6\cos(t/3 - \pi/4)(\text{cm})$ . C.  $x = 6\cos(t/3 + \pi/4)(\text{cm})$ . D.  $x = 6\cos(t/3 + \pi/3)(\text{cm})$ .

**Câu 4.** Một vật có khối lượng  $m = 1\text{kg}$  dao động điều hoà với chu kì  $T = 2\text{s}$ . Vật qua VTCB với vận tốc  $v_0 = 31,4\text{cm/s}$ . Khi  $t = 0$ , vật qua vị trí có li độ  $x = 5\text{cm}$  ngược chiều dương quỹ đạo. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 10\cos(\pi t + 5\pi/6)\text{cm}$ . B.  $x = 10\cos(\pi t + \pi/3)\text{cm}$ . C.  $x = 10\cos(\pi t - \pi/3)\text{cm}$ . D.  $x = 10\cos(\pi t - 5\pi/6)\text{cm}$ .

**Câu 5.** Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ và có độ cứng  $k = 80\text{N/m}$ . Con lắc thực hiện 100 dao động hết 31,4s. Chọn gốc thời gian là lúc quả cầu có li độ 2cm và đang chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ với vận tốc có độ lớn  $40\sqrt{3}\text{ cm/s}$ , thì phương trình dao động của quả cầu là :

A.  $x = 4\cos(20t - \pi/3)\text{cm}$ . B.  $x = 6\cos(20t + \pi/6)\text{cm}$ . C.  $x = 4\cos(20t + \pi/6)\text{cm}$ . D.  $x = 6\cos(20t - \pi/3)\text{cm}$ .

**Câu 6.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng  $m=0,4\text{kg}$   $k=40\text{N/m}$  kéo quả cầu lệch khỏi vị trí cân bằng 8cm rồi thả cho dao động. chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian lúc thả vật. PT dao động của con lắc là:

A.  $x = 8.\cos(10.t + \frac{\pi}{2})(\text{cm})$  B.  $x = 8\cos(20t + \pi)\text{cm}$  C.  $x = 8\cos(20\pi t + \pi)\text{cm}$  D.  $x = 8\cos(20t - \pi)\text{cm}$

**Câu 7:** Một vật dao động điều hòa với tần số góc  $\omega = 10\sqrt{5}\text{ rad/s}$ . Tại thời điểm  $t = 0$  vật có li độ  $x = 2\text{cm}$  và có tốc độ là  $-20\sqrt{15}\text{ cm/s}$ . Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 2\cos(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{6})\text{cm}$  B.  $x = 2\cos(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{6})\text{cm}$

C.  $x = 4\cos(10\sqrt{5}t - \frac{5\pi}{6})\text{cm}$  D.  $x = 4\cos(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{3})\text{cm}$

**Câu 8: (ĐH 2013)** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5 cm, chu kì 2 s. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật đi qua cân bằng O theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 5\cos(\pi t - \frac{\pi}{2})(\text{cm})$  B.  $x = 5\cos(2\pi t - \frac{\pi}{2})(\text{cm})$  C.  $x = 5\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})(\text{cm})$  D.  $x = 5\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

**Giải 1:**  $A = 5\text{cm}$ ;  $\omega = 2\pi/T = 2\pi/2 = \pi\text{ rad/s}$ .

Khi  $t = 0$  vật đi qua cân bằng O theo chiều dương:  $x=0$  và  $v>0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = -\pi/2$ . **Chọn A.**

**Giải 2:** Dùng máy tính Fx570ES: Mode 2 ; Shift mode 4: Nhập:  $-5i = \text{shift } 2 \ 3 =$  kết quả  $5 \angle -\pi/2$ .

**Dạng 3— Xác định trạng thái dao động của vật ở thời điểm t hoặc t' = t + Δt****1 – Kiến thức cần nhớ :**

- Trạng thái dao động của vật ở thời điểm t : 
$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$
- Hệ thức độc lập :  $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}$
- Công thức :  $a = -\omega^2 x$
- Chuyển động nhanh dần nếu  $v \cdot a > 0$       – Chuyển động chậm dần nếu  $v \cdot a < 0$

**2 – Phương pháp :**

\* Các bước giải bài toán tìm li độ, vận tốc dao động ở thời điểm t

- Cách 1 : **Thay t vào các phương trình :** 
$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow x, v, a \text{ tại } t.$$

- Cách 2 : **Sử dụng công thức :** 
$$A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \Rightarrow x_1 = \pm \sqrt{A^2 - \frac{v_1^2}{\omega^2}}$$
  

$$A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \Rightarrow v_1 = \pm \omega \sqrt{A^2 - x_1^2}$$

\* Các bước giải bài toán tìm li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm t một khoảng thời gian Δt.

- Biết tại thời điểm t vật có li độ  $x = x_0$ .
- Từ phương trình dao động điều hoà :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  cho  $x = x_0$
- Lấy nghiệm :  $\omega t + \varphi = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  ứng với x đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì  $v < 0$ )  
 hoặc  $\omega t + \varphi = -\alpha$  ứng với x đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương)
- Li độ và vận tốc dao động sau (trước) thời điểm đó Δt giây là :

$$\begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t + \alpha) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t - \alpha) \end{cases}$$

**3 – Bài tập :**

**Câu 1.** Một vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 2 \cos(2\pi t - \pi/6)$  (cm, s) Li độ và vận tốc của vật lúc  $t = 0,25$ s là :

- A. 1cm ;  $\pm 2\sqrt{3}\pi$  (cm/s).      B. 1,5cm ;  $\pm \pi\sqrt{3}$  (cm/s).      C. 0,5cm ;  $\pm \sqrt{3}$  cm/s.      D. 1cm ;  $\pm \pi$  cm/s.

**HD :** Từ phương trình  $x = 2 \cos(2\pi t - \pi/6)$  (cm, s)  $\Rightarrow v = -4\pi \sin(2\pi t - \pi/6)$  cm/s.

Thay  $t = 0,25$ s vào phương trình x và v, ta được :  $x = 1$ cm,  $v = \pm 2\sqrt{3}$  (cm/s)

**Chọn : A.**

**Câu 2.** Một vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 5 \cos(20t - \pi/2)$  (cm, s). Vận tốc cực đại và gia tốc cực đại của vật là :

- A. 10m/s ; 200m/s<sup>2</sup>.      B. 10m/s ; 2m/s<sup>2</sup>.      C. 100m/s ; 200m/s<sup>2</sup>.      D. 1m/s ; 20m/s<sup>2</sup>.

**HD :** Áp dụng :  $|v_{\max}| = \omega A$  và  $|a_{\max}| = \omega^2 A$

**Chọn : D**

**Câu 3.** Vật dao động điều hoà theo phương trình :  $x = 10 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})$  cm. Biết li độ của vật tại thời điểm t là 4cm.

Li độ của vật tại thời điểm sau đó 0,25s là :

**HD :** – Tại thời điểm t :  $4 = 10 \cos(4\pi t + \pi/8)$  cm. Đặt :  $(4\pi t + \pi/8) = \alpha \Rightarrow 4 = 10 \cos \alpha$

– Tại thời điểm  $t + 0,25$ :  $x = 10 \cos[4\pi(t + 0,25) + \pi/8] = 10 \cos(4\pi t + \pi/8 + \pi) = -10 \cos(4\pi t + \pi/8) = -4$ cm.

– Vậy :  $x = -4$ cm

**Câu 4:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 3 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$ , trong đó x tính bằng cm, t tính bằng giây.

Gốc thời gian đã được chọn lúc vật có trạng thái chuyển động như thế nào?

E. Đi qua Vị trí có li độ  $x = -1,5$  cm và đang chuyển động theo chiều dương trục Ox

F. Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5 \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều âm của trục  $Ox$

G. Đi qua vị trí có li độ  $x = 1,5 \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương trục  $Ox$

H. Đi qua vị trí có li độ  $x = -1,5 \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều âm trục  $Ox$

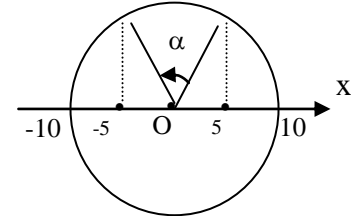
$$\text{HD: } \begin{cases} x_0 = 3 \cos\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 1,5 \text{ cm} \\ v_0 = x' = -6\pi \sin\left(2\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}\pi \text{ cm/s} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

**Câu 5:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 10 \text{ cm}$ , chu kì  $T$ . Vào một thời điểm  $t$ , vật đi qua li độ  $x = 5 \text{ cm}$  theo chiều âm. Vào thời điểm  $t + T/6$ , li độ của vật là

- A.  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  B.  $5 \text{ cm}$  C.  $-5\sqrt{3} \text{ cm}$  D.  $-5 \text{ cm}$

**Giải:** Ở thời điểm  $t$ :  $x_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $v < 0$

$$t + T/6 : \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_2 = -5 \text{ cm}$$



**Câu 6:** Một chất điểm dao động dọc theo trục  $Ox$ . Phương trình dao động là  $x = 10 \cos(2\pi t + \pi/3) \text{ (cm)}$ . Tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = 6 \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương sau đó  $0,25 \text{ s}$  thì vật có li độ là :

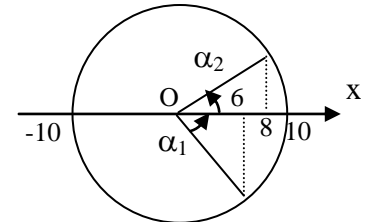
- A.  $6 \text{ cm}$  B.  $8 \text{ cm}$  C.  $-6 \text{ cm}$  D.  $-8 \text{ cm}$

**Giải:** Ở thời điểm  $t_1$ :  $x_1 = 6 \text{ cm}$ ,  $v > 0$

$$T = 1 \text{ s} \Rightarrow 0,25 \text{ s} = T/4$$

$$\Rightarrow \text{ở thời điểm } t_2 = t_1 + 0,25 \text{ s} : \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_1 = \cos \alpha_2 \Rightarrow x_2 = 8 \text{ cm}$$



**Câu 7:** Một chất điểm M chuyển động với tốc độ  $0,75 \text{ m/s}$  trên đường tròn có đường kính bằng  $0,5 \text{ m}$ . Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hoà. Tại  $t = 0 \text{ s}$ , M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Khi  $t = 8 \text{ s}$  hình chiếu M' qua li độ

- A.  $-10,17 \text{ cm}$  theo chiều dương B.  $-10,17 \text{ cm}$  theo chiều âm  
C.  $22,64 \text{ cm}$  theo chiều dương D.  $22,64 \text{ cm}$  theo chiều âm

**Giải:**

\* Với chất điểm M :  $v = \omega R = \omega A \Rightarrow \omega = 3 \text{ rad/s}$  ( $A = 25 \text{ cm}$ )

\* Với M' :  $x = 25 \cos(3t + \pi/2)$ . +  $t = 8 \text{ s} \Rightarrow x = 22,64 \text{ cm}$  và  $v < 0 \Rightarrow$  **Đáp án D**

**Câu 8:** Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình:  $x = 20 \cos(\pi t - \frac{5\pi}{6}) \text{ cm}$ . Tại thời điểm  $t_1$  gia tốc của chất

điểm có giá trị cực tiểu. Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \Delta t$  (trong đó  $t_2 < 2013T$ ) thì tốc độ của chất điểm là  $10\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .

Giá trị lớn nhất của  $\Delta t$  là

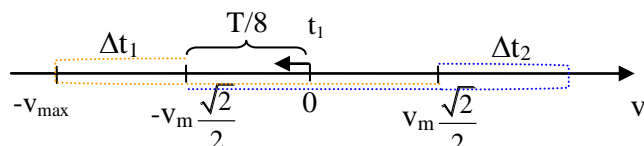
- A.  $4024,75 \text{ s}$ . B.  $4024,25 \text{ s}$ . C.  $4025,25 \text{ s}$ . D.  $4025,75 \text{ s}$ .

**GIẢI:** + Tại thời điểm  $t_1$  :  $a_{\min} = -20\pi^2 \text{ cm/s}^2$  khi  $\cos(\pi t - \frac{5\pi}{6}) = 1 \Rightarrow t_1 = 5/6 \text{ s}$  và  $v = 0$

$$+ \text{ Ở thời điểm } t_2 : v = \pm 10\pi\sqrt{2} = \pm v_{\max} \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta t_1 = T/8 + kT/2 \text{ và } \Delta t_2 = T/4 + T/8 + kT/2$$

+ Giá trị lớn nhất của  $\Delta t$  ứng với  $\Delta t_2$

$$t_2 = 5/6 + T/4 + T/8 + kT/2 < 2013T \Rightarrow k < 4024,4 \Rightarrow k_{\max} = 4024 \Rightarrow \Delta t_2 = T/4 + T/8 + 4024 \cdot T/2 = 40245,75 \text{ s}$$



**4- Trắc nghiệm :**

**Câu 1.** Một vật dao động điều hòa với phương trình :  $x = 4\cos(20\pi t + \pi/6)$  cm. Chọn kết quả đúng :

- A. lúc  $t = 0$ , li độ của vật là  $-2$ cm. B. lúc  $t = 1/20$ (s), li độ của vật là 2cm.  
C. lúc  $t = 0$ , vận tốc của vật là 80cm/s. D. lúc  $t = 1/20$ (s), vận tốc của vật là  $-125,6$ cm/s.

**Câu 2.** Một chất điểm dao động với phương trình :  $x = 3\sqrt{2}\cos(10\pi t - \pi/6)$  cm. Ở thời điểm  $t = 1/60$ (s) vận tốc và gia tốc của vật có giá trị nào sau đây ?

- A. 0cm/s ;  $300\pi^2\sqrt{2}$  cm/s<sup>2</sup>. B.  $-300\sqrt{2}$  cm/s ; 0cm/s<sup>2</sup>. C. 0cm/s ;  $-300\sqrt{2}$  cm/s<sup>2</sup>. D.  $300\sqrt{2}$  cm/s ;  $300\pi^2\sqrt{2}$  cm/s<sup>2</sup>

**Câu 3.** Chất điểm dao động điều hòa với phương trình :  $x = 6\cos(10t - 3\pi/2)$ cm. Li độ của chất điểm khi pha dao động bằng  $2\pi/3$  là :

- A. 30cm. B. 32cm. C.  $-3$ cm. D.  $-40$ cm.

**Câu 4.** Một vật dao động điều hòa có phương trình :  $x = 5\cos(2\pi t - \pi/6)$  (cm, s). Lấy  $\pi^2 = 10$ ,  $\pi = 3,14$ . Vận tốc của vật khi có li độ  $x = 3$ cm là :

- A. 25,12(cm/s). B.  $\pm 25,12$ (cm/s). C.  $\pm 12,56$ (cm/s). D. 12,56(cm/s).

**Câu 5.** Một vật dao động điều hòa có phương trình :  $x = 5\cos(2\pi t - \pi/6)$  (cm, s). Lấy  $\pi^2 = 10$ ,  $\pi = 3,14$ . Gia tốc của vật khi có li độ  $x = 3$ cm là :

- A.  $-12$ (m/s<sup>2</sup>). B.  $-120$ (cm/s<sup>2</sup>). C. 1,20(cm/s<sup>2</sup>). D. 12(cm/s<sup>2</sup>).

**Câu 6.** Một vật dao động điều hòa theo phương trình :  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})$ cm. Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là  $-6$ cm, li độ của vật tại thời điểm  $t' = t + 0,125$ (s) là :

- A. 5cm. B. 8cm. C.  $-8$ cm. D.  $-5$ cm.

**Câu 7.** Vật dao động điều hòa theo phương trình :  $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{8})$ cm. Biết li độ của vật tại thời điểm  $t$  là 5cm, li độ của vật tại thời điểm  $t' = t + 0,3125$ (s).

- A. 2,588cm. B. 2,6cm. C.  $-2,588$ cm. D.  $-2,6$ cm.

**Câu 8.** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x=6\cos(4\pi t+\pi/2)$ cm, toạ độ của vật tại thời điểm  $t = 10$ s là.

- A.  $x = 3$ cm B.  $x = 0$  C.  $x = -3$ cm D.  $x = -6$ cm

**Câu 9.** Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình  $x=5\cos(2\pi t)$  cm, toạ độ của chất điểm tại thời điểm  $t = 1,5$ s là.

- A.  $x = 1,5$ cm B.  $x = -5$ cm C.  $x = 5$ cm D.  $x = 0$ cm

**Câu 10.** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x=6\cos(4\pi t + \pi/2)$ cm, vận tốc của vật tại thời điểm  $t = 7,5$ s là.

- A.  $v = 0$  B.  $v = 75,4$ cm/s C.  $v = -75,4$ cm/s D.  $V = 6$ cm/s.

**Câu 11.** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 6\cos(4\pi t + \pi/2)$ cm, gia tốc của vật tại thời điểm  $t = 5$ s là

- A.  $a = 0$  B.  $a = 947,5$  cm/s<sup>2</sup>. C.  $a = -947,5$  cm/s<sup>2</sup> D.  $a = 947,5$  cm/s.

**Câu 12:** Một vật nhỏ dao động điều hòa với chu kỳ  $T=1$ s. Tại thời điểm  $t_1$  nào đó, li độ của vật là  $-2$ cm. Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + 0,25$ s, vận tốc của vật có giá trị :

- A:  $4\pi$  cm/s B:  $-2\pi$  m/s C:  $2\pi$  cm/s D:  $-4\pi$  m/s

**Giải:** Giả sử phương trình dao động của vật có dạng  $x = A\cos \frac{2\pi}{T} t$  (cm)

$$x_1 = A\cos \frac{2\pi}{T} t_1 \text{ (cm)}$$

$$x_2 = A\cos \frac{2\pi}{T} t_2 = A\cos \frac{2\pi}{T} (t_1 + \frac{T}{4}) = A\cos(\frac{2\pi}{T} t_1 + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)} = -A\sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

$$v_2 = x'_2 = -\frac{2\pi}{T} A\sin(\frac{2\pi}{T} t_1 + \frac{\pi}{2}) = -\frac{2\pi}{T} A\cos \frac{2\pi}{T} t_1 = 4\pi \text{ (cm/s). Chọn A}$$

**Dạng 4 – Xác định thời điểm, số lần vật đi qua li độ  $x_0$  – vận tốc vật đạt giá trị  $v_0$** **1 – Kiến thức cần nhớ :**

- Phương trình dao động có dạng :  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm
- Phương trình vận tốc có dạng :  $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$  cm/s.

**2 – Phương pháp :****a – Khi vật qua li độ  $x_0$  thì :**

$$x_0 = A\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x_0}{A} = \cos b \Rightarrow \omega t + \varphi = \pm b + k2\pi$$

$$* t_1 = \frac{b - \varphi}{\omega} + \frac{k2\pi}{\omega} \text{ (s) với } k \in \mathbb{N} \text{ khi } b - \varphi > 0 \text{ (} v < 0 \text{) vật qua } x_0 \text{ theo chiều âm}$$

$$* t_2 = \frac{-b - \varphi}{\omega} + \frac{k2\pi}{\omega} \text{ (s) với } k \in \mathbb{N}^* \text{ khi } -b - \varphi < 0 \text{ (} v > 0 \text{) vật qua } x_0 \text{ theo chiều dương}$$

kết hợp với điều kiện của bài toán ta loại bớt đi một nghiệm

**Lưu ý : Ta có thể dựa vào “ mối liên hệ giữa ĐDDH và CĐTD ”. Thông qua các bước sau**

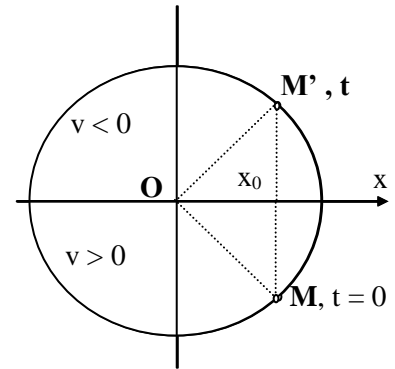
\* Bước 1 : Vẽ đường tròn có bán kính  $R = A$  (biên độ) và trục  $Ox$  nằm ngang

\* Bước 2 : – Xác định vị trí vật lúc  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$

– Xác định vị trí vật lúc  $t$  ( $x_t$  đã biết)

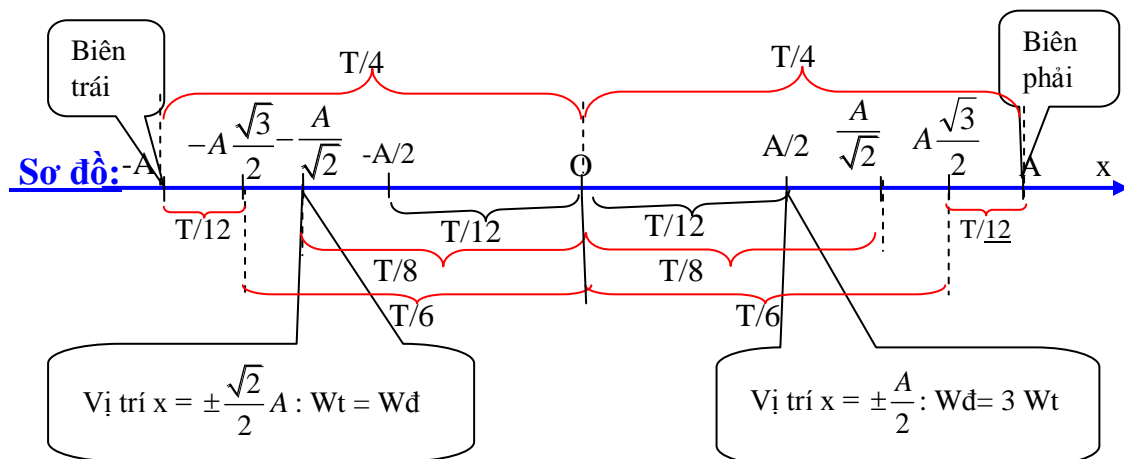
\* Bước 3 : Xác định góc quét  $\Delta\varphi = \text{MOM}' = ?$

$$* \text{Bước 4 : } \begin{cases} T \rightarrow 360^\circ \\ t = ? \rightarrow \Delta\varphi \end{cases} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{360^\circ} T$$

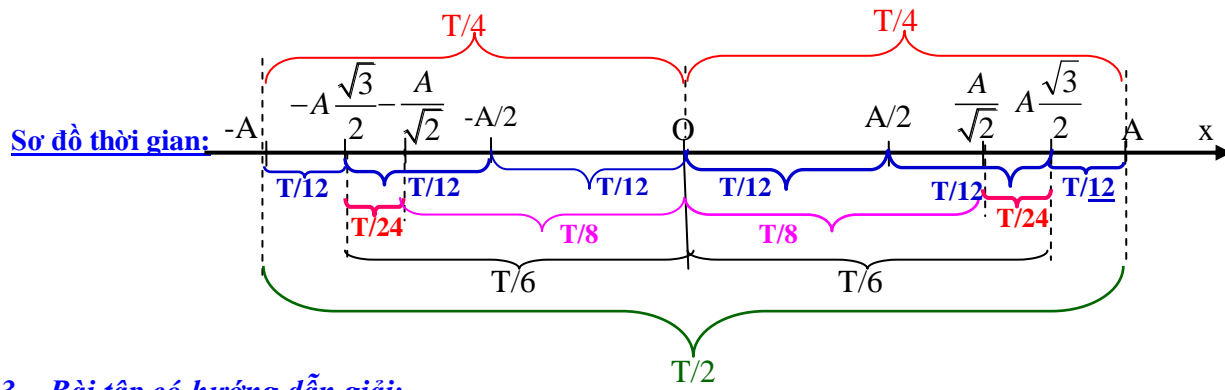
**b – Khi vật đạt vận tốc  $v_0$  thì :**

$$v_0 = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{v_0}{A\omega} = \sin b \Rightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = b + k2\pi \\ \omega t + \varphi = (\pi - b) + k2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{b - \varphi}{\omega} + \frac{k2\pi}{\omega} \\ t_2 = \frac{\pi - b - \varphi}{\omega} + \frac{k2\pi}{\omega} \end{cases} \quad \text{với } k \in \mathbb{N} \text{ khi } \begin{cases} b - \varphi > 0 \\ \pi - b - \varphi > 0 \end{cases} \text{ và } k \in \mathbb{N}^* \text{ khi } \begin{cases} b - \varphi < 0 \\ \pi - b - \varphi < 0 \end{cases}$$

**c. Sơ đồ phân bố thời gian chuyển động của vật trên quỹ đạo dao động (cho kết quả nhanh hơn)**

- Dùng sơ đồ này có thể giải nhanh về thời gian chuyển động, quãng đường đi được trong thời gian  $\Delta t$ , quãng đường đi tối đa, tối thiểu....
- Có thể áp dụng được cho dao động điện, dao động điện từ.
- Khi áp dụng cần có kỹ năng biến đổi thời gian để cho  $\Delta t$  liên hệ với chu kỳ  $T$ . và chú ý chúng đối xứng nhau qua gốc tọa độ.



### 3 – Bài tập có hướng dẫn giải:

**Câu 1.** Một vật dao động điều hoà có phương trình  $x = 8\cos(2\pi t)$  cm. Thời điểm thứ nhất vật đi qua vị trí cân bằng là :

A)  $\frac{1}{4}$  s.

B)  $\frac{1}{2}$  s

C)  $\frac{1}{6}$  s

D)  $\frac{1}{3}$  s

**Giải:** Chọn A

**Cách 1 :** Vật qua VTCB:  $x = 0 \Rightarrow 2\pi t = \pi/2 + k2\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + k$  với  $k \in \mathbb{N}$

Thời điểm thứ nhất ứng với  $k = 0 \Rightarrow t = 1/4$  (s)

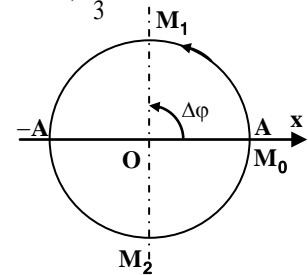
**Cách 2 :** Sử dụng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐĐ.

B1 – Vẽ đường tròn (hình vẽ)

B2 – Lúc  $t = 0$  :  $x_0 = 8\text{cm}$  ;  $v_0 = 0$  (Vật đi ngược chiều + từ vị trí biên dương)

B3 – Vật đi qua VTCB  $x = 0$ ,  $v < 0$

B4 – Vật đi qua VTCB, ứng với vật chuyển động tròn đều qua  $M_0$  và  $M_1$ . Vì  $\varphi = 0$ , vật xuất phát từ  $M_0$  nên thời điểm thứ nhất vật qua VTCB ứng với vật qua  $M_1$ . Khi đó bán kính quét 1 góc  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{360^\circ} T = \frac{1}{4}$  s.



Hình 1

**Câu 2:** Cho một vật dao động điều hòa có phương trình chuyển động  $x = 10\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (cm). Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên vào thời điểm:

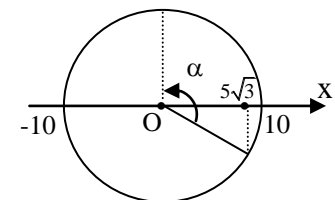
A.  $1/3$  (s)

B.  $1/6$  (s)

C.  $2/3$  (s)

D.  $1/12$  (s)

**Giải :**  $t = 0$  :  $x = 5\sqrt{3}\text{cm}$  ,  $v > 0$  ;  $\alpha = \frac{2\pi}{3} = 2\pi t \Rightarrow t = \frac{1}{3}$  s



**Câu 3.** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$  (cm). Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4\text{cm}$  lần thứ 2013 kể từ thời điểm bắt đầu dao động là :

A.  $\frac{6037}{30}$  (s).

B.  $\frac{6370}{30}$  (s)

C.  $\frac{6730}{30}$  (s)

D.  $\frac{603,7}{30}$  (s)

**Giải :**

**Cách 1 :**  $x = 4 \Rightarrow \begin{cases} 10\pi t = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 10\pi t = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{30} + \frac{k}{5} & k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{30} + \frac{k}{5} & k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

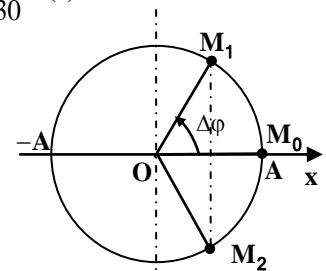
Vật qua lần thứ 2013 (lẻ) ứng với vị trí  $M_1$ :  $v < 0 \Rightarrow \sin > 0$ , ta chọn nghiệm trên

với  $k = \frac{2013-1}{2} = 1006 \Rightarrow t = \frac{1}{30} + \frac{1006}{5} = \frac{6037}{30}$  s. **Chọn : A**

**Cách 2 :** – Lúc  $t = 0$  :  $x_0 = 8\text{cm}$ ,  $v_0 = 0$

– Vật qua  $x = 4\text{cm}$  là qua  $M_1$  và  $M_2$ . Vật quay 1 vòng (1 chu kỳ) qua  $x = 4\text{cm}$  là 2 lần. Qua lần thứ 2013 thì

phải quay 1006 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_1$ . Góc quét  $\Delta\varphi = 1006.2\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = (1006 + \frac{1}{6}).0,2 = \frac{6037}{30}$  s. **Chọn : A**



Hình 3



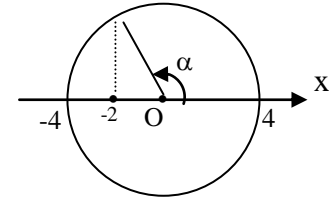
**Câu 4: (ĐH – 2011)** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4 \cos \frac{2\pi}{3}t$  (x tính bằng cm ; t tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2$  cm lần thứ 2011 tại thời điểm

- A. 3015 s. B. 6030 s. C. 3016 s. D. 6031 s.

**Giải :**  $t = 0 : x = 4 \text{ cm}, v < 0$

Vị trí  $x = -2$  cm thứ 1 :  $\alpha = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}t \Rightarrow t = 1s$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 3s$ . Một chu kì qua  $x = -2 \text{ cm} : 2$  lần. Lần thứ 2011 ứng với  $t = 1 + 1005 \times 3 = 3016s$



**Câu 5.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 2011 vật qua vị trí  $x = 2$  cm.

- A)  $\frac{12061}{24} s$  B)  $\frac{12049}{24} s$  C)  $\frac{12025}{24} s$  D) Đáp án khác

**Giải Cách 1:**  $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

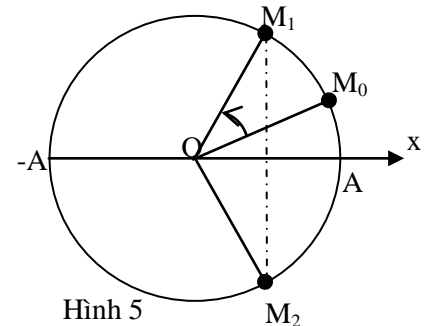
Vật qua lần thứ 2011(lẻ) ứng với nghiệm trên  $k = \frac{2011-1}{2} = 1005$

$\Rightarrow t = \frac{1}{24} + 502,5 = \frac{12061}{24} s \rightarrow$  **Chọn : A**

**Giải Cách 2:** Vật qua  $x = 2$  là qua  $M_1$  và  $M_2$ . Vật quay 1 vòng (1 chu kỳ) qua  $x = 2$  là 2 lần.

Qua lần thứ 2011 thì phải quay 1005 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_1$ . (Hình 5)

Góc quét  $\Delta\varphi = 1005.2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 502,5 + \frac{1}{24} = \frac{12061}{24} s$  **Chọn : A**



Hình 5

**Câu 6:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 2013 vật qua vị trí  $x = 2$  cm là (không xét theo chiều):

- A)  $\frac{12073}{24} s$  B)  $\frac{12061}{24} s$  C)  $\frac{24157}{24} s$  D) Đáp án khác

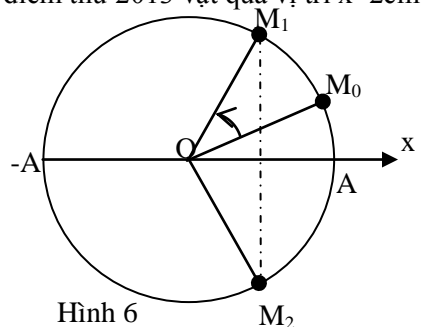
**Giải Cách 1:**  $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2} \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Vật qua lần thứ 2013(lẻ) ứng với nghiệm trên  $k = \frac{2013-1}{2} = 1006 \Rightarrow t = \frac{1}{24} + 503 = \frac{12073}{24} s \rightarrow$  **Đáp án A**

**Giải Cách 2:** Vật qua  $x = 2$  là qua  $M_1$  và  $M_2$ . Vật quay 1 vòng (1 chu kỳ) qua  $x = 2$  là 2 lần.

Qua lần thứ 2013 thì phải quay 1006 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_1$ . (Hình 6 : góc  $M_0OM_1 = \pi/6$ )

Góc quét :  $\Delta\varphi = 1006.2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 503 + \frac{1}{24} = \frac{12073}{24} s$  **Đáp án A**



Hình 6

**Câu 7:** Một dao động điều hoà với  $x = 8 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm thứ 2014 vật qua vị trí có vận tốc  $v = -8\pi$  cm/s.

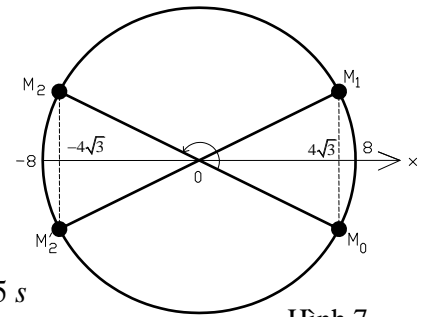
- A) 1006,5s B) 1005,5s C) 2014 s D) 1007s

**Bài giải:**

**Cách 1:** Ta có  $v = -16\pi \sin(2\pi t - \frac{\pi}{6}) = -8\pi$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2\pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{6} + k \\ t = \frac{1}{2} + k \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}$$

Thời điểm thứ 2012 ứng với nghiệm  $k = \frac{2014}{2} - 1 = 1006 \Rightarrow t = 1006 + \frac{1}{2} = 1006,5 \text{ s}$



Hình 7

**Cách 2:** Ta có  $x = \sqrt{A^2 - (\frac{v}{\omega})^2} = \pm 4\sqrt{3} \text{ cm}$ . Vì  $v < 0$  nên vật qua  $M_1$  và  $M_2$ . Qua lần thứ 2014 thì phải quay 1006 vòng rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_2$ . Góc quét  $\Delta\phi = 1006.2\pi + \pi \Rightarrow t = 1006,5 \text{ s}$ . (Hình 7)

**Câu 8.** Một chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox có vận tốc bằng 0 tại hai thời điểm liên tiếp  $t_1 = 1,75 \text{ s}$  và  $t_2 = 2,5 \text{ s}$ , tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là  $16 \text{ cm/s}$ . Toạ độ chất điểm tại thời điểm  $t = 0$  là

- A. -8 cm      B. -4 cm      C. 0 cm      D. -3 cm

**Giải:** Giả sử tại thời điểm  $t_0 = 0$ ;  $t_1$  và  $t_2$  chất điểm ở các vị trí  $M_0$ ;  $M_1$  và  $M_2$ ; từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  chất điểm CD theo chiều dương.

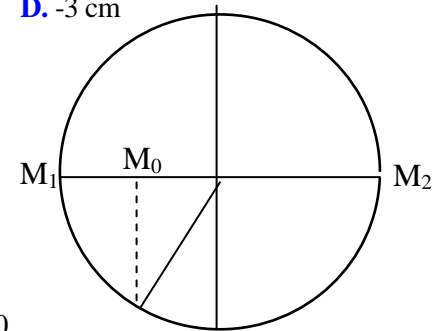
Chất điểm có vận tốc bằng 0 tại các vị trí biên

Chu kỳ  $T = 2(t_2 - t_1) = 1,5 \text{ (s)}$

$v_{tb} = 16 \text{ cm/s}$ . Suy ra  $M_1 M_2 = 2A = v_{tb} (t_2 - t_1) = 12 \text{ cm}$

Do đó  $A = 6 \text{ cm}$ . Từ  $t_0 = 0$  đến  $t_1$ :  $t_1 = 1,5 \text{ s} + 0,25 \text{ s} = T + \frac{1}{6}T$

Vì vậy khi chất điểm ở  $M_0$ , chất điểm CD theo chiều âm, đến vị trí biên âm, trong  $t = T/6$  đi được quãng đường  $A/2$ . Do vậy tọa độ chất điểm ở thời điểm  $t = 0$  là  $x_0 = -A/2 = -3 \text{ cm}$ . **Chọn D**



**Câu 9:** Một vật dao động có phương trình là  $x = 3 \cos(5\pi t - \frac{2\pi}{3}) + 1 \text{ (cm)}$ . Trong giây đầu tiên vật đi qua vị trí có tọa độ là  $x=1 \text{ cm}$  mấy lần?

- A. 2 lần      B. 3 lần      C. 4 lần      D. 5 lần

**Giải:** Vật dao động hòa quanh vị trí  $x=1 \text{ cm}$

$$\text{Ta có: } \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{2\pi} 5\pi = \frac{5}{2} \rightarrow \Delta t = 2,5T = 2T + \frac{T}{2}; \text{ Ở thời điểm } t=0 \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \text{ cm} \\ v > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Trong 2 chu kỳ vật qua vị trí  $x=1 \text{ cm}$  được 4 lần (mỗi chu kỳ qua 2 lần)

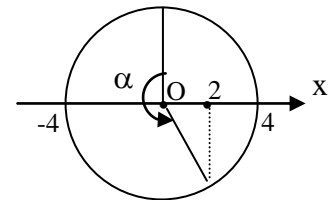
Trong nửa chu kỳ tiếp theo vật qua  $x=1 \text{ cm}$  thêm 1 lần nữa.

**Câu 10:** Một chất điểm dao động điều hoà với phương trình  $x = 4 \cos(2\pi t + \pi/2) \text{ cm}$ . Thời gian từ lúc bắt đầu dao động đến lúc đi qua vị trí  $x = 2 \text{ cm}$  theo chiều dương của trục tọa độ lần thứ 1 là

- A. 0,917s.      B. 0,583s.      C. 0,833s.      D. 0,672s.

**Giải:**  $t = 0 : x = 0, v < 0$

$$x = 2 \text{ cm}, v > 0 \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{6} = 2\pi t \Rightarrow t = \frac{7}{12} \text{ s}$$



**Câu 11:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}$ . Tìm thời điểm:

a. Vật qua tọa độ  $x^* = -2,5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2013.

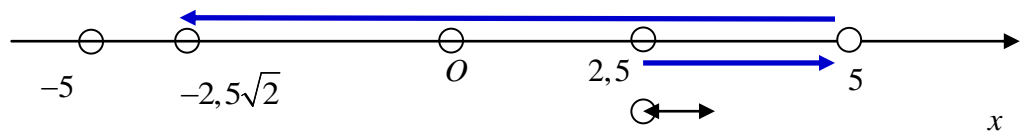
b. Vật qua tọa độ  $x^* = -2,5\sqrt{2} \text{ cm}$  theo chiều dương lần thứ 2014.

**Giải:**

a: vật qua tọa độ  $x^* = -2,5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2013.

Vì 2013 là số lẻ nên ta có:  $t_{2013} = t_1 + \frac{2013-1}{2}T$ . Với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ

$x^* = -2,5\sqrt{2}\text{cm}$  lần thứ nhất. ( lần 1)



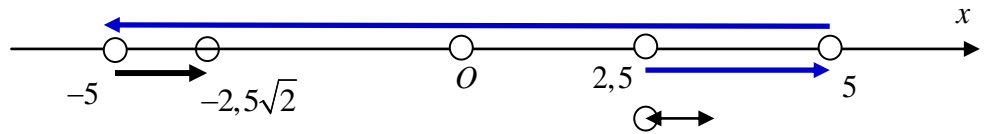
Theo hình vẽ ta có

$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}; \text{ Vậy } t_{2013} = \frac{7T}{12} + 1006T = \frac{12079T}{12} = \frac{12079}{24} = 503,29s$$

**b:** vật qua  $x^* = -2,5\sqrt{2}\text{cm}$  theo chiều dương lần thứ 2014

Ta có:  $t_{2014} = t_1 + (2014-1)T$  với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ  $x^* = -2,5\sqrt{2}\text{cm}$  vật đang chuyển động theo chiều dương lần thứ nhất. ( lần 1)

Theo hình vẽ ta có



$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{3T}{4}$$

$$\text{Vậy } t_{2014} = \frac{3T}{4} + 2013T = \frac{8055T}{8} = 1006,875s$$

**Câu 12:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x=8\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$  cm.

Thời điểm thứ nhất vật qua vị trí có động năng bằng thế năng.

- A)  $\frac{1}{8}s$     **B)  $\frac{1}{24}s$**     C)  $\frac{5}{8}s$     D)  $1,5s$

**Giải Cách 1:**  $W_d = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(2\pi t - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(2\pi t - \frac{\pi}{3})$

$$\Rightarrow \cos(4\pi t - \frac{2\pi}{3}) = 0 \Rightarrow 4\pi t - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow t = \frac{7}{24} + \frac{k}{4} \quad k \in [-1; \infty)$$

Thời điểm thứ nhất ứng với  $k = -1 \Rightarrow t = 1/24 s$

**Giải Cách 2:**  $W_d = W_t \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow$  có 4 vị trí  $M_1, M_2, M_3, M_4$  trên đường tròn.

Thời điểm đầu tiên vật qua vị trí  $W_d = W_t$  ứng với vật đi từ  $M_0$  đến  $M_4$  .(Hình 12)

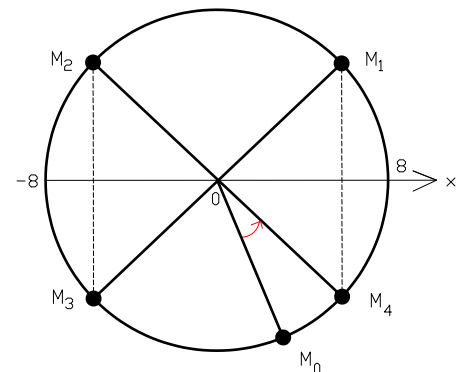
$$\text{Góc quét: } \Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{1}{24} s$$

**Câu 13:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x=8\cos(\pi t - \frac{\pi}{4})$  cm.

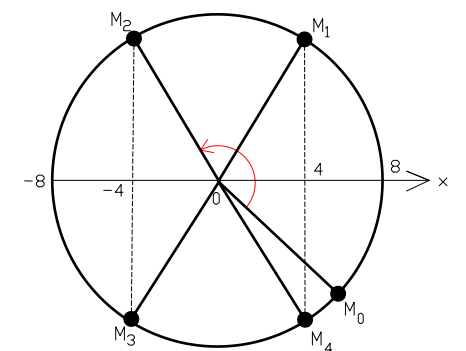
Thời điểm thứ 2010 vật qua vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng?

**Giải Cách 1:**  $W_d = 3W_t \Rightarrow \sin^2(\pi t - \frac{\pi}{4}) = 3\cos^2(\pi t - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2\pi t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} 2\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{12} + k \quad k \in \mathbb{N} \\ t = -\frac{1}{12} + k \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$



Hình 12



Hình 13

Qua lần thứ 2010 ứng với nghiệm dưới  $k = 1005 \Rightarrow t = \frac{12059}{12} s$

**Giải Cách 2:**  $W_d = 3W_t \Rightarrow W_t = \frac{1}{4} W \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow$  có 4 vị trí trên đường tròn  $M_1, M_2, M_3, M_4$ .

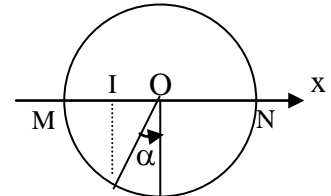
Qua lần thứ 2010 thì phải quay 502 vòng (mỗi vòng qua 4 lần) rồi đi từ  $M_0$  đến  $M_2$ . (Hình 13)

Góc quét  $\Delta\varphi = 502.2\pi + \pi - (\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) = 1004\pi + \frac{11\pi}{12} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = 1004 + \frac{11}{12} = \frac{12059}{12} s$

**Câu 14:** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T$ , trên một đoạn thẳng, giữa hai điểm biên  $M$  và  $N$ . Chọn chiều dương từ  $M$  đến  $N$ , gốc tọa độ tại vị trí cân bằng  $O$ , mốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật đi qua trung điểm  $I$  của đoạn  $MO$  theo chiều dương. Gia tốc của vật bằng không lần thứ nhất vào thời điểm

- A.  $t = T/6$ . B.  $t = T/3$ . C.  $t = T/12$ . D.  $t = T/4$ .

**Giải:**  $\alpha = \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow t = \frac{T}{12}$

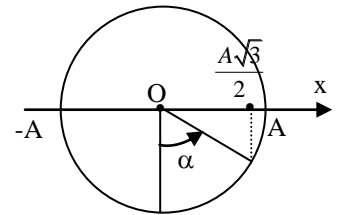


**Câu 15:** Một vật dao động điều hoà với phương trình dao động  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Cho biết trong khoảng thời gian

$1/60$  giây đầu tiên vật đi từ vị trí cân bằng  $x_0 = 0$  đến  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều dương và tại điểm cách vị trí cân bằng  $2\text{cm}$

vật có vận tốc là  $40\pi\sqrt{3}\text{cm/s}$ . Tần số góc  $\omega$  và biên độ  $A$  của dao động là

- A.  $\omega = 2\pi\text{rad/s}; A = 4\text{cm}$ . B.  $\omega = 20\text{rad/s}; A = 40\text{cm}$ .  
C.  $\omega = 20\pi\text{rad/s}; A = 16\text{cm}$  D.  $\omega = 20\pi\text{rad/s}; A = 4\text{cm}$ .



**Giải:**  $\alpha = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow T = 6t = \frac{1}{10} s \Rightarrow \omega = 20\pi(\text{rad/s})$   $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 4\text{cm}$

**Câu 16(ĐH- 2009):** Một con lắc lò xo vật nhỏ có khối lượng  $50\text{g}$ . Con lắc dao động điều hòa trên trục nằm ngang với phương trình  $x = A\cos\omega t$ . cứ sau những khoảng thời gian  $0,05\text{s}$  thì động năng và thế năng của vật lại bằng nhau. Lấy  $\pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Lò xo của con lắc có độ cứng bằng

**Giải:** Theo sơ đồ trên thì cứ sau những khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} = \frac{T}{4}$  vật sẽ đi đến vị trí mà có động năng bằng thế năng. Vậy  $\frac{1}{4}T = 0,05\text{s} \Rightarrow T = 0,2\text{s}$  từ đây suy ra  $k = 50\text{N/m}$

**Câu 17:** Một vật dao động điều hoà, nếu tại một thời điểm  $t$  nào đó vật có động năng bằng  $1/3$  thế năng và động năng đang giảm dần thì  $0,5\text{ s}$  ngay sau đó động năng lại gấp 3 lần thế năng. Hỏi bao lâu sau thời điểm  $t$  thì vật có động năng cực đại?

- A.  $1\text{ s}$ . B.  $2\text{ s}$ . C.  $2/3\text{ s}$ . D.  $3/4\text{ s}$ .

**Giải:** dùng công thức ĐLBT cơ năng  $W = W_d + W_t = 4W_t / 3 \Rightarrow kA^2/2 = (4/3) kx^2/2$

$\Rightarrow x = \pm A\sqrt{3}/2 \Rightarrow$  đề cho động năng đang giảm  $\Rightarrow$  vật đang đi về biên và thế năng tăng

$\Rightarrow x_1 = A\sqrt{3}/2 = A\cos\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = -\pi/6$

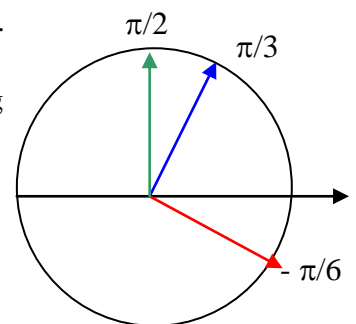
$\Rightarrow$  ở thời điểm ngay sau đó  $W_d = 3W_t \Rightarrow 4W_t = W$

$\Rightarrow x_2 = A/2 = A\cos\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \pi/3 \Rightarrow$  Góc quay  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \pi/2$

$\Rightarrow$  khi vật có động năng cực đại trong thời gian ngắn nhất

$\Rightarrow$  khi vật đi qua vị trí cân bằng  $\Rightarrow$  góc quay  $\alpha = \pi/6 + \pi/2 = 2\pi/3$

$\Rightarrow \omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow t = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta\alpha} = \frac{\frac{2\pi}{3} \cdot 0,5}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3} s$



**4- Bài tập trắc nghiệm Vận dụng :**

**Câu 1.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)$  cm. Thời điểm thứ 3 vật qua vị trí  $x = 2$  cm theo chiều dương.

- A) 9/8 s      B) 11/8 s      C) 5/8 s      D) 1,5 s

**Câu 2.** Vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 5\cos\pi t$  (cm,s). Vật qua VTCB lần thứ 3 vào thời điểm :

- A. 2,5s.      B. 2s.      C. 6s.      D. 2,4s

**Câu 3.** Vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 4\cos(2\pi t - \pi)$  (cm, s). Vật đến điểm biên dương B(+4) lần thứ 5 vào thời điểm :

- A. 4,5s.      B. 2,5s.      C. 2s.      D. 0,5s.

**Câu 4.** Một vật dao động điều hoà có phương trình :  $x = 6\cos(\pi t - \pi/2)$  (cm, s). Thời gian vật đi từ VTCB đến lúc qua điểm có  $x = 3$  cm lần thứ 5 là :

- A.  $\frac{61}{6}$  s.      B.  $\frac{9}{5}$  s.      C.  $\frac{25}{6}$  s.      D.  $\frac{37}{6}$  s.

**Câu 5.** Một vật DĐĐH với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/6)$  cm. Thời điểm thứ 2009 vật qua vị trí  $x = 2$  cm kể từ  $t = 0$ , là

- A)  $\frac{12049}{24}$  s.      B)  $\frac{12061}{24}$  s      C)  $\frac{12025}{24}$  s      D) Đáp án khác

**Câu 6.** Một vật dao động điều hoà có phương trình  $x = 8\cos 10\pi t$ . Thời điểm vật đi qua vị trí  $x = 4$  lần thứ 2008 theo chiều âm kể từ thời điểm bắt đầu dao động là :

- A.  $\frac{12043}{30}$  (s).      B.  $\frac{10243}{30}$  (s)      C.  $\frac{12403}{30}$  (s)      D.  $\frac{12430}{30}$  (s)

**Câu 7.** Con lắc lò xo dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với chu kì  $T = 1,5$  s, biên độ  $A = 4$  cm, pha ban đầu là  $5\pi/6$ . Tính từ lúc  $t = 0$ , vật có toạ độ  $x = -2$  cm lần thứ 2005 vào thời điểm nào:

- A. 1503s      B. 1503,25s      C. 1502,25s      D. 1503,375s

**Câu 8.** Một vật dao động điều hoà với phương trình :  $x = 5\cos(2\pi t + \pi/6)$  cm. Thời điểm thứ hai vật qua vị trí  $x = -2,5$  cm theo chiều âm :

- A. 5/4s      B. 1/6s      C. 3/2s      D. 1s

**Câu 9.** Vật dao động điều hoà có vận tốc cực đại bằng  $3\text{ m/s}$  và gia tốc cực đại bằng  $30\pi$  ( $\text{m/s}^2$ ). Thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $1,5\text{ m/s}$  và thế năng đang tăng. Hỏi vào thời điểm nào sau đây vật có gia tốc bằng  $15\pi$  ( $\text{m/s}^2$ ):

- A. 0,10s;      B. 0,15s;      C. 0,20s      D. 0,05s;

**Giải:**  $v_{\max} = \omega A = 3(\text{m/s})$      $a_{\max} = \omega^2 A = 30\pi$  ( $\text{m/s}^2$ )  $\Rightarrow \omega = 10\pi \rightarrow T = 0,2\text{ s}$

Khi  $t = 0$   $v = 1,5 \text{ m/s} = v_{\max}/2 \rightarrow W_{\text{đ}} = W/4$ . Tức là thế năng  $W_t = 3W/4$

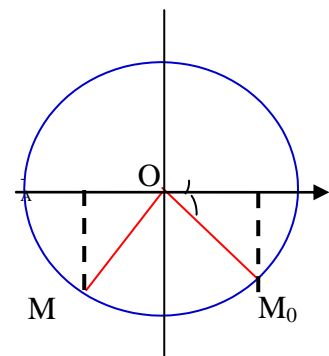
$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_0 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Do thế năng đang tăng, vật chuyển động theo chiều dương nên vị trí ban đầu

$$x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \quad \text{Vật ở } M_0 \text{ góc } \varphi = -\pi/6$$

Thời điểm  $a = 15\pi$  ( $\text{m/s}^2$ )  $= a_{\max}/2 \Rightarrow$

$x = \pm A/2$ . Do  $a > 0$  vật chuyển động nhanh dần về VTCB nên vật ở điểm M ứng với thời điểm  $t = 3T/4 = 0,15\text{ s}$  (Góc  $M_0OM = \pi/2$ ). **Chọn B. 0,15s**



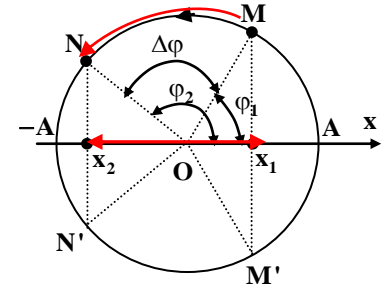
## **Dạng 5 –Xác định thời gian ngắn nhất vật đi qua ly độ $x_1$ đến $x_2$**

**1 – Kiến thức cần nhớ :** (Ta dùng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐTĐ đều để tính)

Khi vật dao động điều hoà từ  $x_1$  đến  $x_2$  thì tương ứng với vật chuyển động tròn đều từ M đến N(chú ý  $x_1$  và  $x_2$  là hình chiếu vuông góc của M và N lên trục OX

Thời gian ngắn nhất vật dao động đi từ  $x_1$  đến  $x_2$  bằng thời gian vật chuyển động tròn đều từ M đến N

$$t_{MN} = \Delta t = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\text{MON}}{360} T = \frac{\text{MON}}{2\pi} T \text{ với } \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \text{ và } (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$



**2 – Phương pháp :**

**a.Phương pháp đường tròn lượng giác (khi x có giá trị đặc biệt): :**

\* Bước 1 : Vẽ đường tròn có bán kính  $R = A$  (biên độ) và trục Ox nằm ngang

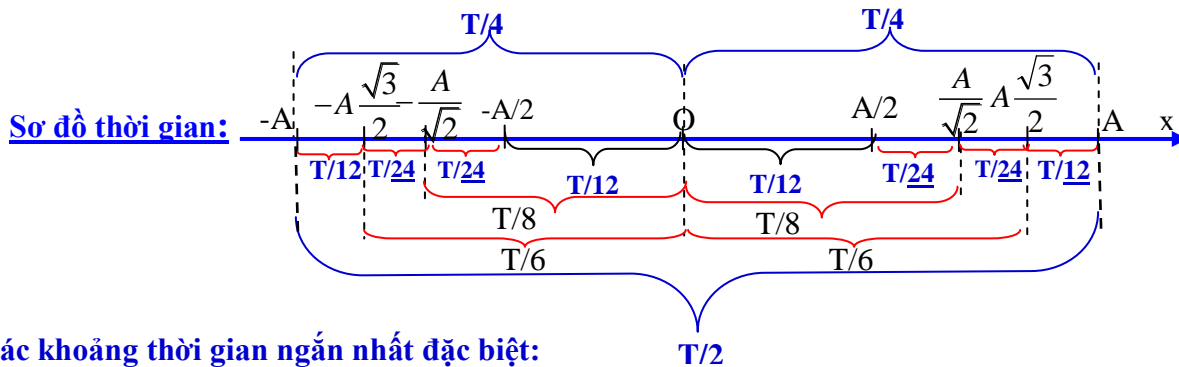
\* Bước 2 : – Xác định vị trí vật lúc  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = ? \\ v_0 = ? \end{cases}$

– Xác định vị trí vật lúc  $t$  ( $x_t$  đã biết)

\* Bước 3 : -Xác định góc quét  $\Delta\varphi = \text{MOM}' = ?$

\* Bước 4 :  $t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{360^\circ} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} T$

**b.Phương pháp dùng giản đồ phân bố thời gian (khi x có giá trị đặc biệt):**



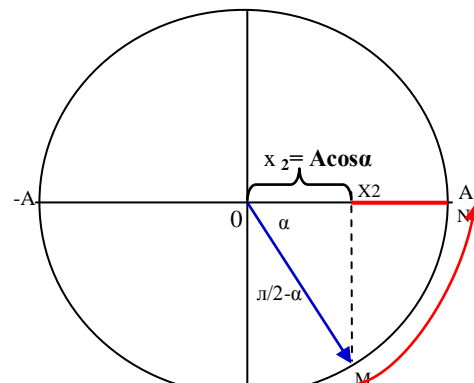
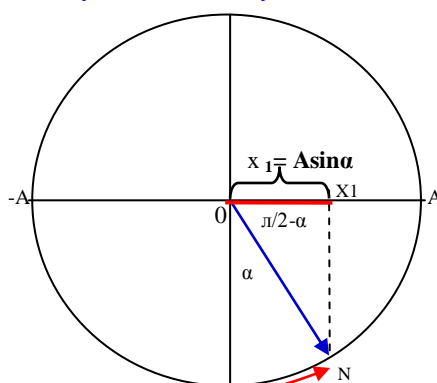
**-Các khoảng thời gian ngắn nhất đặc biệt:**

Từ 0 đến x =	$\pm A/2$	$\pm A/\sqrt{2}$	$\pm A\sqrt{3}/2$	$\pm A$
$t_{\min}$	$T/12$	$T/8$	$T/6$	$T/4$
Từ A đến x =	$A/2$	$A/\sqrt{2}$	$A\sqrt{3}/2$	0
$t_{\min}$	$T/6$	$T/8$	$T/12$	$T/4$
Từ -A đến x =	$-A/2$	$-A/\sqrt{2}$	$-A\sqrt{3}/2$	0
$t_{\min}$	$T/6$	$T/8$	$T/12$	$T/4$

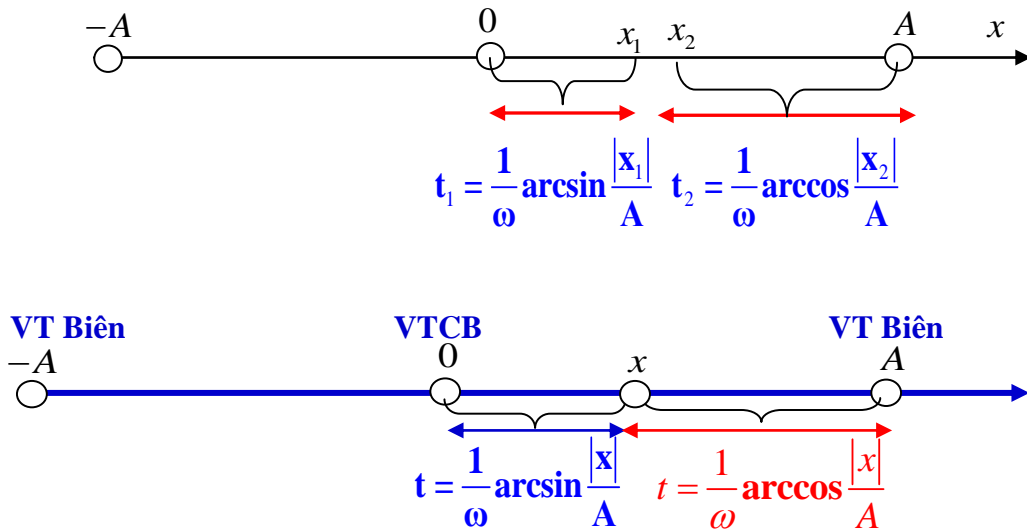
+ Vật 2 lần liên tiếp đi qua  $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$  thì  $\Delta t = \frac{T}{4}$

**c.Phương pháp dùng công thức ( tổng quát khi x có giá trị bất kỳ) :**

**Dùng công thức kèm với máy tính cầm tay :**







### Theo tọa độ x:

+ Nếu từ VTCB đến li độ x hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \left| \frac{x}{A} \right|$$

+ Nếu từ vị trí biên đến li độ x hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \left| \frac{x}{A} \right|$$

### Theo vận tốc v:

+ Nếu vật giảm tốc từ  $v_{\max}$  đến v hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \left| \frac{v}{v_{\max}} \right|$$

+ Nếu vật tăng tốc từ 0 đến v hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \left| \frac{v}{v_{\max}} \right|$$

### Theo gia tốc a:

+ Nếu gia tốc tăng từ 0 đến a hoặc ngược lại thì:

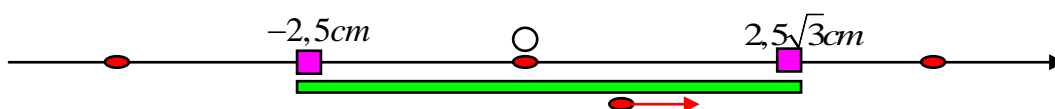
$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \left| \frac{a}{a_{\max}} \right|$$

+ Nếu gia tốc giảm từ  $a_{\max}$  đến a hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \left| \frac{a}{a_{\max}} \right|$$

**Ví dụ điển hình :** Một vật dao động trên trục ox với phương trình  $x = 5 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})(\text{cm})$ . Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x_1 = -2,5\text{cm}$  đến li độ  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$ ?

Ta thấy: thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x_1 = -2,5\text{cm}$  đến li độ  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$  chỉ có thể là thời gian để vật đi theo một chiều trực tiếp (không lặp lại hay quay vòng) từ  $-2,5\text{cm} \rightarrow 2,5\sqrt{3}\text{cm}$  như hình vẽ sau:



**Sau đây ta xét 3 cách tiêu biểu nhất để sau này ta có thể vận dụng cho tất cả những bài tập sau!**

**Cách 1: Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.**

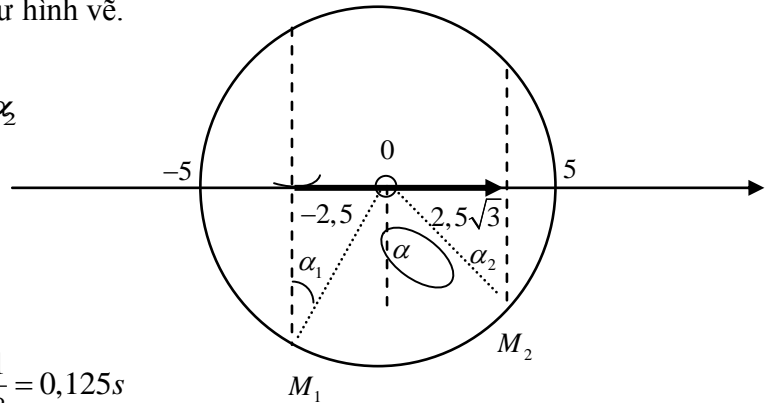
Vẽ đường tròn tâm O, bán kính  $R=A=5\text{cm}$ , kẻ trục  $ox$  nằm ngang và đánh dấu vị trí các điểm  $x_1 = -2,5\text{cm}$ ,  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$ . Xác định cung  $M_1M_2$  tương ứng như hình vẽ.

Ta cần tìm góc  $\alpha$  ở tâm do cung  $M_1M_2$  chắn.

Trong trường hợp này, góc  $\alpha$  có thể tính  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\text{Với } \sin \alpha_1 = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{6}$$

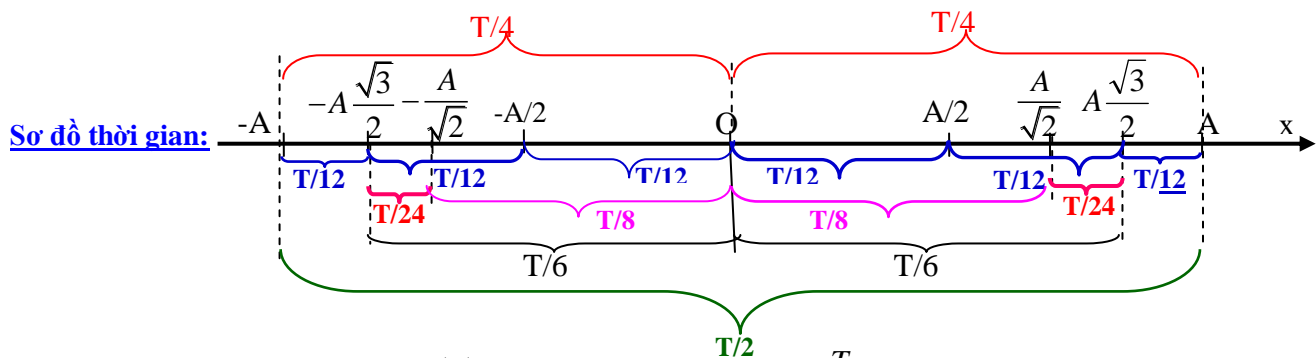
$$\text{Và } \sin \alpha_2 = \frac{2,5\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{3}$$



$$\text{Nên: } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}. \text{ Vậy } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{4\pi} = \frac{1}{8} = 0,125\text{s}$$

Cách giải này rất quen thuộc với các em HS, nhưng trong một số trường hợp nếu dùng cách này để làm bài thi trắc nghiệm sẽ lâu hơn vì phải mất thời gian vẽ hình để tính góc. Vậy cần phải biết những cách giải khác đơn giản hơn, ngắn gọn hơn để đi đến đáp số một cách nhanh nhất !

**Cách 2: Nhớ các trường hợp đặc biệt (xem sơ đồ phân bố thời gian dưới đây):**



+ Thời gian để vật đi từ  $x=0$  đến  $|x|=A$  hoặc ngược lại là :  $t = \frac{T}{4}$ .

+ Thời gian đi từ  $x=0$  ( VTCB) đến  $|x| = \frac{A}{2}$  hoặc đi ngược lại  $t = \frac{T}{12}$

+ Thời gian đi từ  $x = \frac{A}{2}$  đến  $x=A$  hoặc đi ngược lại là  $t = \frac{T}{6}$ .

+ Thời gian đi từ  $x=0$  đến  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  hoặc ngược lại là  $t = \frac{T}{8}$

+ Thời gian đi từ  $x=0$  đến  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  hoặc ngược lại là  $t = \frac{T}{6}$

Ở bài toán trên, nhận thấy giá trị của 2 vị trí  $x_1, x_2$  có sự đặc biệt:  $x_1 = -2,5 = -\frac{5}{2} = -\frac{A}{2}$  và

$x_2 = 2,5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  và chúng nằm ở 2 bên so với VTCB nên ta có thể được kết quả nhanh như sau:

$$t_{-2,5 \rightarrow 2,5\sqrt{3}} = t_{-\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = t_{-\frac{A}{2} \rightarrow 0} + t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{T}{4} = \frac{0,5}{4} = \frac{1}{8} \text{ s} = 0,125\text{s}.$$

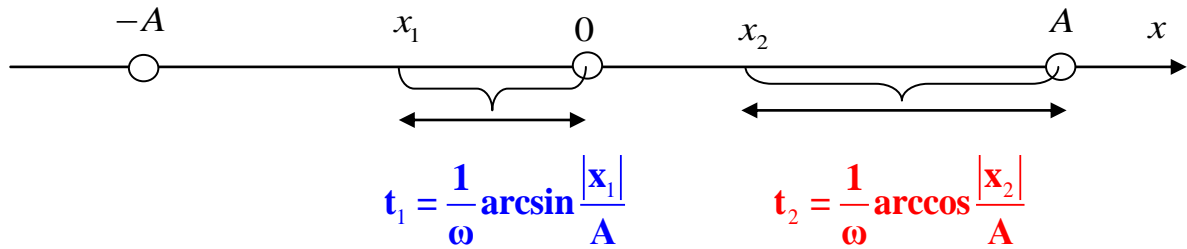
### Cách 3: Dùng công thức

+ Nếu từ VTCB đến li độ  $x$  hoặc ngược lại thì:

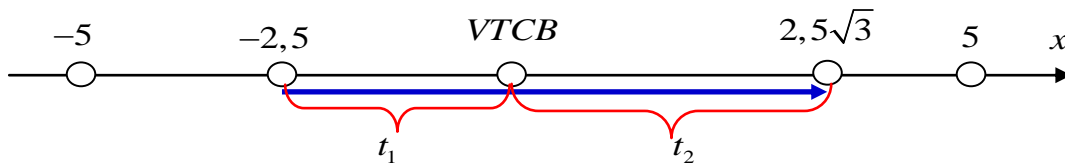
$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$$

+ Nếu từ vị trí biên đến li độ  $x$  hoặc ngược lại thì:

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$$



Ở bài toán trên, do  $x_1 = -2,5\text{cm}$  và  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$  nằm ở 2 bên so với VTCB nên thời gian cần tìm gồm tổng của 2 phần: thời gian  $t_1$  để đi từ  $x_1 = -2,5\text{cm}$  đến VTCB và thời gian  $t_2$  để đi từ VTCB đến  $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$



Ta có:  $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_1|}{A} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_2|}{A}$

Hay:  $t = \frac{1}{\omega} \left( \arcsin \frac{|x_1|}{A} + \arcsin \frac{|x_2|}{A} \right) = \frac{1}{4\pi} \left( \arcsin \frac{|-2,5|}{5} + \arcsin \frac{|2,5\sqrt{3}|}{5} \right) = \frac{1}{8} \text{ s} = 0,125\text{s}$

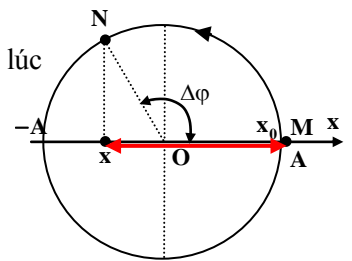
### 4 – Bài tập :

a – Ví dụ :

**Ví dụ 1.** Vật dao động điều hòa có phương trình :  $x = A \cos \omega t$ . Thời gian ngắn nhất kể từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật có li độ  $x = -A/2$  :

- A.  $T/6(\text{s})$       B.  $T/8(\text{s})$ .      C.  $T/3(\text{s})$ .      D.  $T/4(\text{s})$ .

**HD :** – tại  $t = 0$  :  $x_0 = A$ ,  $v_0 = 0$  : Trên đường tròn ứng với vị trí M



Hình vẽ 1

– tại  $t$  :  $x = -A/2$  : Trên đường tròn ứng với vị trí N ( hình vẽ 1)

– Vật đi ngược chiều + quay được góc  $\Delta \varphi = 120^\circ = 2\pi/3$ .

–  $t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} T = \frac{2\pi}{3.2\pi} T = T/3(\text{s})$       Chọn : C

**Ví dụ 2.** Vật dao động điều hòa theo phương trình :  $x = 4 \cos(8\pi t - \pi/6)\text{cm}$ .

Thời gian ngắn nhất vật đi từ  $x_1 = -2\sqrt{3}\text{cm}$  theo chiều dương đến vị trí

có li độ  $x_2 = 2\sqrt{3}\text{cm}$  theo chiều dương là:

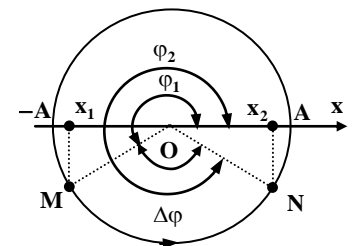
- A.  $1/16(\text{s})$ .      B.  $1/12(\text{s})$ .      C.  $1/10(\text{s})$       D.  $1/20(\text{s})$

**HD :** Tiến hành theo các bước ta có :

– Vật dao động điều hòa từ  $x_1$  đến  $x_2$  theo chiều dương tương ứng vật CĐTD từ M đến N

– Trong thời gian  $t$  vật quay được góc  $\Delta \varphi = 120^\circ = 2\pi/3$ . ( hình vẽ 2)

– Vậy :  $t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} T = \frac{2\pi}{3.2\pi} T = \frac{T}{3} = \frac{1}{4.3} = \frac{1}{12}(\text{s})$       Chọn : B



Hình vẽ 2

**b – Vận dụng :**

**Câu 1.** Một vật dao động điều hòa với chu kì  $T = 2s$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm M có li độ  $x = +A/2$  đến điểm biên dương ( $+A$ ) là

- A. 0,25(s). B. 1/12(s) C. 1/3(s). D. 1/6(s).

**Câu 2. (ĐH-2008)** một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ của con lắc lần lượt là 0,4s và 8cm. Chọn trục  $x'x$  thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại VTCB, gốc thời gian  $t = 0$  vật qua VTCB theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10m/s^2$  và  $\pi^2 = 10$ . thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là :

- A 7/30s. B 1/30s. C 3/10s. D 4/15s.

**HD:** 
$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} g = 0,04 m = 4 cm$$

Thời gian từ  $x=0 \rightarrow x=+A \rightarrow x=0 \rightarrow x=-\frac{A}{2}$  là:  $\frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} = \frac{7}{30} s$

**Câu 3.** Vật dao động điều hòa có vận tốc cực đại bằng 3m/s và gia tốc cực đại bằng  $30\pi$  (m/s<sup>2</sup>). Thời điểm ban đầu vật có vận tốc 1,5m/s và thế năng đang tăng. Hỏi vào thời điểm nào sau đây vật có gia tốc bằng  $15\pi$  (m/s<sup>2</sup>):

- A. 0,10s; B. 0,15s; C. 0,20s D. 0,05s;

**Giải:**  $v_{\max} = \omega A = 3(m/s)$   $a_{\max} = \omega^2 A = 30\pi (m/s^2) \Rightarrow \omega = 10\pi \rightarrow T = 0,2s$

Khi  $t = 0$   $v = 1,5 m/s = v_{\max}/2 \Rightarrow Wđ = W/4$ . Tức là thế năng  $W_t = 3W/4$ :  $\frac{kx_0^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x_0 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

Do thế năng đang tăng, vật chuyển động theo chiều dương nên vị trí ban đầu

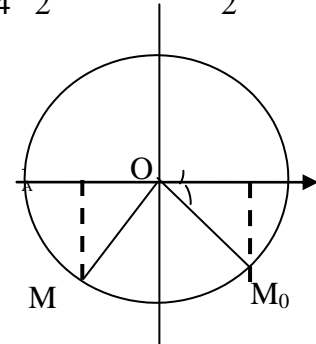
$x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  Vật ở  $M_0$  góc  $\varphi = -\pi/6$

Thời điểm  $a = 15\pi (m/s^2) = a_{\max}/2 \Rightarrow$

$x = \pm A/2$ . Do  $a > 0$  vật chuyển động nhanh dần

về VTCB nên vật ở điểm M ứng với thời điểm

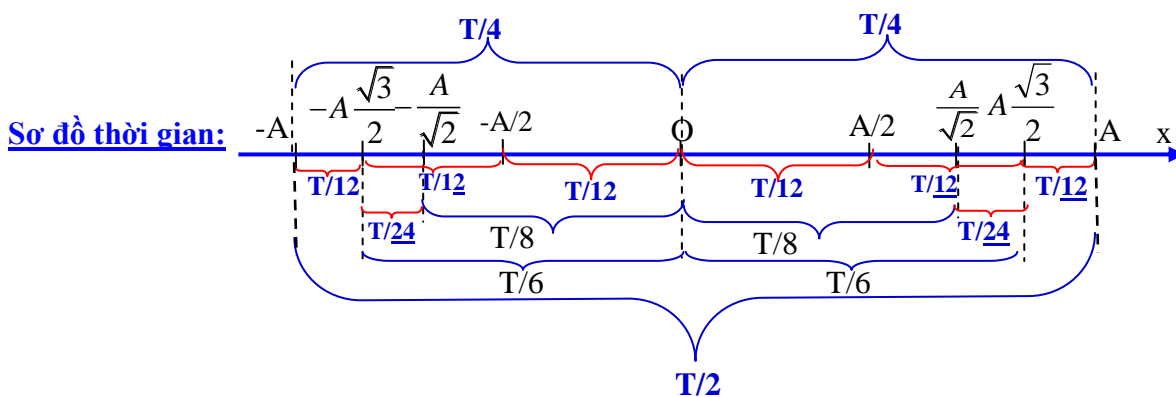
$t = 3T/4 = 0,15s$  ( Góc  $M_0OM = \pi/2$ ). **Chọn đáp án B. 0,15s**



**\*BÀI TẬP RÈN LUYỆN VỀ KHOẢNG THỜI GIAN NGẮN NHẤT**

+ Các điểm đặc biệt: Từ công thức độc lập với thời gian:

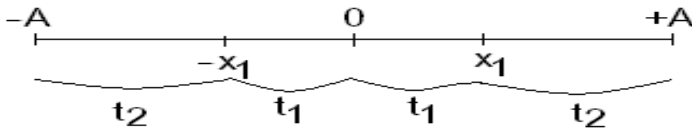
$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} \cdot A^2 \Rightarrow A^2 = x^2 + A^2 \cdot \frac{v^2}{v_{\max}^2} \Rightarrow |x| = A \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_{\max}^2}}$$



**Cách nhớ sơ đồ thời gian: Xét đoạn OA :**

$$0 \rightarrow \frac{\sqrt{1}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{4}}{2} = 1(A)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T/12} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T/24} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T/24} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{T/12}$   
 $\hspace{10cm} \underbrace{\hspace{4cm}}_{T/12}$

1) Thời gian đi từ  $x_1$  đến  $x_2$  ( $x_2 = \pm A$ )Đổi độ  $\rightarrow$  Rad

$$\text{Vd: } 30^\circ = 30 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ (rad)}$$

Từ  $x = 0$  đến  $x = x_1$  là :

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{T}{360^\circ} \arcsin \frac{x_1}{A}$$

Từ  $x = x_1$  đến  $x = A$  là:

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{x_1}{A} = \frac{T}{360^\circ} \arccos \frac{x_1}{A}$$

**Bấm máy tính hàm arcsin: Phím SHIFT Sin Màn hình xuất hiện: sin-1(****Bấm máy tính hàm arccos: Phím SHIFT Cos Màn hình xuất hiện: cos-1(**Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ  $x_1$  đến  $x_2$  là  $\Delta t$ 

$$\Delta t = \frac{1}{\omega} \left| \arccos \left( \frac{x_2}{A} \right) - \arccos \left( \frac{x_1}{A} \right) \right| = \frac{1}{\omega} \left| \arcsin \left( \frac{x_2}{A} \right) - \arcsin \left( \frac{x_1}{A} \right) \right|$$

Trong 1 chu kỳ T:

-Vùng vận tốc (tốc độ)  $\geq v$  **nằm trong** đoạn  $[-x_1; x_1]$  (vật cách VTCB một khoảng nhỏ hơn  $x_1$ ) $\rightarrow$  Khoảng thời gian là  $\Delta t = 4t_1$ -Vùng vận tốc (tốc độ)  $\leq v$  (không vượt quá  $v$ ) **nằm ngoài** đoạn  $[-x_1; x_1]$  $\rightarrow$  Khoảng thời gian là  $\Delta t = 4t_2$ -Ở vị trí  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow v = \frac{V_{\max}}{2} \therefore$  Vùng tốc độ  $\geq \frac{V_{\max}}{2} \rightarrow$  Khoảng thời gian là  $\Delta t = 4t_1 = \frac{2T}{3}$ -Vùng tốc độ  $\leq \frac{V_{\max}}{2} \rightarrow$  Khoảng thời gian là  $\Delta t = 4t_2 = \frac{T}{3}$ **BÀI TẬP:****BT1.** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ 10 (cm) và tần số góc 10 (rad/s). Khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ vị trí có li độ +3,5 cm đến vị trí cân bằng là

- A. 0,036 s      B. 0,121 s      C. 2,049 s      D. 6,951 s

**HD:** Bấm máy tính:  $t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \arcsin \frac{x_1}{A} = \frac{1}{10} \arcsin \frac{3,5}{10} = 0,0357571 \dots$  **Chọn A****BT2.** Vật dao động điều hòa, thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí  $x = +A$  đến vị trí  $x = A/3$  là 0,1 s. Chu kỳ dao động của vật là

- A. 1,85 s      B. 1,2 s      C. 0,51 s      D. 0,4s

**HD:** Bấm máy tính:  $t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \frac{x_1}{A} \Rightarrow T = \frac{2\pi t}{\arccos \frac{x}{A}} = \frac{2\pi \cdot 0,1}{\arccos \frac{1}{3}} = 0,51s$ **BT3.** Vật dao động điều hòa với biên độ A. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có li độ A/2 đến vị trí có li độ A là 0,2 s. Chu kỳ dao động của vật là:

- A. 0,12 s      B. 0,4 s      C. 0,8s      D. 1,2 s

**HD:**  $t_2 = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{x_1}{A} \Rightarrow T = \dots$ **BT4.** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ 1 s với biên độ 4,5 cm khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn 2 cm là

- A. 0,29 s      B. 16,80 s      C. 0,71 s      D. 0,15 s

**HD:**  $\Delta t = 4t_1 =$ **BT5.** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn hơn nửa biên độ là:

- A.  $\frac{T}{3}$       B.  $\frac{2T}{3}$       C.  $\frac{T}{6}$       D.  $\frac{T}{2}$

HD:  $\Delta t = 4t_2 =$

**BT6.** Một vật dao động điều hòa có chu kì dao động là  $T$  và biên độ là  $A$ . Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1 > 0$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí cân bằng gấp ba thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí ban đầu về vị trí biên  $x = +A$ . Chọn phương án đúng

- A.  $x_1 = 0,924A$       B.  $x_1 = 0,5A\sqrt{3}$       C.  $x_1 = 0,5A\sqrt{2}$       D.  $x_1 = 0,021A$

HD:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{T}{4} \\ t_1 = 3t_2 \\ x_1 = A\cos\frac{2\pi t_2}{T} \text{ hay } x_1 = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) \end{cases}$$

**BT7.** Một dao động điều hòa có chu kì dao động là  $T$  và biên độ là  $A$ . Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x_1$  (mà  $x_1 \neq 0; \pm A$ ) bất kể vật đi theo hướng nào thì cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\Delta t$  nhất định vật cách vị trí cân bằng như cũ. Chọn phương án đúng

- A.  $x_1 = \pm 0,25A$       B.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{3}$       C.  $x_1 = \pm 0,5A\sqrt{2}$       D. B.  $x_1 = \pm 0,5A$

HD:

$$\begin{cases} \Delta t = 2t_1 = 2t_2 \\ t_1 + t_2 = \frac{T}{4} \\ x_1 = A\cos\frac{2\pi t_2}{T} \text{ hay } x_1 = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) \end{cases}$$

**BT8.** Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 8\cos(7\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi

từ li độ 7 cm đến vị trí có li độ 2 cm là

- A.  $1/24$  s      B.  $5/12$  s      C.  $6,65$  s      D.  **$0,12$  s**

**BT9.** Một vật dao động điều hòa có phương trình li độ  $x = 8\cos(7\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Khoảng thời gian tối thiểu để vật đi từ

li độ  $4\sqrt{2}$  cm đến vị trí có li độ  $-4\sqrt{3}$  cm là

- A.  $1/24$  s      B.  $5/12$  s      C.  $1/6$  s      D.  **$1/12$  s**

**BT10.** Một dao động điều hòa có chu kì dao động là  $T$  và biên độ là  $A$ . Thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ cực đại về điểm có li độ bằng một nửa biên độ cực đại mà vectơ vận tốc có hướng cùng hướng của trục tọa độ là

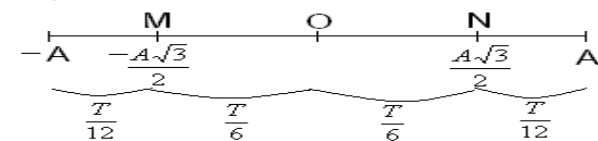
- A.  $T/3$       B.  **$5T/6$**       C.  $2T/3$       D.  $T/6$

**BT11.** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa với biên độ  $A$ , thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là 1 s. Chu kì dao động của con lắc là:

- A. 6 (s)      B.  $1/3$  s      C. 2 s      D. **3 s**

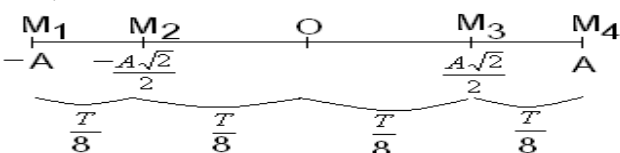
♣ Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\frac{T}{6}$  thì vật lại đi qua M hoặc O hoặc N:

HD:



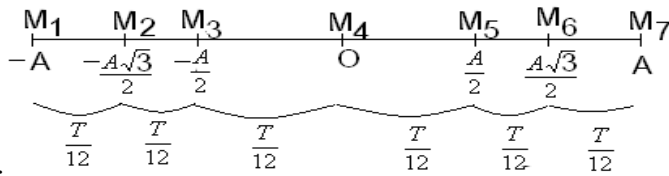
♠ Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\frac{T}{8}$  thì vật lại đi qua  $M_1, M_2$ , hoặc O hoặc  $M_3, M_4$

HD:





♫ Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất  $\frac{T}{12}$  thì vật lại đi qua  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$

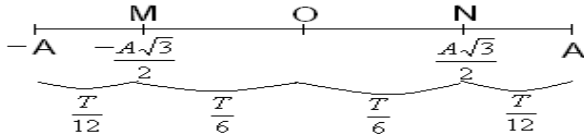


HD:

**BT12.** Một chất điểm đang dao động điều hòa trên một đoạn thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M,N là hai điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M,O,N và tốc độ của nó đi qua các điểm M,N là  $20\pi$  cm/s. Biên độ A bằng

- A. 4 cm      **B. 6 cm**      C.  $4\sqrt{2}$  cm      D.  $4\sqrt{3}$  cm

HD:



$$\begin{cases} t = \frac{T}{6} \\ |x_M| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |v_M| = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

**BT13.** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ nhỏ hơn  $\frac{1}{3}$  tốc độ cực đại là

- A. T/3      B. 2T/3      **C. 0,22T**      D. 0,78T

HD:

$$\begin{cases} v < \frac{v_{\max}}{3} \\ v_{\max} = \omega A \\ x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ \Delta t = 4t_2 = ? \end{cases}$$

**BT14.** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật có tốc độ lớn hơn  $0,5$  tốc độ cực đại là

- A. T/3      **B. 2T/3**      C. T/6      D. T/2

HD:

$$\begin{cases} v > 0,5v_{\max} \\ v_{\max} = \omega A \\ x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ \Delta t = 4t_1 = ? \end{cases}$$

**BT15.** (ĐH-2012) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{tb}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq 0,25\pi v_{tb}$  là:

- A. T/3      **B. 2T/3**      C. T/6      D. T/2

HD:

$$\begin{cases} v_{tb} = \frac{S}{T} = \frac{4A}{T} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} \\ v \geq 0,25\pi v_{tb} = \\ x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \\ \Delta t = 4t_1 = ? \end{cases}$$

**BT16.** Một vật nhỏ dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 8 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ có độ lớn vận tốc không vượt quá 16 cm/s là T/3. Tần số góc dao động của vật là

- A. 4 rad/s      B. 3 rad/s      C. 2 rad/s      D. 5 rad/s

**HD:**

$$\begin{cases} v \leq 16 \\ t_2 = \frac{T}{3} \\ \omega = ? \end{cases}$$

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN CÓ HƯỚNG DẪN

**Câu 1:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ A và vận tốc cực đại là  $v_{\max}$ . Khi li độ  $x = \pm \frac{A}{2}$  thì tốc độ của vật bằng:

- A.  $v_{\max}$       B.  $v_{\max}/2$       C.  $\sqrt{3} \cdot v_{\max} / 2$       D.  $v_{\max} / \sqrt{2}$

**HD:**  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2 = x^2 + A^2 \cdot \frac{v^2}{v_{\max}^2} \Rightarrow A^2 = x^2 + A^2 \cdot \frac{v^2}{v_{\max}^2} \xrightarrow{x=\pm \frac{A}{2}} |v| = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max}$

**Câu 2.** Một vật dao động điều hòa, đi qua vị trí có vận tốc bằng không vào các thời điểm liên tiếp 4,25s và 5,75s. Biết vào thời điểm ban đầu vật chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ, và tốc độ lớn nhất của vật trong quá trình dao động là  $4\pi$  (cm/s). Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng từ thời điểm 0,75s đến thời điểm 2,25s.

- A. -4,00cm/s      B. 4,00cm/s      C. 0,00 cm/s      D. -4,25cm/s

**GIẢI:**

+  $T/2 = 5,75 - 4,25 = 1,5 \text{ s} \Rightarrow T = 3\text{s}$  (vị trí có vận tốc bằng không là VT biên)

+  $v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = 6\text{cm}$

+  $t = 4,25\text{s} = T + T/4 + T/6$

\* Ở thời điểm 4,25s nếu vật ở VT biên dương thì khi  $t = 0$  vật ở

VT :  $x = -A\sqrt{\frac{3}{2}}$  ;  $v > 0$  (nhận)

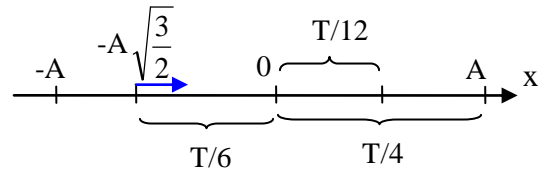
\* Ở thời điểm 4,25s nếu vật ở VT biên âm thì khi  $t = 0$  vật ở VT :

$x = A\sqrt{\frac{3}{2}}$  ;  $v < 0$  (loại)

+ trong khoảng từ thời điểm 0,75s =  $T/6 + T/12$  đến thời điểm 2,25s :  $\Delta t = 1,5\text{s} = T/2$

$\Rightarrow$  vật từ  $x_1 = A/2$  đến  $x_2 = -A/2$

$\Rightarrow$  vận tốc :  $v = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{-A}{T/2} = -6/1,5 = -4 \text{ cm/s}$



**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa theo phương nằm ngang, khi li độ vật bằng 0 thì  $v = 31,4\text{cm/s}$ ; khi li độ vật cực đại thì  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất để vật chuyển động từ  $x = 0$  đến  $x = 1,25\text{cm}$  là bao nhiêu?

- A.  $\frac{1}{12} \text{ s}$       B.  $\frac{1}{3} \text{ s}$       C.  $\frac{1}{6} \text{ s}$       D.  $\frac{1}{24} \text{ s}$

**Giải 1:** Từ phương trình của vật dao động điều hòa .

Ta có: -Khi li độ bằng không thì vận tốc cực  $v_{\max} = \omega A$

-Khi li độ cực đại thì gia tốc cực đại  $a_{\max} = \omega^2 A = \omega v_{\max}$

-Tần số góc  $\omega = a_{\max} / v_{\max} = 400 / 31,4 = 4\pi \text{ (rad/s)}$

biên độ  $A = v_{\max} / \omega = 10\pi / 4\pi = 2,5 \text{ cm}$

Khi vật có li độ  $x = 1,25 \text{ cm}$

Từ phương trình li độ  $x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos \alpha$

$\cos \alpha = 1/2 \Rightarrow \alpha = \pi/3$  và  $\alpha = -\pi/3$

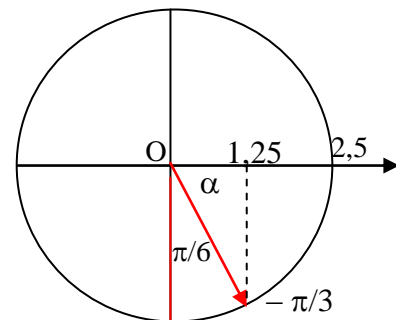
Theo điều kiện đề cho xét thời gian vật đi từ  $x = 0$  đến  $x = 1,25 \text{ cm}$

Khoảng thời gian tương ứng góc quay  $\Delta \alpha = \pi/6$

Thời gian tương ứng  $\Delta t = \Delta \alpha / \omega = 1/24 \text{ (s)}$

Với các bạn đã có kĩ năng tốt thì chỉ cần vẽ vòng lượng giác là đọc được ngay kết quả

**Giải 2:**  $\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{400}{10\pi} = 4\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow T = 1/2 \text{ (s)}, A = 2,5\text{cm}$



Thời gian đi từ  $x = 0$  đến  $x = 1,25\text{cm}$  là  $T/12 = 1/24\text{s}$  **Chọn D**

**Câu 4:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{6}) - 1\text{ cm}$ . Tìm thời gian trong  $\frac{2}{3}$  chu kỳ đầu để tọa độ của vật không vượt quá  $-3,5\text{cm}$ .

A.  $1/12\text{ s}$ B.  $1/8\text{ s}$ C.  $1/4\text{ s}$ D.  $1/6\text{ s}$ 

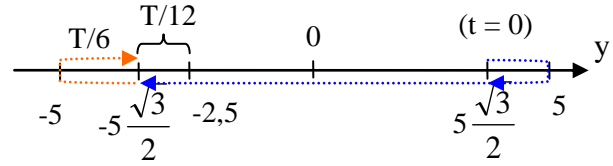
**GIẢI :**

$$+ x = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{6}) - 1\text{ cm}$$

$$\Rightarrow y = x + 1 = 5\cos(4\pi t - \pi/6)$$

$$+ -6 \leq x \leq -3,5 \Rightarrow -5 \leq y \leq -2,5$$

$$+ t = 0 \Rightarrow y = 5\frac{\sqrt{3}}{2}; v > 0 \Rightarrow 2T/3 = T/2 + T/6$$



\* trong  $T/2$  đầu vật từ tọa độ  $y = 5\frac{\sqrt{3}}{2}$  chuyển động theo chiều dương qua biên dương đến  $y = -5\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

\* trong  $T/6$  tiếp theo vật từ  $y = -5\frac{\sqrt{3}}{2}$  qua biên âm đến  $y = -5\frac{\sqrt{3}}{2}$

+ Vậy thời gian trong  $\frac{2}{3}$  chu kỳ đầu để  $-5 \leq y \leq -2,5$  là :  $\Delta t = T/6 + T/12 = 1/8\text{ (s)}$

**Câu 5:** Một chất điểm dao động điều hòa với biên độ  $A$  và vận tốc cực đại là  $v_{\max}$ . Khi tốc độ của vật bằng  $0,5\sqrt{2} v_{\max}$  thì vật có li độ là:

A.  $A\sqrt{2}$ B.  $\frac{A}{2}$ C.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ D.  $\frac{A}{\sqrt{3}}$ 

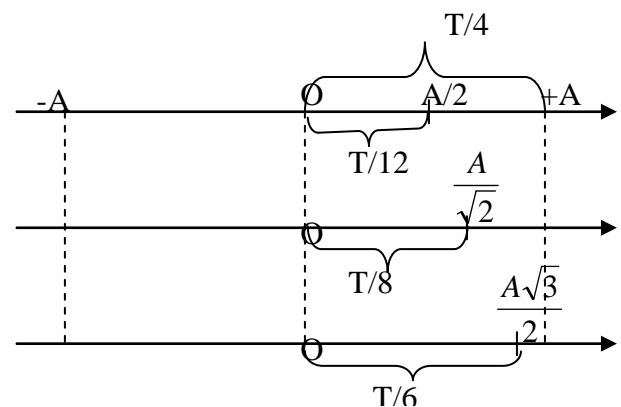
$$\text{HD: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2 = x^2 + A^2 \cdot \frac{v^2}{v_{\max}^2} \Rightarrow A^2 = x^2 + A^2 \cdot \frac{v^2}{v_{\max}^2} \Rightarrow |x| = A \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_{\max}^2}} \xrightarrow{v=0,5\sqrt{2}v_{\max}} x = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

+ Khoảng thời gian ngắn nhất đi từ  $X_1$  đến  $X_2$

-Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua VTCB theo chiều dương thì phương trình dao động có dạng:

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi } x = \frac{A}{2} \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{T}{12} \\ \text{Khi } x = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow t = \frac{T}{8} \\ \text{Khi } x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$



-Để tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ điểm có li độ  $X_1$  đến điểm có li độ  $X_2$  ta giải hệ:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cos(\omega t_1 + \varphi) = x_1 \Rightarrow \cos(\omega t_1 + \varphi) = \frac{x_1}{A} = \cos \varphi_1 \Rightarrow (\omega t_1 + \varphi) = \varphi_1 \\ A \cos(\omega t_2 + \varphi) = x_2 \Rightarrow \cos(\omega t_2 + \varphi) = \frac{x_2}{A} = \cos \varphi_2 \Rightarrow (\omega t_2 + \varphi) = \varphi_2 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta t = |t_2 - t_1| = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega}; (0 \leq \varphi_2; \varphi_1 \leq \pi)$$

-Thông thường trong các đề thi đại học thì:  $x = 0; \pm A; \pm \frac{A}{2}; \pm 0,5A\sqrt{3}$  nên chỉ nhớ các điểm đặc biệt là đủ!

**Câu 6:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với chu kỳ T. Vị trí cân bằng của chất điểm trùng với gốc tọa độ, khoảng thời gian ngắn nhất để nó đi từ vị trí có li độ  $x = A$  đến vị trí có li độ  $x = A/2$  là:

- A. T/8                                  B. T/3                                  C. T/4                                  D. T/6

HD: Ta có  $\Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$

**Câu 7 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T trên trục Ox với O là vị trí cân bằng. Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm có tọa độ  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$  đến điểm có tọa độ  $x = \frac{A}{2}$  là :

- A. T/24                                  B. T/16                                  C. T/6                                  D. T/12

HD : Ta có  $\Delta t = \frac{T}{8} - \frac{T}{12} = \frac{T}{24}$

+ Khoảng thời gian ngắn nhất liên quan đến tốc độ  $V_{\max} / 2; V_{\max} / \sqrt{2}; \sqrt{3} V_{\max} / 2$

**Câu 8 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T với tốc độ cực đại  $V_{\max}$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm mà tốc độ của vật bằng 0 đến điểm mà tốc độ của vật bằng  $0,5V_{\max} \sqrt{3}$  là :

- A. T/8                                  B. T/ 16                                  C. T/6                                  D. T/12

HD : 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi : } v_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A\sqrt{1 - \frac{0^2}{v_{\max}^2}} = A \\ \text{Khi : } v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max} \Rightarrow x_2 = A\sqrt{1 - \frac{(0,5\sqrt{3} \cdot v_{\max})^2}{v_{\max}^2}} = \frac{A}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{x_1=A \rightarrow x_2=\frac{A}{2}} \Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

**Câu 9 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T với tốc độ cực đại  $v_{\max}$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm mà tốc độ của vật bằng 0 đến điểm mà tốc độ của vật bằng  $0,5 \cdot v_{\max} \sqrt{2}$  là :

- A. T/8                                  B. T/16                                  C. T/6                                  D. T/12

HD : 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi : } v_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \\ \text{Khi : } v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \xrightarrow{x_1=A \rightarrow x_2=\frac{A}{\sqrt{2}}} \Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{8} = \frac{T}{8}$$

**Câu 10 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T với tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ . Thời gian ngắn nhất vật đi từ điểm mà tốc độ của vật bằng  $0,5 \cdot v_{\max}$  đến điểm mà tốc độ của vật bằng  $0,5\sqrt{2}v_{\max}$  là :

- A. T/24                                  B. T/16                                  C. T/6                                  D. T/12

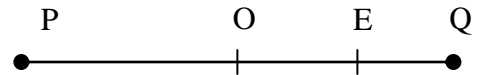
HD : 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Khi : } v_2 = 0,5\sqrt{2}v_{\max} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \\ \text{Khi : } v_1 = 0,5v_{\max} \Rightarrow x_1 = A\sqrt{1 - \frac{(0,5v_{\max})^2}{v_{\max}^2}} = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{8} = \frac{T}{24}$$

+ Khoảng thời gian chuyển động đi lại

**Câu 11 :** Một vật dao động điều hòa với chu kì T trên đoạn thẳng PQ. Gọi O ; E lần lượt là trung điểm của PQ và OQ. Thời gian để vật đi từ O đến Q rồi đến E là :

A.  $5T/6$ B.  $5T/12$ C.  $T/12$ D.  $7T/12$ 

HD : Ta có :  $\Delta t = t_{OQ} + t_{QE} = \frac{T}{4} + \left( \frac{T}{4} - \frac{T}{12} \right) = \frac{5T}{12}$



**Câu 12 :** Một vật dao động điều hòa với chu kì T trên đoạn thẳng PQ. Gọi O ; E lần lượt là trung điểm của PQ và OQ. Thời gian để vật đi từ O đến P rồi đến E là :

A.  $5T/6$ B.  $5T/8$ C.  $T/12$ D.  $7T/12$ 

HD : ta có  $\Delta t = t_{OP} + t_{PO} + t_{OE} = 2.t_{OP} + t_{OE} = 2 \cdot \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12}$

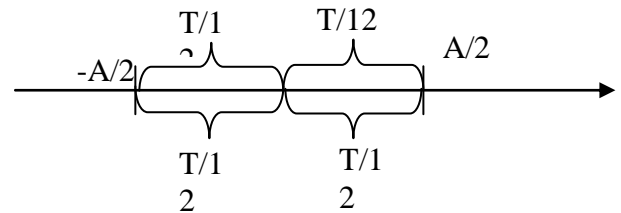
+ Khoảng thời gian trong một chu kì vật cách VTCB một khoảng lớn hơn, nhỏ hơn :  $\frac{A}{2}; \frac{A}{\sqrt{2}}; \frac{A\sqrt{3}}{2}$

**Câu 13 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật cách VTCB một khoảng nhỏ hơn một nửa biên độ là

A.  $T/3$ B.  $2T/3$ C.  $T/6$ D.  $T/2$ 

HD :

Ta có :  $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{A}{2} \end{cases} \xrightarrow{x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{A}{2}} \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow 4.\Delta t = \frac{T}{3}$



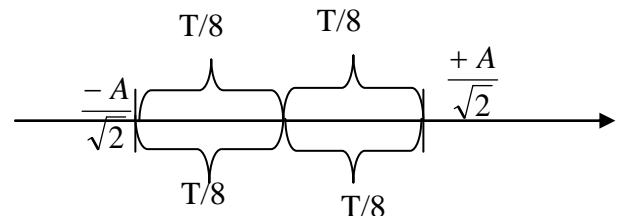
( trong một chu kì có 4 lần vật cách VTCB )

**Câu 14 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật cách VTCB một khoảng nhỏ hơn  $0,5\sqrt{2}$  biên độ là

A.  $T/3$ B.  $2T/3$ C.  $T/6$ D.  $T/2$ 

HD :

Ta có :  $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{A\sqrt{2}}{2} \end{cases} \xrightarrow{x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{A\sqrt{2}}{2}} \Delta t = \frac{T}{8} \Rightarrow 4.\Delta t = \frac{T}{2}$

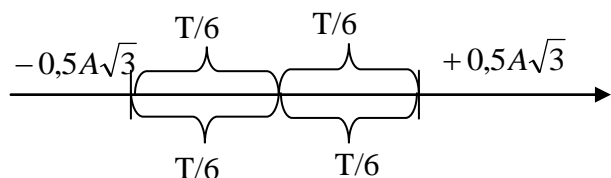


**Câu 15 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật cách VTCB một khoảng nhỏ hơn  $0,5\sqrt{3}$  biên độ là

A.  $T/6$ B.  $T/3$ C.  $4T/6$ D.  $T/2$ 

HD :

$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases} \xrightarrow{x_1=0 \rightarrow x_2=\frac{A\sqrt{3}}{2}} \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow 4.\Delta t = \frac{4T}{6}$



+ Khoảng thời gian trong một chu kì tốc độ nhỏ hơn, lớn hơn :  $\frac{v_{\max}}{2}; \frac{v_{\max}}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{3}.v_{\max}}{2}$

**Câu 16 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có tốc độ nhỏ hơn một nửa tốc độ cực đại là :

A. T/3

B. 2T/3

C. T/6

D. T/12

HD :

Ta có :

$$\begin{cases} v_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \\ v_2 = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow x_2 = A \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_{\max}^2}} = A \sqrt{1 - \frac{(0,5v_{\max})^2}{v_{\max}^2}} = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow 4.\Delta t = 4 \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$$

**Câu 17 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có tốc độ nhỏ hơn  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  tốc độ cực đại là

A. T/8

B. T/16

C. T/6

D. T/2

HD

$$\begin{cases} v_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \\ v_2 = \frac{v_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \end{cases} \xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \frac{T}{4} - \frac{T}{8} = \Delta t = \frac{T}{8}$$

$$\Rightarrow 4.\Delta t = 4 \frac{T}{8} = \frac{T}{2}$$

**Câu 18 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có tốc độ nhỏ hơn  $0,5\sqrt{3}$  tốc độ cực đại là

A. T/6

B. T/3

C. 2T/3

D. T/12

HD

$$\begin{cases} v_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \\ v_2 = \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \end{cases} \xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \Delta t = \frac{T}{6}$$

$$\Rightarrow 4.\Delta t = 4 \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$$

+ Khoảng thời gian trong một chu kì độ lớn gia tốc nhỏ hơn, lớn hơn  $\frac{a_{\max}}{2}; \frac{a_{\max}}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{3}a_{\max}}{2}$

**Câu 19 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có độ lớn gia tốc lớn hơn một nửa gia tốc cực đại là



A. T/3

B. 2T/3

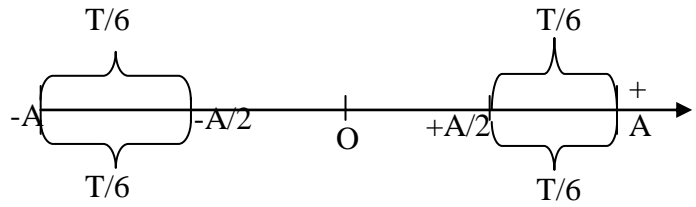
C. T/6

D. T/12

HD :Ta có :

$$\begin{cases} a_1 = a_{\max} \Rightarrow x_1 = A \\ a_2 = \frac{a_{\max}}{2} = \frac{1}{2} \omega^2 A \Rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{2} = \frac{T}{6} \Rightarrow 4\Delta t = 4 \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$$

**Câu 20 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chukì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có độ lớn gia tốc lớn hơn  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  gia tốc cực đại là

A. T/3

B. 2T/3

C. T/6

D. T/2

$$\text{HD :Ta có : } \begin{cases} a_1 = a_{\max} \Rightarrow x_1 = A \\ a_2 = \frac{a_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega^2 A \Rightarrow x_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \end{cases} \xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{8} = \frac{T}{8} \Rightarrow 4\Delta t = 4 \frac{T}{8} = \frac{T}{2}$$

**Câu 21 :** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Khoảng thời gian trong một chu kì để vật có độ lớn gia tốc lớn hơn  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  gia tốc cực đại là

A. T/3

B. 2T/3

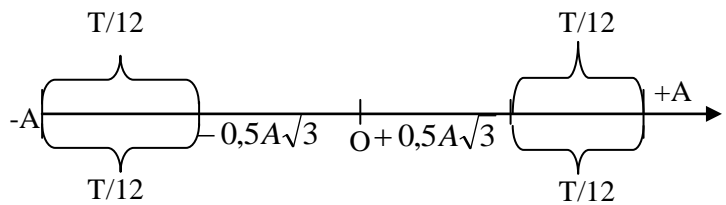
C. T/6

D. T/12

HD :

$$\begin{cases} a_1 = a_{\max} \Rightarrow x_1 = A \\ a_2 = \frac{a_{\max} \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega^2 A \Rightarrow x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1 \rightarrow x_2} \Delta t = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12} \Rightarrow 4\Delta t = 4 \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$$

**+ Cho khoảng thời gian, tìm chu kì****Câu 22:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa với biên độ A, thời gian ngắn nhất để con lắc di chuyển từ vị trí có li độ  $x_1 = -A$  đến vị trí có li độ  $x_2 = A/2$  là 1 giây. Chu kì dao động của con lắc là

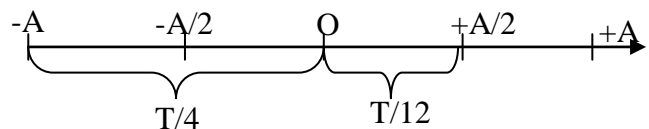
A. 6s

B. 1/3s

C. 2s

D. 3s

$$\text{HD: } \Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = 1s \Rightarrow T = 3s$$

**Câu 23:** Vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \sin \omega t$  cm, ( t tính bằng giây). Sau khi dao động được 1/8 chu kì dao động vật có li độ  $2\sqrt{2}$  cm. Biên độ dao động của vật làA.  $4\sqrt{2}$  cm

B. 2cm

C.  $2\sqrt{2}$  cm

D. 4cm

$$\text{HD: Khi : } t = \frac{T}{8} \Rightarrow x = A \sin \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{8} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{A}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow A = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4\text{cm}$$

**+ Biết khoảng thời gian, độ lớn vận tốc hoặc độ lớn gia tốc không vượt quá một giá trị nhất định**

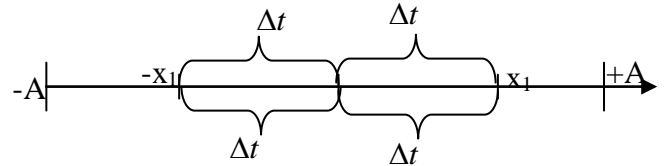
- Để gia tốc không vượt quá giá trị  $a_1$  thì vật phải nằm trong khoảng từ  $x = -x_1$  đến  $x = x_1$

$$\text{Cho } 4\Delta t = b \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{?} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ? A \\ |a_1| = \omega^2 |x_1| \Rightarrow \omega \sqrt{\frac{a_1}{|x_1|}} = \end{cases}$$

**Câu 24:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ  $5\text{cm}$ . Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt qua  $100\text{ cm/s}^2$  là  $T/3$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là

- A. 4Hz                      B. 3Hz                      C.  
2Hz                      D. 1Hz

HD: Để gia tốc không vượt quá giá trị  $a_1$  thì vật phải nằm trong khoảng từ  $x = -x_1$  đến  $x = x_1$



Ta có:

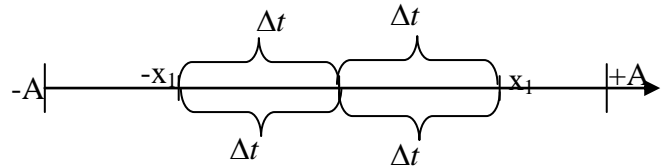
$$4\Delta t = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2} = 2,5\text{cm} \Rightarrow |a_1| = \omega^2 |x_1| \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_1}{|x_1|}} = 2\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1\text{Hz}$$

**Câu 25:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ  $6\text{cm}$ . Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt qua  $30\sqrt{2}\text{ cm/s}^2$  là  $T/2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Giá trị của  $T$  là

- A. 4s                      B. 3s                      C. 2s                      D. 5s

HD: Để gia tốc không vượt quá giá trị  $\text{cm/s}^2$  thì vật phải nằm trong khoảng từ  $x = -x_1$  đến  $x = x_1$

$$4\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}\text{cm} \Rightarrow |a_1| = \omega^2 |x_1| \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_1}{|x_1|}} = \pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 2\text{s}$$

**+ Cho vị trí và thời gian sau. Tìm trạng thái ban đầu**

**Câu 26:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục  $Ox$  (O là VTCB) với chu kì  $2\text{s}$  và biên độ  $A$ . Sau khi dao động được  $2,5\text{s}$  vật ở li độ cực đại. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. Dương qua vị trí cân bằng                      B. Âm qua vị trí cân bằng  
C. dương qua vị trí có li độ  $-A/2$                       D. âm qua vị trí có li độ  $-A/2$

**Câu 27:** Vật dao động điều hòa dọc theo trục  $Ox$  (O là VTCB) với chu kì  $1,5\text{s}$  và biên độ  $A$ . Sau khi dao động được  $3,25\text{s}$  vật ở li độ cực đại. Tại thời điểm ban đầu vật đi theo chiều

- A. Dương qua vị trí cân bằng                      B. Âm qua vị trí cân bằng  
C. dương qua vị trí có li độ  $A/2$                       D. âm qua vị trí có li độ  $A/2$

## **Dạng 6: BÀI TẬP VỀ HAI CHẤT ĐIỂM DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA**

### **THỜI ĐIỂM VÀ SỐ LẦN HAI VẬT GẶP NHAU, 2 VẬT CÁCH NHAU d**

#### **1. HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CÙNG TẦN SỐ**

**1. Cách nhớ nhanh số lần hai vật gặp nhau của 2 vật dao động điều hòa có cùng tần số góc nhưng không cùng biên độ**

##### **a. Cơ sở lý thuyết:**

Hai vật phải cùng vị trí cân bằng O, biểu diễn bằng hai đường tròn đồng tâm (hình vẽ).

Khi gặp nhau thì hình chiếu của chúng trên trục hoành trùng nhau.

Phần chứng minh dưới đây sẽ cho thấy:

Chúng gặp nhau hai lần liên tiếp cách nhau  $T/2$

Giả sử lần gặp nhau ban đầu hai chất điểm ở vị trí M, N.

Do chúng chuyển động ngược chiều nhau, nên giả sử

M chuyển động ngược chiều kim đồng hồ

còn N chuyển động thuận chiều kim đồng hồ.

##### **b. Nhận xét:**

- Lúc đầu MN ở bên phải và vuông góc với trục hoành (hình chiếu của chúng trên trục hoành trùng nhau)

- Do M, N chuyển động ngược chiều nhau nên chúng gặp nhau ở bên trái đường tròn

- Khi gặp nhau tại vị trí mới M' và N' thì M'N' vẫn phải vuông góc với trục hoành

- Nhận thấy tam giác OMN và OM'N bằng nhau, và chúng hoàn toàn đối xứng qua trục tung

**- Vậy thời gian để chúng gặp nhau lần 1 là  $T/2$ ,**

##### **c. Công thức tính số lần hai vật gặp nhau:**

Gọi thời gian đề bài cho là t,  $T/2 = i$ . Số lần chúng gặp nhau sau thời gian t:

$$n = \left[ \frac{t}{i} \right] \text{ bằng phần nguyên của } t \text{ chia nửa chu kỳ.}$$

**Chú ý:** Xem lúc  $t=0$  chúng có cùng vị trí hay không, nếu cùng vị trí và tính cả lần đó thì số lần sẽ là  $n+1$

##### **d. Phương pháp**

###### **Cách 1 :**

**B1 :** + Xác định vị trí, thời điểm gặp nhau lần đầu  $t_1$ .

+ Trong cùng khoảng thời gian t, hai dao động quét được một góc như nhau  $= \pi \Rightarrow t = T/2$   
(sau khoảng thời gian này 2 vật lại gặp nhau)

**B2 :** + Thời điểm gặp nhau lần thứ n :  $t = (n-1) T/2 + t_1$ . Với  $n = 1, 2, 3 \dots$

**Cách 2 :** Giải bằng phương pháp đại số.

**Cách 3 :** Hai dao động phải có cùng tần số.

Phương trình khoảng cách :  $D = |x_1 - x_2|$

Hai vật gặp nhau :  $x_1 = x_2$  :  $D = 0 \Rightarrow \omega t + \varphi = \pm \pi/2 + k2\pi$

Xét vD ( $t=0$ ) từ đó suy ra t

**Ví dụ 1 :** Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 400 g, độ cứng lò xo  $10\pi^2$  N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật gặp nhau liên tiếp là

A. 0,3 s.      B. 0,2 s.      **C. 0,4s.**      D. 0,1 s.

**Giải:** Giả sử hai vật gặp nhau tại vị trí li độ x, ở thời điểm  $t_1 = 0$ .

Sau khoảng thời gian  $t = T/2$  hai chất điểm quét được một góc  $\pi$  như nhau và gặp nhau tại  $x'$ .

Khoảng thời gian giữa ba lần gặp nhau  $n = 3$  :

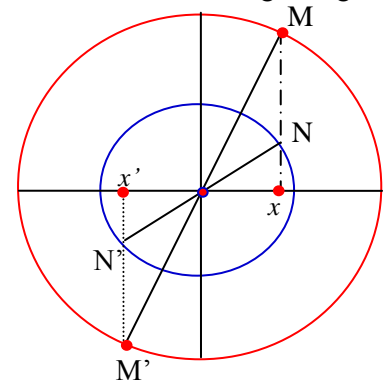
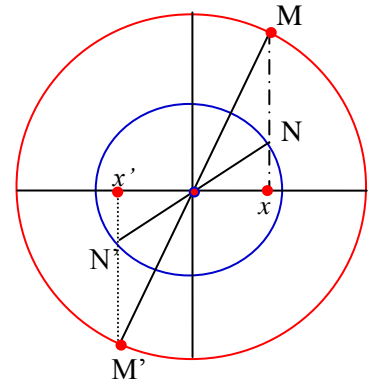
$$t = (n-1)T/2 + t_1 = (3-1)T/2 = T$$

$$\Rightarrow t = T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{10\pi^2}} = 0,4s$$

**Ví dụ 2 :** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là :  $x_1 = 3\cos(5\pi t - \pi/3)$  và  $x_2 = \sqrt{3}\cos(5\pi t - \pi/6)$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Trong khoảng thời gian 1s đầu tiên thì hai vật gặp nhau mấy lần?

**Giải :**

Ta thấy hai vật gặp nhau tại thời điểm ban đầu  $t_1 = 0$  :



Hình vẽ

$$\begin{cases} x_1 = 3\cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{3}{2} \\ x_2 = \sqrt{3}\cos(-\frac{\pi}{6}) = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$$

Chu kì :  $T = 2\pi/\omega = 2\pi/5\pi = 0,4s$ . Trong 1s có :  $t = (n-1)T/2 + t_1 = (n-1)0,4/2 + 1 \Rightarrow n = 6$  (lần) gặp nhau.

**Ví dụ 3 :** Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là  $x_1 = 3\cos(5\pi t - \pi/3)$  và  $x_2 = 2\sqrt{3}\cos(5\pi t - \pi/2)$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Xác định thời điểm gặp nhau của hai vật.

**Giải :** Tại thời điểm  $t = 0$ , hai vật không gặp nhau. Ta không thể giải bằng cách trên được.

Ta có : Khi gặp nhau có  $x_1 = x_2 \Leftrightarrow 3\cos(5\pi t - \pi/3) = 2\sqrt{3}\cos(5\pi t - \pi/2)$

$$\Leftrightarrow 3\cos(5\pi t - \pi/3) = 2\sqrt{3}\cos(5\pi t - \pi/3 - \pi/6)$$

$$\text{Đặt } y = 5\pi t - \pi/3. \text{ Ta có phương trình: } 3\cos y = 2\sqrt{3}\cos(y - \pi/6) \Leftrightarrow 3\cos y = 2\sqrt{3}[\cos y \cos \pi/6 - \sin y \sin \pi/6]$$

$$\Leftrightarrow 3\cos y = 2\sqrt{3}[\cos y \sqrt{3}/2 - \sin y \cdot 1/2] \Leftrightarrow 3\cos y = 3\cos y - \sqrt{3}\sin y \Rightarrow \sin y = 0$$

$$\Rightarrow y = k\pi \text{ Hay: } 5\pi t - \pi/3 = k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{15} + \frac{k}{5} \text{ với } k = 0; 1; 2; \dots$$

**Ví dụ 4:** Cho 2 vật dao động theo 2 phương trình  $x_1 = 3\sqrt{2}\cos(\omega t)(cm)$ ;  $x_2 = 6\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})(cm)$

. Kể từ lúc  $t = 0$  gặp nhau mấy 3 lần. tìm thời gian

**Giải:** Nhìn trên hình vẽ;

với ON biểu diễn  $x_1$ : góc  $\pi/4$  ứng  $T/8$ :

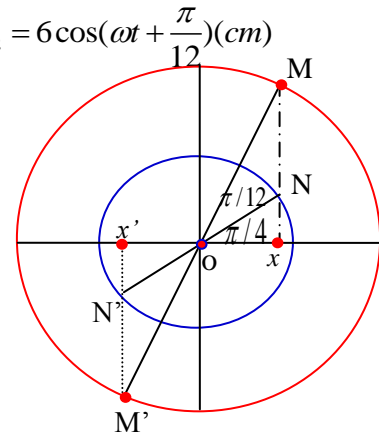
Lúc  $t = 0$  đến  $t = T/8$  thì 2 điểm M và N cùng tọa độ x.

dễ thấy khi 2 vật quay 1 vòng ( thời gian T)

thì chúng có cùng tọa độ x 2 lần đối xứng nhau qua O

vậy khi gặp nhau lần 3 thì ứng với thời gian là:

$$t = T + T/8 = 9T/8.$$



Hình vẽ

**Ví dụ 5:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt là

$$x_1 = 4\cos(4\pi t)cm \text{ và } x_2 = 4\sqrt{3}\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})cm. \text{ Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là}$$

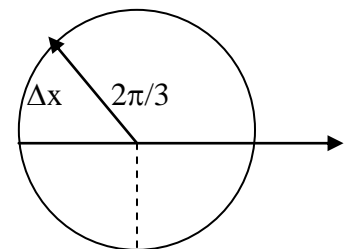
A.  $\frac{1}{16}s$  B.  $\frac{1}{4}s$  C.  $\frac{1}{12}s$  D.  $\frac{5}{24}s$

**Giải :**  $\Delta x = x_2 - x_1 = 8\cos(4\pi t + 2\pi/3)cm$

Khoảng thời gian ngắn nhất để hai chất điểm gặp nhau là

$$\Delta x = 0 \Rightarrow 8\cos(4\pi t + 2\pi/3) = 0 \Rightarrow t = 5/24 s$$

Vẽ vòng lượng giác, thấy ngay  $\Delta x = 0$  khi góc  $(4\pi t + 2\pi/3) = 3\pi/2 \Rightarrow t = 5/24 s$ . Chọn D



**Ví dụ 6:** Hai chất điểm M, N dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Phương

trình dao động của chúng lần lượt là  $x_1 = 10\cos 2\pi t$  cm và  $x_2 = 10\sqrt{3}\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$  cm. Hai chất điểm gặp nhau khi

chúng đi qua nhau trên đường thẳng vuông góc với trục Ox. Thời điểm lần thứ 2013 hai chất điểm gặp nhau là:

A. 16 phút 46,42s B. 16 phút 46,92s C. 16 phút 47,42s D. 16 phút 45,92s

**Giải:** ta có  $x_2 = 10\sqrt{3}\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})cm = -10\sqrt{3}\sin(2\pi t)$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10\cos(2\pi t) = -10\sqrt{3}\sin(2\pi t) \Rightarrow \tan(2\pi t) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow 2\pi t = -\frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{12} + \frac{k}{2} \text{ (s) với } k = 1; 2; 3; \dots \text{ hay } t = \frac{5}{12} + \frac{k}{2} \text{ với } k = 0, 1, 2, \dots$$

Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau ứng với  $k = 0$ :  $t_1 = \frac{5}{12} \text{ s}$ .

Lần thứ 2013 chúng gặp nhau ứng với  $k = 2012 \Rightarrow$

$$t_{2013} = 1006 \frac{5}{12} = 16 \text{ phút } 46,4166 \text{ s} = 16 \text{ phút } 46,42 \text{ s} \quad \text{Đáp án A}$$

**Ví dụ 7:** Hai chất điểm dao động điều hoà trên hai trục tọa độ Ox và Oy vuông góc với nhau (O là vị trí cân bằng của cả hai chất điểm). Biết phương trình dao động của hai chất điểm là:  $x = 2\cos(5\pi t + \pi/2) \text{ cm}$  và  $y = 4\cos(5\pi t - \pi/6) \text{ cm}$ . Khi chất điểm thứ nhất có li độ  $x = -\sqrt{3} \text{ cm}$  và đang đi theo chiều âm thì khoảng cách giữa hai chất điểm là

- A.  $3\sqrt{3} \text{ cm}$ .      B.  $\sqrt{7} \text{ cm}$ .      C.  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ .      D.  $\sqrt{15} \text{ cm}$ .

**Giải**

**t = 0:**  $x = 0$ ,  $v_x < 0$  chất điểm qua VTCB theo chiều âm  
 $y = 2\sqrt{3}$ ,  $v_y > 0$ , chất điểm y đi từ  $2\sqrt{3}$  ra biên.

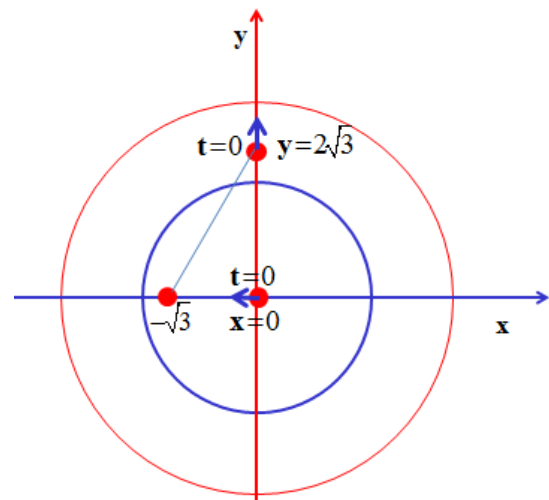
\* Khi chất điểm x đi từ VTCB đến vị trí  $x = -\sqrt{3}$  hết thời gian  $T/6$

\* Trong thời gian  $T/6$  đó, chất điểm y đi từ  $y = 2\sqrt{3}$  ra biên dương rồi về lại đúng  $y = 2\sqrt{3}$

\* Vị trí của 2 vật như hình vẽ

$$\text{Khoảng cách giữa 2 vật là } d = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{15}$$

**Chọn D**



**Ví dụ 8:** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số 0,5Hz dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Tại thời điểm  $t_1$  hai vật đi ngang nhau, hỏi sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu kể từ thời điểm  $t_1$  khoảng cách giữa chúng bằng 5cm.

- A.  $1/3 \text{ s}$ .      B.  $1/2 \text{ s}$ .      C.  $1/6 \text{ s}$ .      D.  $1/4 \text{ s}$ .

**Giải** Khi  $\Delta x = 10 \text{ cm}$  cực đại  $\Rightarrow$  tương đương vec tơ  $\Delta x$  có biên độ  $A = 10 \text{ cm}$  và song song với trục Ox

Đề ra thời điểm ban đầu hai vật gặp nhau  $\Rightarrow$  Vectơ  $\Delta x$  vuông góc với trục Ox  $\Rightarrow$  pha ban đầu  $\pi/2$

$\Rightarrow$  thời gian ngắn nhất để hai vật cách nhau  $5 \text{ cm} = A/2 \Rightarrow$  góc quay  $\pi/6$ .  $t = (\pi/6) / 2\pi f = 1/6 \text{ s} \Rightarrow$  chọn C

**2 : HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA KHÁC TẦN SỐ****Lưu ý :****+ Hai vật gặp nhau  $\Rightarrow x_1 = x_2$** **+ Hai vật gặp nhau tại li độ x, chuyển động ngược chiều  $\Rightarrow$  ngược pha.****Ví dụ 9 :** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng biên độ A, với tần số góc 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật đồng thờixuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật gặp nhau là :

A. 1/35 s. B. 1/25 s. C. 1/36 s. D. 1/6 s.

**Giải :**Để có khoảng thời gian ngắn nhất  $\Rightarrow$  hai vật chuyển động cùng chiều và theo chiều dương.

$$\text{Xuất phát tại } \frac{A\sqrt{2}}{2} \text{ với } t=0 \Rightarrow \begin{cases} A \cos \varphi_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2} \\ A \cos \varphi_2 = \frac{A\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Phương trình dao động : } \begin{cases} x_1 = A \cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) \\ x_2 = A \cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

$$\text{Khi gặp nhau : } x_1 = x_2 \Rightarrow (\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) = \pm(\omega_2 t - \frac{\pi}{4})$$

$$\text{Hai dao động gặp nhau lần đầu nên ngược pha: } (\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) = -(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow t = \frac{2\pi}{4(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{2\pi}{4(6\pi + 12\pi)} = \frac{1}{36} \text{ s. Chọn C.}$$

**Ví dụ 10:** Có hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng song song và gần nhau với cùng biên độ A, tần số 3 Hz và 6 Hz. Lúc đầu hai vật xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A}{2}$ . Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là?

$$\text{A. } \frac{1}{4} \text{ s} \quad \text{B. } \frac{1}{18} \text{ s} \quad \text{C. } \frac{1}{26} \text{ s} \quad \text{D. } \frac{1}{27} \text{ s}$$

**Cách 1:**  $\cos \alpha = \frac{A/2}{A} \rightarrow \alpha = 60^\circ$ . Muốn hai vật gặp nhau tổng góc quayhai vật bằng  $2\alpha$ .

$$\text{Vậy } \omega_1 t + \omega_2 t = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow t(\omega_1 + \omega_2) = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow t(6\pi + 12\pi) = \frac{2\pi}{3} \\ \Leftrightarrow t = \frac{1}{27} \text{ s}$$

**Cách 2:** Chọn pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{3}$ . trong cùng khoảng thời gian như nhauthì dao động có  $T_1 = 2T_2$  sẽ quét 1 góc  $\Delta\varphi_1 = \frac{\alpha}{2} \Delta\varphi_2$ . Khi đó vật có  $T_2$  sẽ quét được 1 góc  $\frac{4\pi}{9}$  vật có  $T_1$  quét góc

$$\frac{2\pi}{9}. \text{ Khi đó 2 vật sẽ cùng li độ đối chiều trên vòng tròn là 2 góc } \frac{\pm\pi}{9}. \text{ Vậy } \Delta T = \frac{2\pi/9}{2\pi} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

**Cách 3:** Vẽ đường tròn ta thấy vật 2 sẽ đi nhanh hơn hay quét nhanh hơn, mà chu kì bằng 1/2 của nhau, do đó vật 1 ta cho nằm trên trục gốc, vật 2 dưới trục gốc. khi vật 1 quét được 1 góc nào đó thì vật 2 quét 1 góc gấp đôi, và chúnglệch nhau 120 độ. do đó bỏ 3 ra tức vật 1 quét 40 độ vật 2 quét 80 độ là vừa đủ 120 độ, vậy dễ dàng  $\Rightarrow t_{\min} = \frac{1}{27}$



**IV. TRẮC NGHIỆM:**

**Câu 1:** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Phương trình dao động của M và N lần lượt là  $x_M = 3\sqrt{2}\cos\omega t$  (cm) và  $x_N = 6\cos(\omega t + \pi/12)$  (cm). Kể từ  $t = 0$ , thời điểm M và N có vị trí ngang nhau lần thứ 3 là

A. T

B.  $9T/8$ C.  $T/2$ D.  $5T/8$ **GIẢI:**

\* Khoảng cách giữa M và N :  $x = x_N - x_M = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\text{Với : } \tan\varphi = \frac{6\sin\pi/12 - 3\sqrt{2}\sin 0}{6\cos\pi/12 - 3\sqrt{2}\cos 0} = 1 \Rightarrow \varphi = \pi/4 \Rightarrow x = A\cos(\omega t + \pi/4)$$

\* Khi M, N có VT ngang nhau :  $x = 0 \Rightarrow (\omega t + \pi/4) = \pi/2 + k\pi \Rightarrow t = \frac{T}{2\pi}(\frac{\pi}{4} + k\pi) = \frac{T}{8} + k\frac{T}{2}$

M và N có vị trí ngang nhau lần thứ 3 khi  $k = 2 \Rightarrow t = 9T/8$

**Câu 2:** Hai con lắc có cùng biên độ, có chu kỳ  $T_1, T_2 = 4T_1$  tại thời điểm ban đầu chúng đi qua VTCB theo cùng một chiều. Khoảng thời gian ngắn nhất hai con lắc ngược pha nhau là:

A.  $\frac{T_2}{6}$ B.  $\frac{T_2}{4}$ C.  $\frac{T_2}{3}$ D.  $\frac{T_2}{2}$ 

**Giải :** Thời gian ngắn nhất để hai con lắc ngược pha nhau là bằng  $1/2$  chu kì trùng phùng  $t = t_{\min}/2$

$$t_{\min} = n_1 T_1 = n_2 T_2 \text{ với } T_1 / T_2 = n_2 / n_1 = 1/4 = \text{phân số tối giản} \Rightarrow n_2 = 1 \Rightarrow t_{\min} = T_2 \Rightarrow t = T_2/2 \Rightarrow \text{chọn D}$$

**Câu 3:** Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số  $f = 0,5\text{Hz}$  dọc theo hai đường thẳng song song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Tại thời điểm  $t_1$  hai vật đi ngang nhau, hỏi sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu kể từ thời điểm  $t_1$  khoảng cách giữa chúng bằng 5cm.

A.  $1/3s$ .B.  $1/2s$ .C.  $1/6s$ .D.  $1/4s$ .

**Giải** Khi  $\Delta x = 10$  cm cực đại  $\Rightarrow$  tương đương vec tơ  $\Delta x$  có biên độ  $A = 10$  cm và song song với trục Ox  $\Rightarrow$  pha đầu bằng 0.

$$\text{Phương trình dao động của } \Delta x = A \cos(\omega t) = 10 \cos(2\pi f t) \Rightarrow \text{khi } \Delta x = 5 \text{ cm} \Rightarrow t = 1/3 s \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 4:** Có hai vật dao động điều hòa cùng biên độ A, với tần số 3Hz và 6Hz. Lúc đầu hai vật cùng xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A}{\sqrt{2}}$  và đang chuyển động theo chiều dương. Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng li độ là

A.  $\frac{1}{18} s$ .B.  $\frac{1}{27} s$ .C.  $\frac{1}{36} s$ .D.  $\frac{1}{72} s$ .

**Giải :** Vì cùng xuất phát từ  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$  và chuyển động theo chiều dương nên pha ban đầu của chúng  $-\frac{\pi}{4}$ .

$$\text{Do đó phương trình của chúng lần lượt là } x_1 = A\cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) \text{ và } x_2 = A\cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{4})$$

$$\text{Khi chúng gặp nhau, ta có } x_1 = x_2 \text{ suy ra } A\cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) = A\cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow (\omega_1 t - \frac{\pi}{4}) = -(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{36} s.$$

**Câu 5.** Cho hai vật dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox, có cùng vị trí cân bằng là gốc O và có cùng biên độ và với chu kì lần lượt là  $T_1 = 1s$  và  $T_2 = 2s$ . Tại thời điểm ban đầu, hai vật đều ở miền có gia tốc âm, cùng đi qua vị trí

có động năng gấp 3 lần thế năng và cùng đi theo chiều âm của trục Ox. Thời điểm gần nhất ngay sau đó mà hai vật lại gặp nhau là

- A.  $\frac{2}{9}s$       B.  $\frac{4}{9}s$       C.  $\frac{2}{3}s$       D.  $\frac{1}{3}s$

**Giải :** Tại thời điểm đầu, hai vật đều ở miền có gia tốc âm nên  $x > 0$ , cùng đi qua vị trí có động năng gấp 3 lần thế năng  $x = \frac{A}{2}$  và cùng đi theo chiều âm của trục Ox

Phương trình dao động vật 1 là  $x_1 = A \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ ; Phương trình dao động vật 2 là  $x_2 = A \cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$

Gặp nhau nên  $x_1 = x_2 \Leftrightarrow A \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = A \cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$

$$\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = \cos(\pi t + \frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi t + \frac{\pi}{3} = \pi t + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t + \frac{\pi}{3} = -\pi t - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi t = k2\pi \\ 3\pi t = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = k2 \\ t = -\frac{2}{9} + k\frac{2}{3} \end{cases} \text{ Khi } k=1 \text{ thì } t=2 \text{ và } t = \frac{4}{9}s \text{ (chọn B)}$$

**Câu 6:** Hai chất điểm dao động điều hoà trên trục Ox với các phương trình lần lượt là

$x_1 = 2A \cos \frac{2\pi}{T_1} t$  (cm),  $x_2 = A \cos(\frac{2\pi}{T_2} t + \frac{\pi}{2})$  (cm). Biết  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$  Vị trí mà hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên là

- A.  $x = -A$ .      B.  $x = -\frac{2A}{3}$ .      C.  $x = -\frac{A}{2}$ .      D.  $x = -1,5A$ .

**Giải:** Vẽ giản đồ vectơ như hình vẽ.

Ở thời điểm ban đầu hai chất điểm ở  $M_{01}$  và  $M_{02}$

Sau thời gian  $t = \frac{T_1}{3} = \frac{T_2}{4}$  hai chất điểm ở  $M_1$  và  $M_2$ .

$$x_1 = 2A \cos(\frac{2\pi}{T_1} \frac{T_1}{3}) = 2A \cos(\frac{2\pi}{3}) = -A; \quad x_2 = A \cos(\frac{2\pi}{T_2} \frac{T_2}{4} + \frac{\pi}{2}) = A \cos(\pi) = -A$$

Như vậy vị trí hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên có tọa độ  $x = -A$ . **Chọn đáp án A**

**Câu 7( ĐH 2013):** Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81 cm và 64 cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi  $\Delta t$  là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị  $\Delta t$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 8,12s.      B. 2,36s.      C. 7,20s.      D. 0,45s.

**Giải 1:**

+ Dạng này tốt nhất là viết PT dao động  $x_1, x_2$ :  $X_1 = A \cos(\frac{\pi}{0,9}t + \frac{\pi}{2})$ ;  $X_2 = A \cos(\frac{\pi}{0,8}t + \frac{\pi}{2})$

+ Hai dây song song nhau khi  $x_1 = x_2$  giải Pt thì có:  $t_{\min} = 0,423s$ . **Chọn D**

$$\text{Giải 2: } \omega_1 = \sqrt{\frac{10}{0,81}} = \frac{\pi}{0,9}; \omega_2 = \sqrt{\frac{10}{0,64}} = \frac{\pi}{0,8} \xrightarrow{t_{\min}} \begin{cases} \left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) = -\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + 2\pi \rightarrow t_{\min} = 1,27(s) \\ \left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right) = -\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) + 2\pi \rightarrow t_{\min} = 0,42(s) \end{cases}$$

**Giải 3:**  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1,8s, T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1,2s,$

Con lắc 1 chuyển động từ vị trí cân bằng đến vị trí biên lần đầu mất thời gian  $\Delta t_1 = \frac{T_1}{4} = 0,45s$ , còn con lắc thứ 2 mất thời gian  $\Delta t_2 = \frac{T_2}{4} = 0,3s \Rightarrow$  Con lắc 2 đến vị trí biên trước và quay lại gặp con lắc 1 (hai sợi dây song song) khi con lắc 1 chưa đến vị trí biên lần thứ nhất  $\Rightarrow$  thời gian cần tìm  $\Delta t < 0,45s$ . So sánh các đáp án trên chọn **Chọn D**

**Giải 4:** Ta có  $\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}}; \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_2}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \omega_2 = \frac{9}{8}\omega_1$

Chọn gốc thời gian lúc hai vật qua VTCB theo chiều dương thì phương trình dao động của hai vật:

$$a_1 = a_0 \cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}); a_2 = a_0 \cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{2})$$

Lúc hai dây treo song song nhau hai vật có cùng li độ nhưng ngược pha nhau:

$$\omega_1 t - \frac{\pi}{2} = -(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \pi \Rightarrow (\omega_1 + \frac{9}{8}\omega_1)t = \pi$$

$$\Rightarrow t = \frac{8\pi}{17\omega_1} = \frac{8\pi}{17} \sqrt{\frac{l_1}{g}} \rightarrow \Delta t = \frac{8}{17} \sqrt{\frac{0,81 \cdot \pi^2}{10}} = 0,4235 s. \text{ Chọn D}$$

**Câu 8:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox theo các phương trình lần lượt là  $x_1 = 4\cos(4\pi t)cm$  và  $x_2 = 4\sqrt{3}\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})cm$ . Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là

A.  $\frac{1}{16}s$

B.  $\frac{1}{4}s$

C.  $\frac{1}{12}s$

D.  $\frac{5}{24}s$

**Giải:**

Cách 1 giải theo phương pháp giải phương trình lượng giác.

Cách 2: Biểu diễn các dao động  $x_1, x_2$  bằng các véc tơ  $\vec{A}_1$  và  $\vec{A}_2$  tương ứng!

**Chú ý:** Ban đầu hai véc tơ này lần lượt trùng với trục ox và oy và chúng cùng quay theo chiều dương của đường tròn lượng giác!

Hai dao động này vuông pha nhau và cùng tần số góc nên góc hợp bởi hai véc tơ này không đổi theo thời gian.

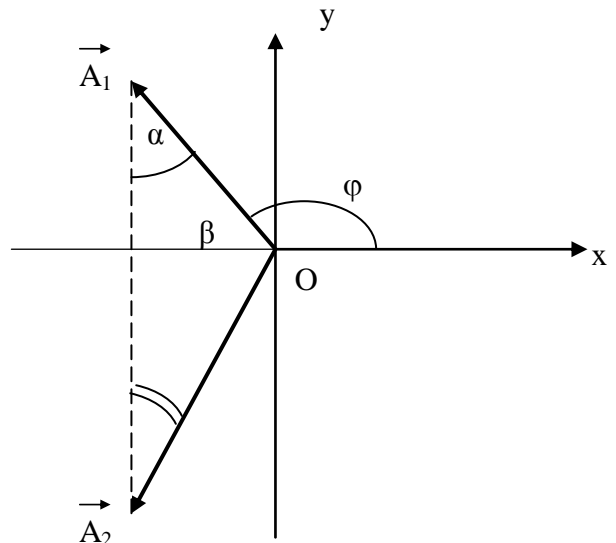
Để hai chất điểm gặp nhau (chúng có cùng li độ) Khi đó đoạn thẳng nối hai đầu mút của hai véc tơ (cạnh huyền của tam giác vuông) phải song song với trục thẳng đứng (Oy)

Có:  $\tan \alpha = A_2/A_1 = \sqrt{3}$  Suy ra  $\alpha = \pi/3$  Suy ra  $\beta = \pi/6$

Do đó góc quét  $\varphi$  của hai véc tơ là:  $\varphi = \pi - \pi/6 = 5\pi/6$

Thời điểm lần đầu tiên hai chất điểm gặp nhau là:

$$t = \varphi/\omega \text{ hay } t = 5\pi/(6 \cdot 4\pi) = 5/24 s. \text{ Chọn D}$$



**Dạng 7– Xác định quãng đường- Số lần vật đi qua ly độ  $x_0$  từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$** **1 – Kiến thức cần nhớ :**

Phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  cm

Phương trình vận tốc:  $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$  cm/s

Tính số chu kỳ dao động từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  :  $N = \frac{t_2 - t_1}{T} = n + \frac{m}{T}$  với  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

**Trong một chu kỳ :** + vật đi được quãng đường  $4A$   
+ Vật đi qua ly độ bất kỳ 2 lần

\* Nếu  $m = 0$  thì: + Quãng đường đi được:  $S_T = n.4A$   
+ Số lần vật đi qua  $x_0$  là  $M_T = 2n$

\* Nếu  $m \neq 0$  thì : + Khi  $t = t_1$  ta tính  $x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi)$ cm và  $v_1$  dương hay âm (không tính  $v_1$ )  
+ Khi  $t = t_2$  ta tính  $x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi)$ cm và  $v_2$  dương hay âm (không tính  $v_2$ )

Sau đó vẽ hình của vật trong phần lẻ  $\frac{m}{T}$  chu kỳ rồi dựa vào hình vẽ để tính  $S_{lẻ}$  và số lần  $M_{lẻ}$  vật đi qua  $x_0$  tương ứng.

Khi đó: + Quãng đường vật đi được là:  $S = S_T + S_{lẻ}$

+ Số lần vật đi qua  $x_0$  là:  $M = M_T + M_{lẻ}$

**2 – Phương pháp chung:**

Bước 1 : Xác định :  $\begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases}$  và  $\begin{cases} x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$  ( $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

Bước 2 : Phân tích :  $t = t_2 - t_1 = nT + \Delta t$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq \Delta t < T$ )

Quãng đường đi được trong thời gian  $nT$  là  $S_1 = 4nA$ , trong thời gian  $\Delta t$  là  $S_2$ .

Quãng đường tổng cộng là  $S = S_1 + S_2$  : \* Nếu  $v_1 v_2 \geq 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} \Delta t < \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = |x_2 - x_1| \\ \Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 2A \\ \Delta t > \frac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 4A - |x_2 - x_1| \end{cases}$$

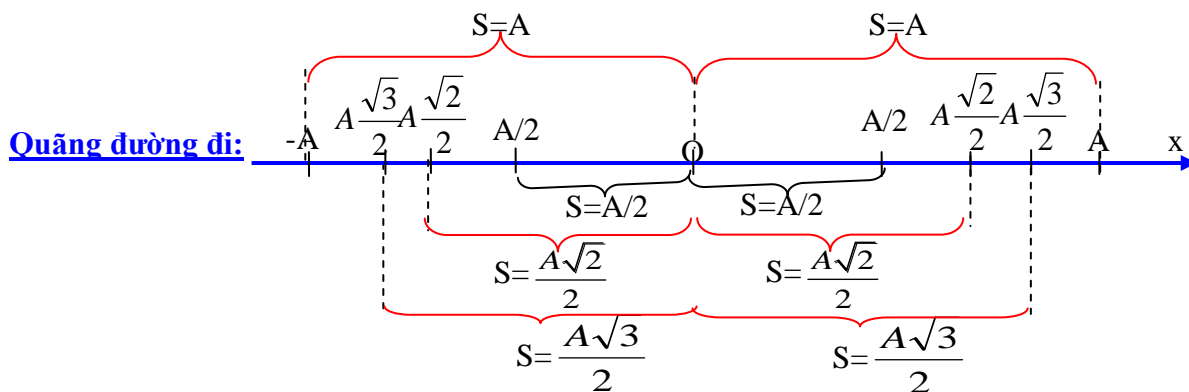
\* Nếu  $v_1 v_2 < 0 \Rightarrow$

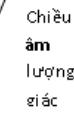
$$\begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases}$$

**Lưu ý :** + Tính  $S_2$  bằng cách định vị trí  $x_1, x_2$  và chiều chuyển động của vật trên trục Ox

+ Trong một số trường hợp có thể giải bài toán bằng cách sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều sẽ đơn giản hơn.

+ Tốc độ trung bình của vật đi từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ :  $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1}$  với  $S$  là quãng đường tính như trên.





- Trang 55

- + Xác định li độ  $x_1'$  và dấu của vận tốc  $v_1'$  tại thời điểm:  $t_1 + nT + T/2$
- + Xác định li độ  $x_2$  và dấu của vận tốc  $v_2$  tại thời điểm  $t_2$
- + Nếu  $v_1'v_2 \geq 0$  ( $v_1'$  và  $v_2$  cùng dấu – vật không đổi chiều chuyển động) thì :  $S_2 = |x_2 - x_1'|$
- + Nếu  $v_1'v_2 < 0$  ( $v_1'$  và  $v_2$  trái dấu – vật đổi chiều chuyển động) thì :
  - $v_1' > 0, v_2 < 0$  :  $S_2 = 2A - x_1' - x_2$
  - $v_1' < 0, v_2 > 0$  :  $S_2 = 2A + x_1' + x_2$

(Nếu cần nhớ ta có thể nhớ quãng đường  $S_2$  đi trong thời gian  $t' < T/2$  như sau.)

$t_1 \Rightarrow x_1$  và dấu  $v_1$ ;  $(t_1+t') \Rightarrow x_2$  và dấu  $v_2$

$v_1.v_2 > 0$  (cùng dấu)  $\Rightarrow S = |x_1 - x_2|$

$v_1.v_2 < 0$  (trái dấu)  $\Rightarrow S = 2A - |x_1| + |x_2|$  ( $x_1$  cùng dấu  $x_2$ )  $\Rightarrow S = 2A - |x_1| - |x_2|$  ( $x_1$  trái dấu  $x_2$ )

### **2.3. Phương pháp 3: DÙNG TÍCH PHÂN TÍNH QUÃNG ĐƯỜNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA** **a. Xét bài toán tổng quát :**

Một vật dao động điều hoà theo quy luật:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  (1)

Xác định quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  :  $t = t_2 - t_1$

-Ta chia khoảng thời gian rất nhỏ thành những phần diện tích thể hiện quãng đường rất nhỏ, trong khoảng thời gian  $dt$  đó có thể coi vận tốc của vật là không đổi :

$$v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

-Trong khoảng thời gian  $dt$  này, quãng đường  $ds$  mà vật đi được là:

$$ds = |v| dt = |-\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt$$

-Do đó, quãng đường  $S$  của vật từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$  là:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt \quad (3)$$

-Tuy nhiên, việc tính (3) nhờ máy tính Fx570ES hoặc Fx570ES Plus thường rất chậm, tùy thuộc vào hàm số vận tốc và pha ban đầu. Do vậy ta có thể chia khoảng thời gian như sau:

$$t_2 - t_1 = nT + \Delta t; \text{ Hoặc: } t_2 - t_1 = mT/2 + \Delta t'$$

**-Ta đã biết: Quãng đường vật đi được trong 1 chu kỳ là  $4A$ .**

**Quãng đường vật đi được trong 1/2 chu kỳ là  $2A$ .**

**-Nếu  $\Delta t \neq 0$  hoặc  $\Delta t' \neq 0$  thì việc tính quãng đường là khó khăn..Ta dùng máy tính hỗ trợ!**

**b. Ví dụ:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục  $Ox$  với phương trình  $x = 6 \cdot \cos(20t - \pi/3)$  cm ( $t$  đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = 0,7\pi/6$  (s) là

A. 9cm

B. 15cm

C. 6cm

**D. 27cm**

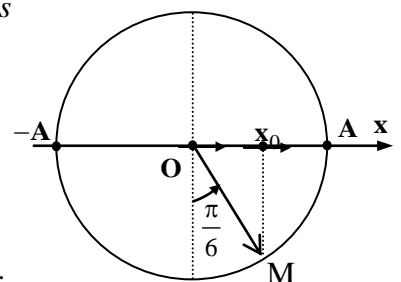
**Giải 1:** Chu kỳ  $T = T = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$  s ; Thời gian đi :  $t = t_2 - t_1 = t_2 - 0 = \frac{0,7\pi}{6} = \frac{7\pi}{60}$  s

$$n = \left[ \frac{\frac{7\pi}{60} - 0}{\frac{\pi}{10}} \right] = \left[ \frac{7}{6} \right] = 1 \text{ và } \frac{1}{6}T.$$

$T/6$  ứng với góc quay  $\pi/3$  từ M đến A để thấy đoạn  $X_0A = 3$ cm (Hình bên)

Quãng đường vật đi được 1 chu kỳ là  $4A$  và từ  $x_0$  đến A ứng với góc quay  $\pi/3$  là  $x_0A$ .

Quãng đường vật đi được :  $4A + X_0A = 4 \cdot 6 + 3 = 24 + 3 = 27$ cm. **Chọn D**



Hình

**Giải 2: Dùng tích phân xác định nhờ máy tính Fx570ES hoặc Fx570ES Plus:**



Vận tốc:  $v = -120\sin(20t - \frac{\pi}{3})(\text{cm/s})$ .

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đã cho là:  $S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_0^{7\pi/60} \left| 120\sin(20x - \frac{\pi}{3}) \right| dx$

Nhập máy tính: Bấm  $\int \square$ , bấm: **SHIFT** **hyp** (Dùng trị tuyệt đối (Abs)).

Chọn đơn vị góc là Rad bấm: **SHIFT** **MODE** **4** màn hình hiển thị **R**

Với biểu thức trong dấu tích phân là vận tốc, cận trên là thời gian cuối, cận dưới là thời gian đầu, biến  $t$  là  $x$ , ta được biểu thức như sau:

$$\int_0^{7\pi/60} \left| 120\sin(20x - \frac{\pi}{3}) \right| dx \quad \text{Bấm } \square \quad \text{chờ khoảng trên 5 phút màn hình hiển thị: 27. Chọn D}$$

**Quá Lâu!!! Sau đây là cách khắc phục thời gian chờ đợi !!!**

**c. Các trường hợp có thể xảy ra:**  $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$ ; hoặc:  $t_2 - t_1 = mT/2 + \Delta t'$

**Trường hợp 1:** Nếu đề cho  $t_2 - t_1 = nT$  (nghĩa là  $\Delta t = 0$ ) thì quãng đường là:  **$S = n.4A$**

**Trường hợp 2:** Nếu đề cho  $t_2 - t_1 = mT/2$  (nghĩa là  $\Delta t' = 0$ ) thì quãng đường là:  **$S = m.2A$**

**Trường hợp 3:** Nếu  $\Delta t \neq 0$  hoặc:  $\Delta t' \neq 0$

Dùng tích phân xác định để tính quãng đường vật đi được trong thời gian  $\Delta t$  hoặc  $\Delta t'$ :

$$\Rightarrow \text{Tổng quãng đường: } S = S_1 + S_2 = 4nA + S_2 \quad \text{với} \quad S_2 = \int_{t_1+nT}^{t_2} ds = \int_{t_1+nT}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt =$$

$$\text{Hoặc: } S = S'_1 + S'_2 = 2mA + S'_2 \quad \text{với} \quad S'_2 = \int_{t_1+mT/2}^{t_2} ds = \int_{t_1+mT/2}^{t_2} |\omega A \sin(\omega t + \varphi)| dt =$$

**Tính quãng đường  $S_2$  hoặc  $S'_2$  dùng máy tính Fx 570ES ; Fx570ES Plus**

**d. Chọn chế độ thực hiện phép tính tích phân của MT CASIO fx-570ES, 570ES Plus**

Các bước Chọn chế độ	Nút lệnh	Ý nghĩa- Kết quả
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>1</b>	Màn hình xuất hiện <b>Math</b> .
Chọn đơn vị đo góc là Rad ( <b>R</b> )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình hiển thị chữ <b>R</b>
Thực hiện phép tính tích phân	Bấm: <b>Phím</b> $\int \square$	Màn hình hiển thị $\int \square dx$
Dùng hàm trị tuyệt đối (Abs)	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>hyp</b>	Màn hình hiển thị $\int \square  dx$
Chú ý biến $t$ thay bằng $x$	Bấm: <b>ALPHA</b> <b>X</b>	Màn hình hiển thị <b>X</b>
Nhập hàm $v = -\omega A \sin(\omega x + \varphi)$	Bấm: $v = -\omega A \sin(\omega x + \varphi)$	Hiện thị $\int \square  \omega A \sin(\omega x + \varphi)  dx$
Nhập các cận tích phân	Bấm: $\int_{t_1+nT}^{t_2} \square$	Hiện thị $\int_{t_1+nT}^{t_2}  \omega A \sin(\omega x + \varphi)  dx$
Bấm dấu bằng (=)	Bấm: $\square$ chờ hơi lâu	<b>Hiện thị kết quả:.....</b>

### 3. CÁC BÀI TẬP :

**BÀI TẬP 1:** Cho phương trình dao động điều hoà  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/3)(\text{cm})$ . Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng 0,25s kể từ lúc đầu.

**Giải 1:** Ta có Chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} s = 0,5s$ . Do đó thời gian đi được là 0,25s bằng 1 nửa chu kỳ nên quãng đường tương ứng là  $2A$ .  $\Rightarrow$  **Quãng đường  $S = 2A = 2.4 = 8\text{cm}$  (một nửa chu kỳ:  $m = 1$ )**

**Giải 2:** Từ phương trình li độ, ta có phương trình vận tốc:  $v = -16\pi \sin(4\pi t + \pi/3)(\text{cm/s})$ ,

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đã cho là:  $S = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_0^{0,25} \left| 16\pi \sin(4\pi x + \frac{\pi}{3}) \right| dx$

Với máy tính **Fx570ES** : Bấm: **SHIFT** **MODE** **1** Bấm: **SHIFT** **MODE** **4**

Bấm  $\int \square$ , bấm: **SHIFT** **hyp** Dùng hàm trị tuyệt đối (Abs). Với biểu thức trong dấu tích phân là phương trình vận tốc, cận trên là thời gian cuối, cận dưới là thời gian đầu, biến t là x, ta được :

$\int_0^{0,25} \left| 16\pi \sin(4\pi x + \frac{\pi}{3}) \right| dx$  Bấm  $\square$  **chờ khá lâu... màn hình hiển thị: 8** => **Quãng đường S = 8cm**

**BÀI TẬP 2:** Một vật chuyển động theo quy luật:  $x = 2\cos(2\pi t - \pi/2)(cm)$ . Tính quãng đường của nó sau thời gian  $t = 2,875s$  kể từ lúc bắt đầu chuyển động.

**GIẢI:** Vận tốc  $v = -4\pi \sin(2\pi t - \pi/2)(cm/s)$

\*Chu kỳ dao động  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1s$ ; \*Số bán chu kỳ:  $m = \left\lfloor \frac{2,875}{\frac{1}{2}} \right\rfloor = [5,75] = 5$  (chỉ lấy phần nguyên)

\*Quãng đường trong 5 bán chu kỳ:  $S'_1 = 2mA = 2.5.2 = 20cm$

\*Quãng đường vật đi được trong  $\Delta t'$ :  $S'_2(t_{1+\frac{mT}{2}} \rightarrow t_2)$  Với  $t_1 + \frac{mT}{2} = 0 + \frac{5}{2} = 2,5s$

Ta có:  $S'_2 = \int_{t_1+mT/2}^{t_2} ds = \int_{2,5}^{2,875} \left| 4\pi \sin(2\pi t - \frac{\pi}{2}) \right| dt$

Với máy tính **Fx570ES** : Bấm: **SHIFT** **MODE** **1** Bấm: **SHIFT** **MODE** **4**

Nhập máy:  $\int_{2,5}^{2,875} \left| 4\pi \sin(2\pi x - \frac{\pi}{2}) \right| dx$   $\square$  **Chờ vài phút ...màn hình hiển thị: 2,585786438=2,6**

=> **Quãng đường S = 2mA + S'\_2 = 20 + 2,6 = 22,6cm**

**BÀI TẬP 3:** Một vật dao động điều hòa có phương trình:  $x = 2\cos(4\pi t - \pi/3)(cm)$

Tính quãng đường vật đi được từ lúc  $t_1 = 1/12s$  đến lúc  $t_2 = 2s$ .

**GIẢI:** \*Vận tốc  $v = -8\pi \sin(4\pi t - \pi/3)(cm/s)$  \*Chu kỳ dao động:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2}s$

\*Số bán chu kỳ vật thực hiện được:  $m = \left\lfloor \frac{2 - \frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{23}{3} \right\rfloor = 7$  (lấy phần nguyên) =>  $m = 7$

\*Quãng đường vật đi được trong m nửa chu kỳ:  $S'_1(t_1 \rightarrow t_{1+mT/2}) = 2mA = 2.7.2 = 28cm$

\*Quãng đường vật đi được trong  $\Delta t'$ :  $S'_2(t_{1+mT/2} \rightarrow t_2)$  Với  $t_1 + mT/2 = \frac{1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{22}{12}s = 11/6s$

Ta có:  $S'_2 = \int_{t_1+mT/2}^{t_2} ds = \int_{11/6}^2 \left| 8\pi \sin(4\pi t - \frac{\pi}{3}) \right| dt$

Với máy tính **Fx570ES** : Bấm: **SHIFT** **MODE** **1** Bấm: **SHIFT** **MODE** **4**

Nhập máy tính **Fx570ES**:  $\int_{11/6}^2 \left| 8\pi \sin(4\pi x - \frac{\pi}{3}) \right| dx$   $\square$  **Chờ vài giây ...màn hình hiển thị : 3**

=> **Quãng đường S = S'\_1 + S'\_2 = 2mA + S'\_2 = 28 + 3 = 31cm**

**PHƯƠNG PHÁP CHUNG :**

**Qua các bài tập trên, chúng ta có thể đưa ra phương pháp chung để giải các bài toán tìm quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t_2 - t_1$  :**

1. Căn cứ vào phương trình dao động, xác định các đại lượng  $A$ ,  $\omega$  và  $T$ . Viết phương trình vận tốc của vật.
2. Chia khoảng thời gian:  $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$  hoặc:  $t_2 - t_1 = mT/2 + \Delta t'$ .
3. Sau đó tính quãng đường vật đi được trong số nguyên chu kỳ hoặc số nguyên bán chu kỳ, tương ứng với quãng đường trong khoảng thời gian  $NT$  là  $S_1 = 4nA$  hoặc  $mT/2$  là  $S'_1 = 2mA$
4. Dùng tích phân xác định nhờ máy tính Fx570Es, Fx570ES Plus để tìm nhanh quãng đường đi trong  $\Delta t < T$  là  $S_2$  hoặc  $\Delta t' < T/2$  là  $S'_2$
5. Tính tổng quãng đường trong khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$  :  **$S = S_1 + S_2$  hoặc:  $S = S'_1 + S'_2$**

**4. Các Ví dụ:**

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{3})(cm)$ . Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 1,1s đầu tiên.

**Giải:** Ta có chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2(s) \Rightarrow T/2 = 0,1s$

Phân tích:  $\Delta t = 1,1s = nT + \Delta t' = 5,0,2 + \frac{0,2}{2} = 5.T + \frac{T}{2}$ .  $\rightarrow$  Quãng đường đi được trong thời gian:  $nT + T/2$  là:

$S_1 = n.4A + 2A \Rightarrow$  Quãng đường vật đi được là  $S = 5.4A + 2A = 22A = 44cm$ .

**Lưu ý:** Vì:  $\Delta t = 5T + \frac{T}{2} = \frac{11T}{2} \Rightarrow S_2 = 11.2A = 22A$

nên ta không cần xét lúc  $t = 0$  để tìm  $x_0$  và dấu của  $v_0$  :

$$x = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{3})(cm) \Rightarrow v = -20\pi \sin(10\pi t - \frac{\pi}{3})(cm/s) \rightarrow \text{Tại } t = 0 : \begin{cases} x_0 = 2\cos(-\frac{\pi}{3}) \\ v_0 = -20\pi \sin(-\frac{\pi}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1cm \\ v_0 > 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Vật bắt đầu đi từ vị trí  $x_0 = 1cm$  theo chiều dương.

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\cos(\pi t - \frac{\pi}{2})(cm)$ . Tính quãng đường vật đi được trong 2,25s đầu tiên.

**Giải cách 1:** Ta có:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2(s)$ ;  $\Delta t = 2,25s = T + 0,25(s)$

Quãng đường vật đi được trong 2s đầu tiên là  $S_1 = 4A = 16cm$ .

$$\begin{aligned} & \text{- Tại thời điểm } t = 2s : \begin{cases} x_0 = 4\cos(2.\pi - \frac{\pi}{2}) \\ v_0 = -4\pi \sin(2.\pi - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{- Tại thời điểm } t = 2,25s : \begin{cases} x = 4\cos(2,25.\pi - \frac{\pi}{2}) \\ v = -4\pi \sin(2,25.\pi - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}cm \\ v > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta thấy trong 0,25s cuối vật không đổi chiều chuyển động nên quãng đường vật đi được trong 0,25s cuối là

$$S_2 = |2\sqrt{2} - 0| = 2\sqrt{2}(cm). \text{ Vậy quãng đường vật đi được trong 2,25s là: } S = S_1 + S_2 = (16 + 2\sqrt{2})(cm)$$

**Giải cách 2:** (Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều).

Tương tự như trên ta phân tích được  $\Delta t = 2,25s = T + 0,25(s)$ .

Trong một chu kỳ  $T$  vật đi được quãng đường  $S_1 = 4A = 16cm$

Xét quãng đường vật đi được trong 0,25s cuối. Trong 0,25s cuối thì góc mà vật quét được trên đường tròn (bán kính  $A$

$$= 4cm) \text{ là: } \alpha = \omega t = \pi.0,25 = \frac{\pi}{4} rad \Rightarrow \text{Độ dài hình chiếu là quãng đường đi được: } S_2 = A \cos \alpha = 4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}(cm)$$

Từ đó ta tìm được quãng đường mà vật đi được là:  $S = S_1 + S_2 = (16 + 2\sqrt{2})(cm)$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình:  $x = 12\cos(50t - \pi/2)\text{cm}$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t = \pi/12(\text{s})$ , kể từ thời điểm gốc là ( $t = 0$ ):

- A. 6cm. B. 90cm. **C. 102cm.** D. 54cm.

**Giải Cách 1:** Chu kì dao động :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}\text{s}$

tại  $t = 0$  :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

□ tại thời điểm  $t = \pi/12(\text{s})$  :  $\begin{cases} x = 6\text{cm} \\ v > 0 \end{cases}$  Vật đi qua vị trí có  $x = 6\text{cm}$  theo chiều dương.

□ Số chu kì dao động :  $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi.25}{12.\pi} = 2 + \frac{1}{12} \Rightarrow$  Thời gian vật dao động là:  $t = 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300}\text{s}$ .

– Quãng đường tổng cộng vật đi được là :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t}$  Với :  $S_{2T} = 4A.2 = 4.12.2 = 96\text{m}$ .

$$\text{Vi} \begin{cases} v_1 v_2 \geq 0 \\ \Delta t < \frac{T}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta t} = |x - x_0| = 6 - 0 = 6\text{cm}$$

– Vậy :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t} = 96 + 6 = 102\text{cm}$ . Chọn : C.

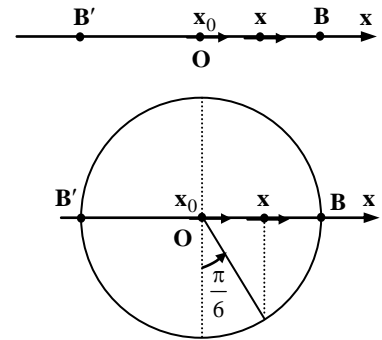
**Giải Cách 2:** Ứng dụng mối liên hệ giữa CĐĐ và DĐĐH

tại  $t = 0$  :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

$$\begin{aligned} \text{Số chu kì dao động : } N &= \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi.25}{12.\pi} = 2 + \frac{1}{12} \\ \Rightarrow t &= 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300}\text{s. Với : } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}\text{s} \end{aligned}$$

Góc quay được trong khoảng thời gian  $t$  :  $\alpha = \omega t = \omega(2T + \frac{T}{12}) = 2\pi.2 + \frac{\pi}{6}$  (hình 10)

Vậy vật quay được 2 vòng + góc  $\pi/6 \Rightarrow$  quãng đường vật đi được là :  $S_t = 4A.2 + A/2 = 102\text{cm}$ .



Hình ví dụ 3

**Ví dụ 4:** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 6\cos(2\pi t - \pi/3)\text{cm}$ . Tính độ dài quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $t_1 = 1,5\text{s}$  đến  $t_2 = 13/3\text{s}$

- A.  $(50 + 5\sqrt{3})\text{cm}$  B. 53cm C. 46cm **D. 66cm**

**Giải :**  $T = 1\text{s}$

- Phân tích:  $\Delta t = t_2 - t_1 = 13/3 - 1,5\text{s} = 8,5/3\text{s} = 2T + T/2 + 1/3\text{s}$

Quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t$  là:  $S = S_1 + S_2$

- Quãng đường  $S_1$  :  $S_1 = 2.4A + 2A = 60\text{cm}$

- Quãng đường  $S_2$  là quãng đường đi được trong thời gian  $t_0 = 1/3\text{s}$

+ Xác định li độ  $x_1'$  và dấu của vận tốc  $v_1'$  tại thời điểm:  $t_1 + 2T + T/2 = 4\text{s}$

$$\text{Tại } t = 4\text{s} \begin{cases} x_1' = 3 \\ v_1' > 0 \end{cases}$$

+ Xác định li độ  $x_2$  và dấu của vận tốc  $v_2$  tại thời điểm  $t_2 = 13/3\text{s}$

$$\text{Tại } t_2 = 13/3\text{s} : \begin{cases} x_2 = 3 \\ v_2 < 0 \end{cases}$$

Vì  $v_1' v_2 < 0$  ( $v_1'$  và  $v_2$  trái dấu – vật đổi chiều chuyển động) thì :

và  $v_1' > 0, v_2 < 0$  :  $S_2 = 2A - x_1' - x_2 = 2.6 - 3 - 3 = 6\text{cm}$

- Vậy Quãng đường đi được trong khoảng thời gian  $8,5/3\text{s}$ :  $S = S_1 + S_2 = 60 + 6 = 66(\text{cm})$

**Ví dụ 5:** Một vật dao động điều hòa trên quỹ đạo dài 20cm. Sau  $1/12s$  kể từ thời điểm ban đầu vật đi được 10cm mà chưa đổi chiều chuyển động vật đến vị trí có li độ 5cm theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là:

**Giải:** Biên độ  $A = 10\text{cm}$ . Như bài 4 ở trên ta suy ra:

Vật đi từ  $-A/2$  đến  $A/2$  ( hình vẽ 9B)

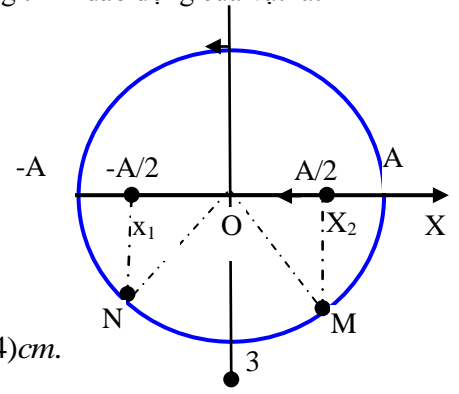
Ứng với thời gian vật từ N đến M với góc quay  $\Delta\varphi = \pi/3$

Hay thời gian đi là  $T/6 = 1/12$  Suy ra  $T = 1/2(s)$ ,  $f = 2\text{Hz}$

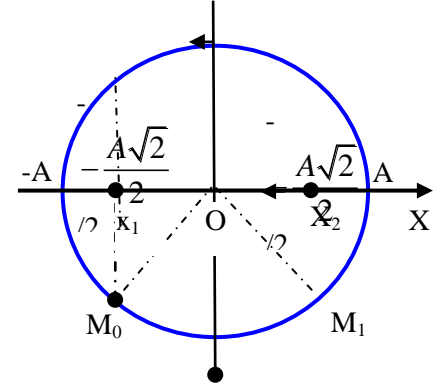
Suy ra  $\omega = 2\pi f = 4\pi$  ( rad/s). Vật theo chiều dương nên:

góc pha ban đầu dễ thấy là  $\varphi = -(\text{NO} + 3\text{Ox}) = -(\pi/6 + \pi/2) = -2\pi/3$

Vậy phương trình dao động:  **$x = 10 \cos(4\pi t - 2\pi/3)$  (cm)**



Hình 5



Hình 6

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\sqrt{2} \cos(5\pi t - 3\pi/4)\text{cm}$ .

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 1/10(s)$  đến  $t_2 = 6(s)$  là:

A. 84,4cm      B. 333,8cm      C. 331,4 cm      D. 337,5cm

**Giải cách 1:** chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4s$

Thời gian đi:  $t_2 - t_1 = 6 - 1/10 = 5,9(s)$

Ta có:  $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{5,9}{0,4} = 14,75$  Hay :  $t_2 - t_1 = 14,75T = 14T + 0,75T$

Quãng đường đi trong  $14T$  là :  $S_1 = 14.4A = 56.4\sqrt{2} = 224\sqrt{2}$  cm

Lúc  $t_1 = 0,1s$  vật ở tại  $M_1$ , Lúc  $t_2 = 6s$  vật ở tại  $M_0$  trùng lúc đầu.

Quãng đường đi trong  $0,75T$  ( Từ  $M_1$  đến  $M_0$  là  $3/4$  vòng tròn) là :

$$S_2 = 2(A - \frac{A\sqrt{2}}{2}) + 2A = 2(4\sqrt{2} - 4) + 8\sqrt{2} = (16\sqrt{2} - 8) \text{ cm}$$

Quãng đường đi trong  $14T + 0,75T$  là :  $S = S_1 + S_2 = 224\sqrt{2} + 16\sqrt{2} - 8 = 240\sqrt{2} - 8 = \text{cm}$

Vậy:  $S = S_1 + S_2 = 240\sqrt{2} - 8 = 331,411255\text{cm} \approx 331,4\text{cm}$  . **Chọn C**

**Giải cách 2:** Ta có chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4s$

Khoảng thời gian từ  $t_1 = 0,1s$  đến  $t_2 = 6s$  là  $t = t_2 - t_1 = 5,9s = 15T - \frac{T}{4}$

Quãng đường vật đi từ thời điểm  $t_1 = 1/10(s)$  đến  $t_2 = 6s$  là

$S = 15.4A - S_1$  với  $S_1$  là quãng đường vật đi được trong thời gian  $\frac{T}{4}$  đầu tiên

Từ:  $x = 4\sqrt{2} \cos(5\pi t - \frac{3\pi}{4})$  cm. Biên độ  $A = 4\sqrt{2}$  (cm)

Khi  $t = 0$   $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khi  $t = \frac{T}{4}$  thì  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Do đó  $S_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2} + \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$

Do đó  $S = 60A - A\sqrt{2} = (60 - \sqrt{2})A = 331,41 \text{ cm}$  . **Chọn C**

**Giải cách 3:** Dùng tích phân: Máy tính Fx570ES....( tự làm )

**Ví dụ 7:** Chọn gốc toạ độ tại VTCB của vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 20\cos(\pi t - \frac{3\pi}{4})$  (cm; s). Quãng

đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 0,5s$  đến thời điểm  $t_2 = 6s$  là

A. 211,72 cm.      B. 201,2 cm.      C. 101,2 cm.      D. 202,2cm.

**Giải:** Ta có chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$

Khoảng thời gian từ  $t_1 = 0,5s$  đến  $t_2 = 6s$  là  $t = t_2 - t_1 = 5,5s = 3T - \frac{T}{4}$

Quãng đường vật đi từ thời điểm  $t_1 = 0,5(s)$  đến  $t_2 = 6s$  là

$S = 12A - S_1$  với  $S_1$  là quãng đường vật đi được trong thời gian  $\frac{T}{4}$  đầu tiên

Từ:  $x = 20\cos(5\pi t - \frac{3\pi}{4})$  cm. Biên độ  $A = 20$ (cm)

Khi  $t = 0$   $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khi  $t = \frac{T}{4}$  thì  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Suy ra  $S_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2} + \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$

Do đó  $S = 240 - 20\sqrt{2} = 211,7157 \text{ cm} = 211,72 \text{ cm}$ . Chọn A

### 5. Bài tập rèn luyện tìm quãng đường đi được của vật dao động điều hòa.

**a.Vấn đề:** Chất điểm dao động điều hòa dọc theo trục Ox với li độ có dạng  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Tìm quãng đường mà vật đi được từ thời điểm  $t = t_1$  đến thời điểm  $t = t_2$ .

**b.Kiến thức:**

-Bất kể vật xuất phát từ đâu, quãng đường vật đi sau nửa chu kì luôn luôn là  $2A$

-Nếu vật xuất phát từ vị trí cân bằng ( $x_{(t_1)} = 0$ ) hoặc từ vị trí biên ( $x_{(t_1)} = \pm A$ ) thì quãng đường vật đi sau  $T/4$  là  $A$ .

Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  (với  $0 < \Delta t < 0,5T$ ), quãng đi được tối đa  $S_{\max}$  và tối thiểu  $S_{\min}$ ?

Độ lệch cực đại:  $\Delta S = (S_{\max} - S_{\min})/2 \approx 0,4A$ ?

**c.Phương pháp giải quyết Vấn đề:**

-Quãng đường đi được ‘trung bình’:  $\bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A$ . Quãng đường đi được thỏa mãn:  $\bar{S} - 0,4A < S < \bar{S} + 0,4A$ .

-Căn cứ vào:  $\frac{t_2 - t_1}{0,5T} = q \left\{ \begin{array}{l} \text{Số nguyên} \\ \text{Số bán nguyên và } x_{(t_1)} = 0 \cup \pm A \end{array} \right\} \Rightarrow S = q \cdot 2A$

$q \cdot 2A - 0,4A < S < q \cdot 2A + 0,4A$

### d .Các ví dụ hướng dẫn.

**Câu 1:** Một vật dao động điều hoà theo phương trình  $x = 1,25\cos(2\pi t - \pi/12)$  (cm) (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được sau thời gian  $t = 2,5$  s kể từ lúc bắt đầu dao động là

A. 7,9 cm. B. 22,5 cm. C. 7,5 cm. D. 12,5 cm.

$$HD: \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{2,5}{0,5 \cdot 1} = 5 \xrightarrow{\text{Số nguyên}} S = q \cdot 2A = 10A = 12,5(cm) \end{array} \right.$$

**Câu 2:** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương trình dao động  $x = 3 \cdot \cos(3\pi t)$  (cm) (t tính bằng giây) thì đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm 3 s là

A. 24 cm. B. 54 cm. C. 36 cm. D. 12 cm.

$$HD: \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{3}(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{3 - 0}{0,5 \cdot 2/3} = 9 \xrightarrow{\text{Số nguyên}} S = q \cdot 2A = 18A = 54cm \end{array} \right.$$

**Câu 3:** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox có phương trình  $x = 4\cos(4\pi t - \pi/2)$  (cm). Trong 1,125 s đầu tiên vật đã đi được một quãng đường là:

A. 32 cm. B. 36 cm. C. 48 cm. D. 24 cm.

$$HD: \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{1,125 - 0}{0,5 \cdot 0,5} = 4,5 \xrightarrow[\text{nh-ng } x_{(t_1)} = 4\cos\left(4\pi \cdot 0 - \frac{\pi}{2}\right) = 0]{\text{Số bán nguyên}} S = q \cdot 2A = 9A = 36cm \end{array} \right.$$



**Câu 4:** Một con lắc lò xo dao động với phương trình:  $x = 4\cos 4\pi t$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được trong thời gian 2,875 (s) kể từ lúc  $t = 0$  là:

- A. 16 cm. B. 32 cm. C. 64 cm. D. 92 cm.

$$HD: \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{2,875 - 0}{0,5 \cdot 0,5} = 11,5 \xrightarrow[\text{nhưng } x_{(t_1)} = 4\cos 4\pi \cdot 0 = 0]{\text{Số bán nguyên}} S = q \cdot 2A = 23A = 92cm \end{cases}$$

**Câu 5:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox (O là vị trí cân bằng) có phương trình:  $x = 5 \cdot \sin(2\pi t + \pi/6)$  cm (t đo bằng giây). Xác định quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 1$  (s) đến thời điểm  $t = 13/6$  (s).

- A. 32,5 cm B. 5 cm C. 22,5 cm D. 17,5 cm

$$HD: \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 1(s) \\ q = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} = \frac{13/6 - 1}{0,5 \cdot 1} = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} \bar{S} = q \cdot 2A = \frac{70}{3} = 23,3cm \\ \Delta A_{max} = 0,4A = 2cm \end{cases} \end{cases} \quad \text{Chọn C}$$

**Câu 6:** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình:  $x = 6\cos(4\pi t - \pi/3)$  cm (t đo bằng giây). Quãng đường vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $t = 8/3$  (s) là

- A. 134,5 cm. B. 126 cm. C. 69 cm. D. 21 cm.

$$HD: \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,5(s) \\ \bar{S} = \frac{t_2 - t_1}{0,5T} \cdot 2A = \frac{8/3 - 0}{0,5} \cdot 4A = \frac{64}{3} A = \frac{64}{3} \cdot 6 = 128cm \\ \Delta A_{max} = 0,4A = 2,4cm \end{cases} \quad \text{Chọn B}$$

**Câu 7.** Chọn gốc toạ độ tại VTCB của vật dao động điều hoà theo phương trình:  $x = 20\cos(\pi t - \frac{3\pi}{4})$  (cm; s).

Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1 = 0,5$  s đến thời điểm  $t_2 = 6$  s là

- A. 211,72 cm. B. 201,2 cm. C. 101,2 cm. D. 202,2cm.

**Giải:** Ta có chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$

Khoảng thời gian từ  $t_1 = 0,5s$  đến  $t_2 = 6s$  là  $t = t_2 - t_1 = 5,5 s = 3T - \frac{T}{4}$

Quãng đường vật đi từ thời điểm  $t_1 = 0,5(s)$  đến  $t_2 = 6s$  là

$S = 12A - S_1$  với  $S_1$  là quãng đường vật đi được trong thời gian  $\frac{T}{4}$  đầu tiên

Từ:  $x = 20\cos(5\pi t - \frac{3\pi}{4})$  cm. Biên độ  $A = 20(\text{cm})$

Khi  $t = 0$   $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khi  $t = \frac{T}{4}$  thì  $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Suy ra  $S_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2} + \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$

Do đó  $S = 240 - 20\sqrt{2} = 211,7157 \text{ cm} = 211,72 \text{ cm}$ . Chọn A

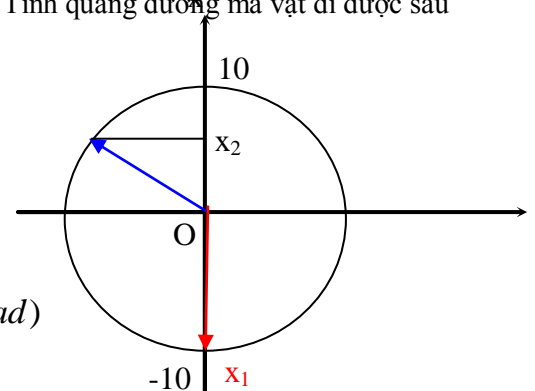
**Câu 8.** Cho vật dao động điều hoà có phương trình:  $x = 10\sin(10t - \pi/2)$  cm. Tính quãng đường mà vật đi được sau

khoảng thời gian  $\frac{8\pi}{15} s$  kể từ lúc vật bắt đầu dao động.

$$\text{Ta có } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} s \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{8}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{3}T = 2T + \frac{2}{3}T = 2T + \Delta t_0$$

$$\Rightarrow S = 2 \cdot 4A + S_0$$

$$\text{Tại } t = 0: \begin{cases} x_1 = -10 \\ v_1 = 0 \end{cases} \text{ Tại } t = \frac{8\pi}{15} \Rightarrow \varphi = \omega t = 10 \cdot \frac{8\pi}{15} = \frac{16\pi}{3} = 5\pi + \frac{\pi}{3} (\text{rad})$$





Suy ra  $\begin{cases} x_2 = 5\text{cm} \\ v_2 < 0 \end{cases} \rightarrow S_0 = x_2 - 2.x_1 = 5 + 2.10 = 25\text{cm}. \rightarrow S = 2.4.10 + 25 = 105\text{cm}.$

**Câu 9.** Cho vật dao động điều hòa có phương trình :  $x = 8\cos(3\pi t - \pi/2)\text{cm}$ . Tính quãng đường vật đi được sau  $11/18(\text{s})$  kể từ thời điểm  $t = 0$ .

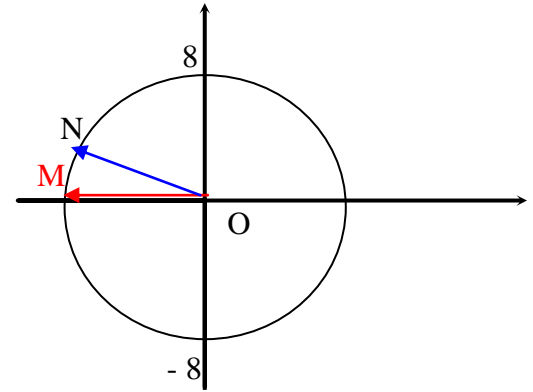
Ta có: Tại  $t = 0$ :  $x = 0$  và  $v < 0 \rightarrow$  vật chuyển động theo chiều âm.

Tại  $t = \frac{11}{18}(\text{s})$ :  $\varphi = \omega.t = \pi + \frac{5\pi}{6}$ .

Từ giản đồ véc tơ có:  $\varphi = \angle MON$ , chiều dương ngược chiều kim đồng hồ,

suy ra quãng đường vật đi được:  $S = 3A + 4 = 28(\text{cm})$

Vậy quãng đường vật đi được sau  $11/18(\text{s})$  kể từ  $t = 0$  là  $S = 28(\text{cm})$ .



**Câu 10.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình :  $x = 12\cos(50t - \pi/2)\text{cm}$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t = \pi/12(\text{s})$ , kể từ thời điểm gốc là : ( $t = 0$ )

A. 6cm.

B. 90cm.

C. 102cm.

D. 54cm.

**HD : Cách 1 :**

– tại  $t = 0$ :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

– tại thời điểm  $t = \pi/12(\text{s})$ :  $\begin{cases} x = 6\text{cm} \\ v > 0 \end{cases}$  Vật đi qua vị trí có  $x = 6\text{cm}$  theo chiều dương.

– Số chu kì dao động :  $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi.25}{12.\pi} = 2 + \frac{1}{12} \Rightarrow t = 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300}\text{s}$ . Với :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}\text{s}$

– Vậy thời gian vật dao động là  $2T$  và  $\Delta t = \pi/300(\text{s})$

– Quãng đường tổng cộng vật đi được là :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t}$  Với :  $S_{2T} = 4A.2 = 4.12.2 = 96\text{m}$ .

$$\text{Vi} \quad \begin{cases} v_1 v_2 \geq 0 \\ \Delta t < \frac{T}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta t} = |x - x_0| = 6 - 0 = 6\text{cm}$$

– Vậy :  $S_t = S_{nT} + S_{\Delta t} = 96 + 6 = 102\text{cm}$ .

Chọn : C.

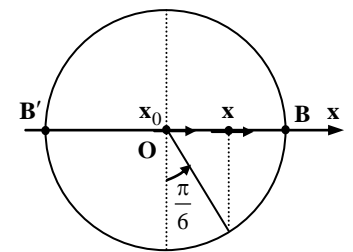
**Cách 2 :** Ứng dụng mối liên hệ giữa CĐTD và DĐDH

– tại  $t = 0$ :  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$  Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

– Số chu kì dao động :  $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi.25}{12.\pi} = 2 + \frac{1}{12}$   
 $\Rightarrow t = 2T + \frac{T}{12} = 2T + \frac{\pi}{300}\text{s}$ . Với :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}\text{s}$

– Góc quay được trong khoảng thời gian  $t$ :  $\alpha = \omega t = \omega(2T + \frac{T}{12}) = 2\pi.2 + \frac{\pi}{6}$

– Vậy vật quay được 2 vòng + góc  $\pi/6 \Rightarrow$  quãng đường vật đi được tương ứng là :  $S_t = 4A.2 + A/2 = 102\text{cm}$ .



**Câu 11.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình :  $x = 6\cos(20t + \pi/3)\text{cm}$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $t = 13\pi/60(\text{s})$ , kể từ khi bắt đầu dao động là :

A. 6cm.

B. 90cm.

C. 102cm.

D. 54cm.

**Giải:**

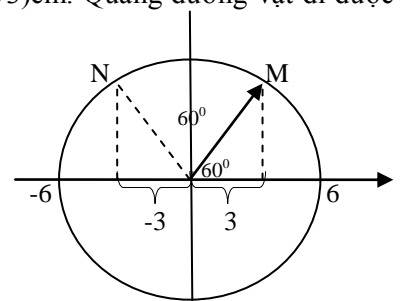
Vật xuất phát từ M (theo chiều âm)

Góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t.\omega = 13\pi/60.20 = 2.2\pi + \pi/3$

Trong  $\Delta\varphi_1 = 2.2\pi$  thì  $s_1 = 2.4A = 48\text{cm}$ , (quay 2 vòng quanh M)

Trong  $\Delta\varphi_2 = \pi/3$  vật đi từ M  $\rightarrow$  N thì  $s_2 = 3 + 3 = 6\text{cm}$

Vậy  $s = s_1 + s_2 = 48 + 6 = 54\text{cm} \Rightarrow$  Đáp án D



**Câu 12.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 6cm và chu kì 1s. Tại  $t = 0$ , vật đi qua VTCB theo chiều âm của trục tọa độ.

a. Tổng quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian 2,375s kể từ thời điểm được chọn làm gốc là :

- A. 56,53cm      B. 50cm      C. 55,75cm      D. 42cm

b. Tính tốc độ trung bình trong khoảng thời gian trên.

**Giải:**

a. Ban đầu vật qua VTCB theo chiều âm: ở M ;

Tần số góc:  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  ; Sau  $\Delta t = 2,375\text{s}$

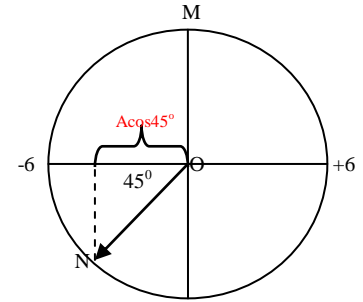
$\Rightarrow$  Góc quét  $\Delta\varphi = \Delta t \cdot \omega = 4,75\pi = 19\pi/4 = 2.2\pi + 3\pi/4$

Trong  $\Delta\varphi_1 = 2.2\pi$  thì  $s_1 = 2.4A = 2.4.6 = 48\text{cm}$

Trong  $\Delta\varphi_2 = 3\pi/4$  vật đi từ M đến N :  $s_2 = A_{(\text{từ M} \rightarrow -6)} + (A - A\cos 45^\circ)_{(\text{từ } -6 \rightarrow \text{N})}$

Vậy  $s = s_1 + s_2 = 48 + A + (A - A\cos 45^\circ) = 55,75\text{cm}$ . **Chọn C**

b. ADCT:  $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1} = \frac{55,75}{2,375 - 0} = \frac{55,75}{2,375} = 23,47 \text{ cm/s}$



**Câu 13.** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox theo phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Trong khoảng thời gian  $T/3$  vật có thể đi được quãng đường dài nhất là.

**Giải:** Trước tiên phải để ý quãng đường đi dài nhất trong thời gian trên có thể được thì vật phải đi ngang qua vùng có vận tốc lớn nhất. Vậy trong khoảng thời gian  $T/3$  trên ta chia đôi mỗi nửa  $T/6$  vật đi mỗi bên đối xứng qua vị trí cân bằng (vì vùng này có vận tốc lớn nhất).

- Theo sơ đồ phân bố trong thời gian  $T/6$  vật đi từ vị trí  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$  đến  $x = 0$  và thêm  $T/6$  nó đến vị trí  $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$  vậy

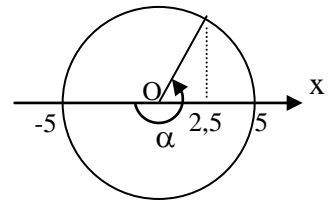
quãng đường dài nhất đi được là từ  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$  đến  $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A \Rightarrow S_{\max} = A\sqrt{3}$

**Câu 14.** Vật dao động điều hòa theo phương trình :  $x = 5 \cos(10\pi t + \pi)$ (cm). Thời gian vật đi quãng đường  $S = 12,5\text{cm}$  (kể từ  $t = 0$ ) là

- A. 1/15 s      B. 2/15 s      C. 1/30 s      D. 1/12 s

Giải  $t = 0$  :  $x = -5(\text{cm})$ . Đi quãng đường  $S = 12,5\text{cm}$  ứng với góc :

$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} = 10\pi t \Rightarrow t = \frac{2}{15} \text{ s}$$



**Câu 15:** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox quanh vị trí cân bằng là gốc O. Ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng, ở thời điểm  $t_1 = \pi/6$  (s) thì vật vẫn chưa đổi chiều và động năng của vật giảm đi 4 lần so với lúc đầu. Từ lúc ban đầu đến thời điểm  $t_2 = 5\pi/12$  (s) vật đi được quãng đường 12 cm. Tốc độ ban đầu của vật là ?

- A. 16 cm/s      B. 16 m/s      C. 8 cm/s      D. 24 cm/s

**Giải:** Theo đề vật lúc đầu ở VTCB. Động năng giảm 4 lần  $\Rightarrow$  vận tốc giảm 2 lần và vật chưa đổi chiều chuyển động.

$\Rightarrow$  góc quét trên đường trong khoảng thời gian đó là:  $\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{\varphi}{t} = 2 \text{ rad/s}$  chu kỳ:  $T = 2\pi/\omega = \pi(\text{s})$

Từ thời điểm đầu tới thời điểm  $t_2 = \frac{5\pi}{12} = 5T/12 = T/4 + T/6 \Rightarrow$  quãng đường đi được là:

$S = 1,5A = 12\text{cm} \Rightarrow A = 8\text{cm}$ . Vậy tốc độ ban đầu của vật :  $v = v_{\max} = \omega A = 16 \text{ cm/s}$ . **Chọn B.**

## Dạng 8–Tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $0 < \Delta t < T/2$ .

Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên.

Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.

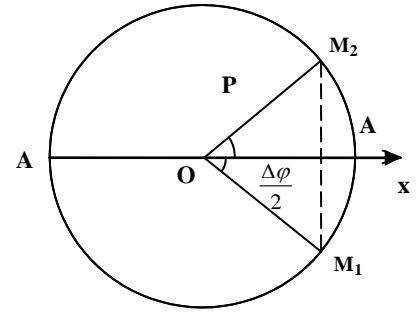
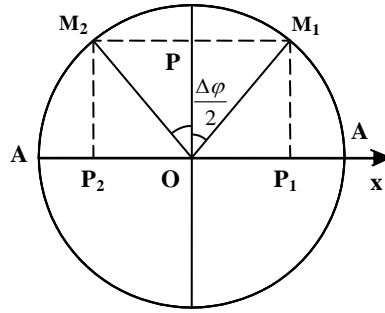
Góc quét  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ .

Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục sin (hình 1) :

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục cos (hình 2) :

$$S_{\min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2})$$



**Lưu ý:** + Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$

$$\text{Tách } \Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t' \quad \text{trong đó } n \in \mathbb{N}^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$$

Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$  Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

+ Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :

$$v_{\text{tbmax}} = \frac{S_{\max}}{\Delta t} \quad \text{và} \quad v_{\text{tbmin}} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} \quad \text{với } S_{\max}; S_{\min} \text{ tính như trên.}$$

### 3 – Bài tập :

**Bài 1.** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian  $T/4$ , quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được là :

- A. A                      B.  $\sqrt{2}A$ .                      C.  $\sqrt{3}A$ .                      D.  $1,5A$ .

**HD :** Lập luận như trên ta có :  $-\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2A \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}A$  Chọn : B

**Bài 2.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/3)$ . Tính quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t = 1/6$  (s) :

- A.  $4\sqrt{3}$  cm.                      B.  $3\sqrt{3}$  cm.                      C.  $\sqrt{3}$  cm.                      D.  $2\sqrt{3}$  cm.

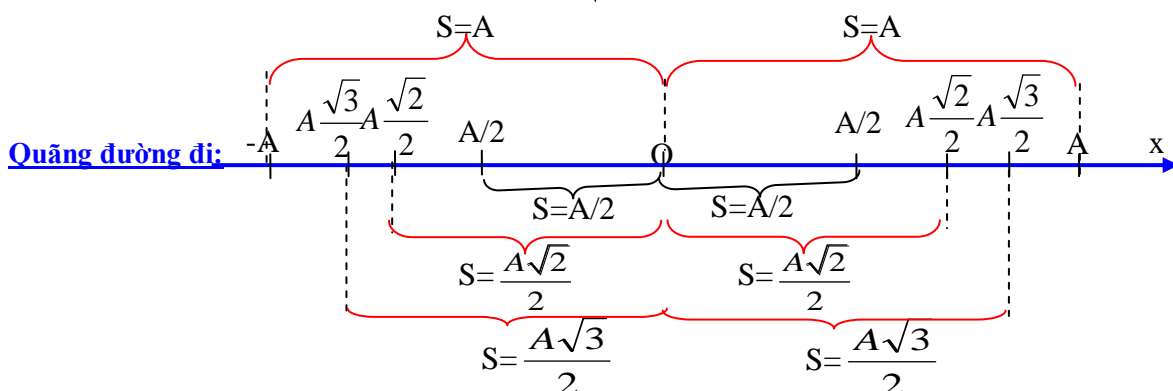
**Bài 3.** Một con lắc lò xo gồm một lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$  và vật có khối lượng  $m = 250\text{g}$ , dao động điều hoà với

biên độ  $A = 6\text{cm}$ . Chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc vật qua VTCB. Quãng đường vật đi được trong  $10\pi$  (s) đầu tiên là:

- A. 9m.                      B. 24m.                      C. 6m.                      D. 1m.

**Bài 4.** Một vật dao động điều hoà với phương trình  $x = 4\cos(4\pi t + \pi/3)$  cm. Tính quãng đường bé nhất mà vật đi được trong khoảng thời gian  $\Delta t = 1/6$  (s):

- A.  $\sqrt{3}$  cm                      B. 1 cm                      C.  $3\sqrt{3}$  cm                      D.  $2\sqrt{3}$  cm



**VẬN TỐC TRUNG BÌNH-TỐC ĐỘ TRUNG BÌNH-\*****Vận tốc trung bình và tốc độ trung bình**

**a. Vận tốc trung bình:**  $v_{tb} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$  trong đó:  $\Delta x = x_2 - x_1$  là độ dời.

-Vận tốc trung bình trong một chu kỳ luôn bằng không

**b. Tốc độ trung bình: luôn khác 0 ;**  $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1}$  trong đó S là quãng đường vật đi được từ  $t_1$  đến  $t_2$ .

**Lưu ý:** + Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$  ;

Tách  $\Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$  trong đó  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$  ;

Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$  ;

Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

+ Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :

$$v_{tbMax} = \frac{S_{Max}}{\Delta t} \text{ và } v_{tbMin} = \frac{S_{Min}}{\Delta t} \text{ với } S_{Max}; S_{Min} \text{ tính như trên.}$$

**c.Bài tập:**

**Câu 1 (ĐH – 2010):** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ T. Trong khoảng thời gian ngắn nhất nó đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí có li độ  $x = \frac{-A}{2}$ , chất điểm có tốc độ trung bình là.

**Giải:** Theo sơ đồ thời gian ta thấy thời gian đi từ  $x = A$  đến  $x = \frac{-A}{2}$  là  $\Delta t = T/4 + T/12 = T/3$ .

-Đồng thời quãng đường đi tương ứng là  $S = 3A/2$ . Vậy tốc độ trung bình là  $\bar{v} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{3A}{2} \cdot \frac{3}{T} = \frac{9A}{2T}$

**Câu 2:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 6cm và chu kì 1s. Tại  $t = 0$ , vật đi qua VTCB theo chiều âm của trục tọa độ.

**a.** Tổng quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian 2,375s kể từ thời điểm được chọn làm gốc là :

**A.** 56,53cm      **B.** 50cm      **C.** 55,75cm      **D.** 42cm

**b.** Tính tốc độ trung bình trong khoảng thời gian trên.

**Giải:**

**a.** Ban đầu vật qua VTCB theo chiều âm: ở M ;

Tần số góc:  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  ; Sau  $\Delta t = 2,375\text{s}$

$\Rightarrow$  Góc quét  $\Delta\phi = \Delta t \cdot \omega = 4,75\pi = 19\pi/4 = 2.2\pi + 3\pi/4$

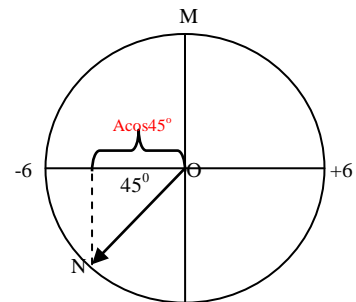
Trong  $\Delta\phi_1 = 2.2\pi$  thì  $s_1 = 2.4A = 2.4 \cdot 6 = 48\text{cm}$

Trong  $\Delta\phi_2 = 3\pi/4$  vật đi từ M đến N

$s_2 = A_{(từ M \rightarrow -6)} + (A - A\cos 45^\circ)_{(từ -6 \rightarrow N)}$

Vậy  $s = s_1 + s_2 = 48 + A + (A - A\cos 45^\circ) = 55,75\text{cm}$  ý C

**b.** ADCT:  $v_{tb} = \frac{S}{t_2 - t_1} = \frac{55,75}{2,375 - 0} = \frac{55,75}{2,375} = 23,47 \text{ cm/s}$



**Câu 3:** Một chất điểm M dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 2,5 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Tìm tốc độ trung bình của

M trong 1 chu kỳ dao động

**A.** 50m/s

**B.** 50cm/s

**C.** 5m/s

**D.** 5cm/s

**Giải:**

Trong một chu kỳ :  $s = 4A = 10\text{cm} \Rightarrow v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{s}{T} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ cm/s}$  ý B

**Dạng 9: ÔN TẬP TỔNG HỢP VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA:**

**Bài 1.** Một chất điểm có khối lượng  $m = 100\text{g}$  dao động điều hoà theo phương trình :  $x = 5.\cos(2.\pi.t + \frac{\pi}{6})$  (cm) .

Lấy  $\pi^2 \approx 10$ . Xác định li độ, vận tốc, gia tốc, lực phục hồi trong các trường hợp sau :

- a) Ở thời điểm  $t = 5(\text{s})$ .  
b) Khi pha dao động là  $120^\circ$ .

Lời Giải:

Từ phương trình  $x = 5.\cos(2.\pi.t + \frac{\pi}{6})$  (cm)  $\Rightarrow A = 5(\text{cm}); \omega = 2.\pi(\text{Rad} / \text{s})$

Vậy  $k = m.\omega^2 = 0,1.4.\pi^2 \approx 4(\text{N} / \text{m})$ .

Ta có  $v = x' = -A.\omega.\sin(\omega.t + \varphi) = -5.2.\pi.\sin(2.\pi.t + \frac{\pi}{6}) = -10.\pi.\sin(2.\pi.t + \frac{\pi}{6})$  cm/s

a) Thay  $t = 5(\text{s})$  vào phương trình của  $x, v$  ta có :

$$x = 5.\cos(2.\pi.5 + \frac{\pi}{6}) = 5.\cos(\frac{\pi}{6}) = 5.\frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm}).$$

$$v = -10.\pi.\sin(2.\pi.5 + \frac{\pi}{6}) = -10.\pi.\sin(\frac{\pi}{6}) = -10.\pi.\frac{1}{2} = -5\pi \text{ (cm/s)}.$$

$$a = -\omega^2.x = -4.\pi^2.2,5\sqrt{3} = -10\pi^2\sqrt{3}(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}) = -\sqrt{3}(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}).$$

Dấu “ - ” chứng tỏ gia tốc ngược chiều với chiều dương trục tọa độ.

$$F_{ph} = -k.x = -4.2,5\sqrt{3}.10^{-2} = -0,1\sqrt{3}(\text{N}).$$

Dấu “ - ” chứng tỏ Lực phục hồi ngược chiều với chiều dương trục tọa độ.

b) Khi pha dao động là  $120^\circ$  thay vào ta có :

-Li độ :  $x = 5.\cos 120^\circ = -2,5$  (cm).

-Vận tốc :  $v = -10.\pi.\sin 120^\circ = -5.\pi\sqrt{3}$  (cm/s).

-Gia tốc :  $a = -\omega^2.x = -4.\pi^2.2,5 = -100(\text{cm} / \text{s}^2) = 1 (\text{m/s}^2)$ .

-Lực phục hồi :  $F_{ph} = -k.x = -4.2,5 = -0,1\text{N}$  (N).

**Bài 2.** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Tốc độ trung bình của chất điểm tương ứng với khoảng thời gian thế năng không vượt quá ba lần động năng trong một nửa chu kỳ là  $300\sqrt{3}$  cm/s. Tốc độ cực đại của dao động là

- A. 400 cm/s.      B. 200 cm/s.      C.  $2\pi$  m/s.      D.  $4\pi$  m/s.

**Giải:** Khi  $W_t = 3W_d \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  khoảng thời gian thế năng không vượt quá ba lần động năng trong một nửa chu kỳ

là là khoảng thời gian  $|x| < \frac{A\sqrt{3}}{2}$ .

Dựa vào VTLG ta có:

$$\frac{T}{3} = \Delta t \Rightarrow S = \frac{A\sqrt{3}}{2} + \frac{A\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3}; \text{Van toc: } v = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow A = 100T \Rightarrow v_{\max} = A.\omega = 100T.\frac{2\pi}{T} = 200\pi \text{ cm/s} = 2\pi \text{ m/s}$$

**Chọn C**

**Bài 3.** Một chất điểm dao động điều hòa không ma sát. Khi vừa qua khỏi vị trí cân bằng một đoạn S động năng của chất điểm là 1,8J. Đi tiếp một đoạn S nữa thì động năng chỉ còn 1,5J và nếu đi thêm đoạn S nữa thì động năng bây giờ là

- A. 0,9J      B. 1,0J      C. 0,8J      D. 1,2J

**Giải:** Gọi A là biên độ của dao động:  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$ .

Khi vật ở li độ x vật có  $W_d = \frac{mv^2}{2}$  và  $W_t = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$

$$W_{d1} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - \frac{m\omega^2 S^2}{2} = 1,8 (\text{J}) \quad (1); \quad W_{d2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - 4 \frac{m\omega^2 S^2}{2} = 1,5 (\text{J}) \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) - (2)} \Rightarrow 3 \frac{m\omega^2 S^2}{2} = 0,3 \text{ (J)} \Rightarrow \frac{m\omega^2 S^2}{2} = 0,1 \text{ (J)} \text{ (3)}$$

$$W_{d3} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - 9 \frac{m\omega^2 S^2}{2} = W_{d1} - 8 \frac{m\omega^2 S^2}{2} = 1 \text{ (J)} \text{ Chọn B}$$

**Bài 4.** Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 2cm, biết rằng trong 1 chu kì, khoảng thời gian mà vận tốc của vật có giá trị biến thiên trên đoạn từ  $-2\pi\sqrt{3}$  cm/s đến  $2\pi$  cm/s là  $\frac{T}{2}$ . Tần số dao động của vật là

- A. 0,5 Hz. B. 1 Hz. C. 0,25Hz. D. 2Hz.

**Giải:** Sử dụng mối liên hệ giữa Dao động điều hòa và Chuyển động tròn đều.

Biên độ của vận tốc là  $V_{\max} = \omega A$ .

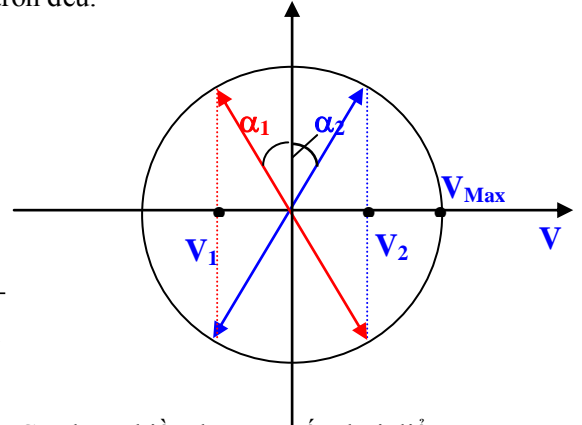
Trong một chu kỳ, vận tốc có giá trị biến thiên từ:

$v_1 = -2\pi\sqrt{3}$  cm/s đến  $v_2 = 2\pi$  cm/s ứng với góc quét là:

$$\Delta\beta = 2(\alpha_1 + \alpha_2) = \omega \cdot \frac{T}{2} = \pi.$$

$$\text{Suy ra } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}; \cos\alpha_1 = \sin\alpha_2 \rightarrow \frac{\sqrt{V_{\max}^2 - (2\pi\sqrt{3})^2}}{V_{\max}} = \frac{2\pi}{V_{\max}}$$

Kết quả  $\omega = 2\pi$  rad/s;  $f = 1$  Hz.



**Bài 5.** Một vật dao động quanh VTCB. Thời điểm ban đầu vật qua VTCB theo chiều dương. Đến thời điểm  $t_1 = 1/3$  s vật chưa đổi chiều chuyển động và có vận tốc bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  vận tốc ban đầu. Đến thời điểm  $t_2 = 5/3$  s vật đã đi được quãng đường 6cm. Tính vận tốc ban đầu.

- A.  $\pi$  cm/s B.  $2\pi$  cm/s C.  $3\pi$  cm/s D.  $4\pi$  cm/s

**Giải:** Ở thời điểm ban đầu vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương nên  $t = 0 \rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = \omega A \end{cases}$

-Đến thời điểm  $t_1$  vật chưa đổi chiều chuyển động, nên vật tiếp tục đi ra biên dương

$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \rightarrow A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \rightarrow x_1 = \frac{A}{2}; t_{0 \rightarrow \frac{A}{2}} = \frac{T}{12} = \frac{1}{3} \rightarrow T = 4(s)$$

$$\text{-Đến thời điểm } t_2 \text{ vật đi được 6cm, ta có: } \frac{t_2}{T} = \frac{5/3}{4} = \frac{5}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \rightarrow t_2 = \frac{T}{4} + \frac{T}{6}$$

-Trong  $\frac{T}{4}$  vật đi từ vị trí cân bằng ra biên dương ( $S_1 = A$ )

-Trong  $\frac{T}{6}$  vật từ biên dương trở về đến vị trí  $x = \frac{A}{2} \rightarrow (S_2 = \frac{A}{2})$

-Quãng đường vật đi từ lúc đầu đến thời điểm  $t_2$   $S = A + \frac{A}{2} = 6\text{cm} \rightarrow A = 4(\text{cm})$

-Vận tốc ban đầu  $v_0 = v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 2\pi(\text{cm/s})$

**Bài 6.** Một vật dao động với biên độ 2cm, biết trong một chu kì không thời gian mà vận tốc của vật có giá trị biến thiên từ  $-2\pi\sqrt{3}$  cm/s đến  $2\pi$  cm/s là  $T/2$ . Tính tần số dao động

- A. 0,5HZ B. 0,25HZ C. 1HZ D. 2HZ

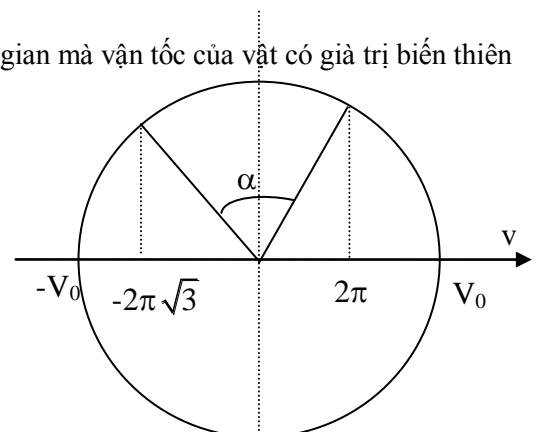
**Giải 1:**

+ Trong  $T/4$  vận tốc vật biến thiên từ  $-2\pi\sqrt{3}$  cm/s đến  $2\pi$  cm/s

Ta có :  $\alpha = \omega \cdot T/4 = 2\pi/T \cdot T/4 = \pi/2 \Rightarrow v_1$  và  $v_2$  vuông pha

$$\Rightarrow v_1^2 + v_2^2 = V_0^2 \Rightarrow V_0 = 4\pi = \omega A \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow f = 1\text{Hz}$$



**Giải 2:** Trong một chu kỳ vận tốc của vật dao động có giá trị âm

khí vật chuyển động từ biên dương đến biên âm

Giả sử phương trình dao động có dạng:

$$x = 2\cos(2\pi ft + \varphi) \Rightarrow v = -4\pi f \sin(2\pi ft + \varphi)$$

Tại thời điểm  $t_1$  vận tốc của vật là  $v_1 = -2\pi\sqrt{3}$  cm/s

( vật ở  $M_1$  )

Tại thời điểm  $t_2$  vận tốc của vật là  $v_2 = -2\pi$  cm/s

( vật ở  $M_2$  )

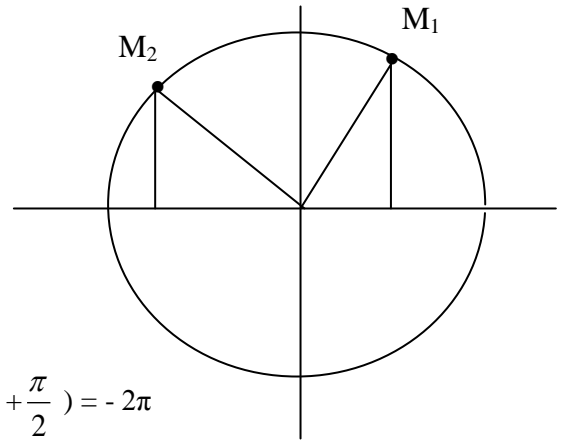
Thời gian vật CD từ  $M_1$  đến  $M_2$  là  $\frac{1}{2} \frac{T}{2} = \frac{T}{4}$

$$\text{Do vậy: } v_1 = -4\pi f \sin(2\pi ft_1 + \varphi) = -2\pi\sqrt{3} \Rightarrow \sin(2\pi ft_1 + \varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2f} (*)$$

$$v_2 = -4\pi f \sin(2\pi ft_2 + \varphi) = -4\pi f \sin(2\pi ft_1 + \varphi + 2\pi f \frac{T}{4}) = -4\pi f \sin(2\pi ft_1 + \varphi + \frac{\pi}{2}) = -2\pi$$

$$\Rightarrow \sin(2\pi ft_1 + \varphi + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2f} \Rightarrow \cos(2\pi ft_1 + \varphi) = \frac{1}{2f} (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**)} \Rightarrow (\frac{\sqrt{3}}{2f})^2 + (\frac{1}{2f})^2 = 1 \Rightarrow f = 1 \text{ Hz. Chọn C}$$



**Bài 7.** Vật dao động điều hòa. Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí cân bằng đến li độ  $x = 0,5A$  là 0,1 s . Chu kì dao động của vật là :

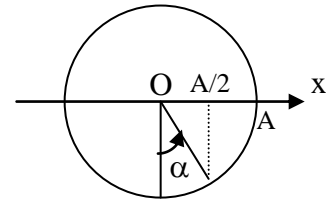
A. 0,12s

B. 0,4s

C. 0,8s

D. 1,2s

$$\text{Giải: } \alpha = \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow T = 12t = 1,2s$$



**Bài 8:** Hai vật dao động điều hòa quanh gốc tọa độ O (không va chạm nhau) theo các phương trình:

$$x_1 = 2\cos(4\pi t) \text{ cm}; x_2 = 2\sqrt{3}\cos(4\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ cm}. \text{ Tìm số lần hai vật gặp nhau trong 2,013s kể từ thời điểm ban đầu.}$$

A. 11 lần

B. 7 lần

C. 8 lần

D. 9 lần

**GIẢI :**

$$+ \text{ Khi 2 vật gặp nhau : } 2\cos 4\pi t = 2\sqrt{3}\cos(4\pi t + \pi/6)$$

$$\cos 4\pi t = \sqrt{3}(\cos 4\pi t \cdot \sqrt{3}/2 - \sin 4\pi t \cdot 1/2) \Rightarrow \sqrt{3}/2 \sin 4\pi t = 1/2 \cos 4\pi t$$

$$\Rightarrow \tan 4\pi t = 1/\sqrt{3} \Rightarrow 4\pi t = \pi/6 + k\pi \Rightarrow t = 1/24 + k/4$$

$$+ 0 < t < 2,013 \Rightarrow 0 < 1/24 + k/4 < 2,013 \Rightarrow -0,17 < k < 7,9 \Rightarrow k = 0, 1, \dots, 7 \Rightarrow \text{có 8 lần gặp nhau. ĐÁP ÁN C}$$

**Bài 9(DH 2012):** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

C.  $\frac{9}{16}$ .

D.  $\frac{16}{9}$ .

$$\text{Giải: Khoảng cách 2 vật: } d = |x_1 - x_2| = |A \cos(\omega t + \varphi)| \Rightarrow d_{\text{Max}} = A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \text{ Suy ra } x_1, x_2 \text{ vuông pha}$$

$$\text{Khi tại M có động năng bằng thế năng : } W_{\text{dM}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} k A_M^2$$

$$W_M = 2 \cdot \frac{1}{2} k x_M^2 = \frac{1}{2} k A_M^2 \Rightarrow |x_M| = \frac{A_M \cdot \sqrt{2}}{2} = A_M \cdot \cos \varphi; \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Do N, M dao động vuông pha: } |x_N| = A_N \cdot \sin \varphi = \frac{A_N \cdot \sqrt{2}}{2} \Rightarrow W_{\text{dN}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} k A_N^2 \text{ Do đó: } \frac{W_{\text{dM}}}{W_{\text{dN}}} = \frac{A_M^2}{A_N^2} = \frac{9}{16}.$$

**Chọn C**

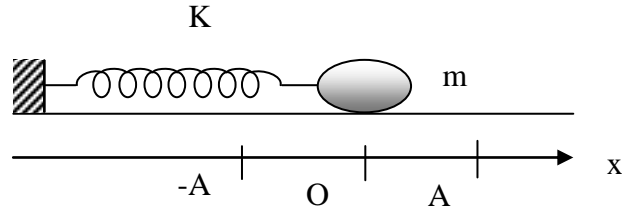


## CHỦ ĐỀ 2: CON LẮC Lò XO

### A.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Phương trình dao động** :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

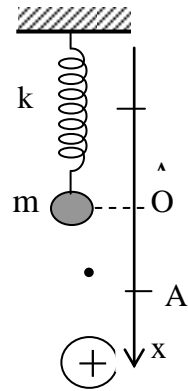
Với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$



k: độ cứng của lò xo(N/m) ; m :khối lượng vật nặng(kg) ;  $\omega$  : tần số góc (rad/s)

\***Chu kỳ (s)** :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell_0}{g}}$  , (  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  )

⇒ Tần số:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$



2. **Năng lượng (cơ năng)**:

a) **Thế năng**:  $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

b) **Động năng**:  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$ ; với  $k = m\omega^2$

c) **Cơ năng**:  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m(2\pi f)^2A^2 = \text{const}$

\***Chú ý**: +Với lò xo treo thẳng đứng:  $P = F_0 \Rightarrow m.g = k.\Delta\ell \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\Delta\ell}{g}$  ; (  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  )

$\Delta\ell$  : độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng(cm,m)

+Phân biệt lực kéo về và lực đàn hồi:

-Lực kéo về( lực hồi phục) là hợp lực của các lực tác dụng vào vật và luôn hướng về vị trí cân bằng.

Biểu thức:  $\vec{F} = -k.\vec{x} \Rightarrow$  Độ lớn:  $F = k|x|$  , với x là li độ(m)  $\Rightarrow$  tại VTCB  $F_{\min} = 0$ ; Tại biên  $F_{\max} = kA$

-Lực đàn hồi là lực xuất hiện khi lò xo biến dạng, là lực đưa vật về vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0$

Biểu thức:  $\vec{F} = -k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$  Với  $\Delta\ell$  : độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng

Tại vị trí có li độ x:  $F_{dh} = k(\Delta l \pm x)$ ; Với  $\Delta l = |l - l_0|$

$\Rightarrow$  **Con lắc lò xo nằm ngang**:  $\Delta\ell = 0 \Rightarrow F_{dh} = F_{hp}$  ; Ở VTCB  $x=0 \Rightarrow F_{dh\min} = 0$ ; Ở biên  $x_{\max} = A \Rightarrow F_{dh\max} = kA$

$\Rightarrow$  **Với lò xo treo thẳng đứng** :  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+Chiều dương thẳng đứng **hướng xuống**:  $F_{dh} = k|\Delta l + x|$

+Chiều dương thẳng đứng **hướng lên**:  $F_{dh} = k|\Delta l - x|$

⇒ Con lắc nằm trên **mặt phẳng nghiêng** 1 góc  $\alpha$  so với mặt phẳng nằm ngang:  $mg \cdot \sin \alpha = k \cdot \Delta l$

⇒ **Lực đàn hồi cực đại:**  $F_{dh\max} = k(\Delta l + A)$

⇒ **Lực đàn hồi cực tiểu:** 
$$\begin{cases} F_{dh\min} = 0 & \text{khi } \Delta l \leq A \\ F_{dh\min} = k(\Delta l - A) & \text{khi } \Delta l > A \end{cases}$$
 Ở vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $F_{dh} = 0$

+ Khi vật dao động điều hòa với tần số  $f$ , tần số góc  $\omega$ , chu kỳ  $T$  thì Thế năng và động năng của con lắc lò xo cũng biến thiên tuần hoàn với cùng tần số góc  $\omega' = 2\omega$ , tần số dao động  $f' = 2f$  và chu kỳ  $T' = T/2$  nhưng ngược pha nhau ⇒ Khi **tính năng lượng phải đổi khối lượng về kg, vận tốc về m/s, ly độ về mét**

+ Việc xác định các đại lượng đặc trưng, tính chu kỳ, tần số, phương trình dao động, tính quãng đường đi, thời gian ngắn nhất **tương tự như chủ đề 1: dao động điều hòa**

## **Dạng 1 – Chu kỳ và tần số dao động con lắc lò xo**

### **1 – Kiến thức cần nhớ:**

– Liên quan tới số lần dao động trong thời gian  $t$ :  $T = \frac{t}{N}$ ;  $f = \frac{N}{t}$ ;  $\omega = \frac{2\pi N}{t}$   $\begin{cases} N & \text{– Số dao động} \\ t & \text{– Thời gian} \end{cases}$

– Liên quan tới độ giãn  $\Delta l$  của lò xo:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  hay  $\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}} & \text{con lắc lò xo treo thẳng đứng} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g \cdot \sin \alpha}} & \text{con lắc lò xo nằm nghiêng} \end{cases}$

với:  $\Delta l = |l_{cb} - l_0|$  ( $l_0$  – Chiều dài tự nhiên của lò xo)

– Liên quan tới sự thay đổi khối lượng  $m$ :

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1^2 = 4\pi^2 \frac{m_1}{k} \\ T_2^2 = 4\pi^2 \frac{m_2}{k} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_3 = m_1 + m_2 \Rightarrow T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow T_3^2 = T_1^2 + T_2^2 \\ m_4 = m_1 - m_2 \Rightarrow T_4 = 2\pi \sqrt{\frac{m_4}{k}} \Rightarrow T_4^2 = T_1^2 - T_2^2 \end{cases}$$

– Liên quan tới sự thay đổi khối lượng  $k$ : Ghép lò xo: + Nối tiếp  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow T^2 = T_1^2 + T_2^2$   
+ Song song:  $k = k_1 + k_2 \Rightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

### **2 – Bài tập:**

**Câu 1.** Con lắc lò xo gồm vật  $m$  và lò xo  $k$  dao động điều hòa, khi mắc thêm vào vật  $m$  một vật khác có khối lượng gấp 3 lần vật  $m$  thì chu kỳ dao động của chúng

a) tăng lên 3 lần      b) giảm đi 3 lần      c) tăng lên 2 lần      d) giảm đi 2 lần

**HD: Chọn C.** Chu kỳ dao động của hai con lắc:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ;  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{m+3m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{4m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{2}$

**Câu 2.** Khi treo vật  $m$  vào lò xo  $k$  thì lò xo giãn ra 2,5cm, kích thích cho  $m$  dao động. Chu kỳ dao động tự do của vật là:

a) 1s.      b) 0,5s.      c) 0,32s.      d) 0,28s.

**HD: Chọn C.** Tại vị trí cân bằng trọng lực tác dụng vào vật cân bằng với lực đàn hồi của lò xo

$$mg = k\Delta l_0 \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\Delta l_0}{g} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,025}{10}} = 0,32(s)$$

**Câu 3.** Một con lắc lò xo dao động thẳng đứng. Vật có khối lượng  $m=0,2\text{kg}$ . Trong 20s con lắc thực hiện được 50 dao động. Tính độ cứng của lò xo.

a) 60(N/m)      b) 40(N/m)      c) 50(N/m)      d) 55(N/m)

**HD: Chọn C.** Trong 20s con lắc thực hiện được 50 dao động, ta phải có:  $T = \frac{t}{N} = 0,4s$

Mặt khác:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,2}{0,4^2} = 50(N/m)$ .

**Câu 4.** Hai lò xo có chiều dài bằng nhau độ cứng tương ứng là  $k_1, k_2$ . Khi mắc vật  $m$  vào một lò xo  $k_1$ , thì vật  $m$  dao động với chu kì  $T_1 = 0,6s$ . Khi mắc vật  $m$  vào lò xo  $k_2$ , thì vật  $m$  dao động với chu kì  $T_2 = 0,8s$ . Khi mắc vật  $m$  vào hệ hai lò xo  $k_1$  song song với  $k_2$  thì chu kì dao động của  $m$  là.

- a) 0,48s      b) 0,7s      c) 1,00s      d) 1,4s      **HD : Chọn A**

Chu kì  $T_1, T_2$  xác định từ phương trình: 
$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2} \\ k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2} \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = 4\pi^2 m \frac{T_1^2 + T_2^2}{T_1^2 T_2^2}$$

$k_1, k_2$  ghép song song, độ cứng của hệ ghép xác định từ công thức :  $k = k_1 + k_2$ . Chu kì dao động của con lắc lò xo ghép

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{m \cdot \frac{T_1^2 T_2^2}{4\pi^2 m (T_1^2 + T_2^2)}} = \sqrt{\frac{T_1^2 T_2^2}{(T_1^2 + T_2^2)}} = \sqrt{\frac{0,6^2 \cdot 0,8^2}{0,6^2 + 0,8^2}} = 0,48(s)$$

### 3- Trắc nghiệm :

**Câu 1.** Khi gắn vật có khối lượng  $m_1 = 4kg$  vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, nó dao động với chu kì  $T_1 = 1s$ . Khi gắn một vật khác có khối lượng  $m_2$  vào lò xo trên nó dao động với chu kì  $T_2 = 0,5s$ . Khối lượng  $m_2$  bằng?

- a) 0,5kg      b) 2 kg      c) 1 kg      d) 3 kg

**Câu 2.** Một lò xo có độ cứng  $k$  mắc với vật nặng  $m_1$  có chu kì dao động  $T_1 = 1,8s$ . Nếu mắc lò xo đó với vật nặng  $m_2$  thì chu kì dao động là  $T_2 = 2,4s$ . Tìm chu kì dao động khi ghép  $m_1$  và  $m_2$  với lò xo nói trên :

- a) 2,5s      b) 2,8s      c) 3,6s      d) 3,0s

**Câu 3.** Hai lò xo có chiều dài bằng nhau độ cứng tương ứng là  $k_1, k_2$ . Khi mắc vật  $m$  vào lò xo  $k_1$ , thì vật  $m$  dao động với chu kì  $T_1 = 0,6s$ . Khi mắc vật  $m$  vào lò xo  $k_2$ , thì vật  $m$  dao động với chu kì  $T_2 = 0,8s$ . Khi mắc vật  $m$  vào hệ hai lò xo  $k_1$  ghép nối tiếp  $k_2$  thì chu kì dao động của  $m$  là

- a) 0,48s      b) 1,0s      c) 2,8s      d) 4,0s

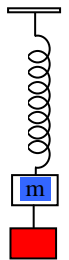
**Câu 4.** Lần lượt treo hai vật  $m_1$  và  $m_2$  vào một lò xo có độ cứng  $k = 40N/m$  và kích thích chúng dao động. Trong cùng một khoảng thời gian nhất định,  $m_1$  thực hiện 20 dao động và  $m_2$  thực hiện 10 dao động. Nếu treo cả hai vật vào lò xo thì chu kì dao động của hệ bằng  $\pi/2(s)$ . Khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  lần lượt bằng bao nhiêu

- a) 0,5kg ; 1kg      b) 0,5kg ; 2kg      c) 1kg ; 1kg      d) 1kg ; 2kg

**Câu 5.** Một lò xo có độ cứng  $k=25(N/m)$ . Một đầu của lò xo gắn vào điểm O cố định.

Treo vào lò xo hai vật có khối lượng  $m=100g$  và  $\Delta m=60g$ . Tính độ giãn của lò xo khi vật cân bằng và tần số góc dao động của con lắc.

- a)  $\Delta l_0 = 4,4(cm); \omega = 12,5(rad/s)$       b)  $\Delta l_0 = 6,4cm ; \omega = 12,5(rad/s)$   
c)  $\Delta l_0 = 6,4(cm); \omega = 10,5(rad/s)$       d)  $\Delta l_0 = 6,4(cm); \omega = 13,5(rad/s)$



**Câu 6.** Con lắc lò xo gồm lò xo  $k$  và vật  $m$ , dao động điều hòa với chu kì  $T=1s$ . Muốn tần số dao động của con lắc là  $f' = 0,5Hz$  thì khối lượng của vật  $m$  phải là

- a)  $m' = 2m$       b)  $m' = 3m$       c)  $m' = 4m$       d)  $m' = 5m$

**Câu 7:** Trong dao động điều hòa của một con lắc lò xo, nếu giảm khối lượng của vật nặng 20% thì số lần dao động của con lắc trong một đơn vị thời gian

- A.** tăng  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  lần.      **B.** tăng  $\sqrt{5}$  lần.      **C.** giảm  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  lần.      **D.** giảm  $\sqrt{5}$  lần.

**Câu 8.** Một chất điểm chuyển động trên đoạn thẳng có tọa độ và gia tốc liên hệ với nhau bởi biểu thức :  $a = -25x$  ( $cm/s^2$ ). Chu kì và tần số góc của chất điểm là :

- A. 1,256s ; 25 rad/s.      B. 1s ; 5 rad/s.      C. 2s ; 5 rad/s.      **D. 1,256s ; 5 rad/s.**

**HD :** So sánh với  $a = -\omega^2 x$ . Ta có  $\omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5rad/s, T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,256s$ .

Chọn : D.

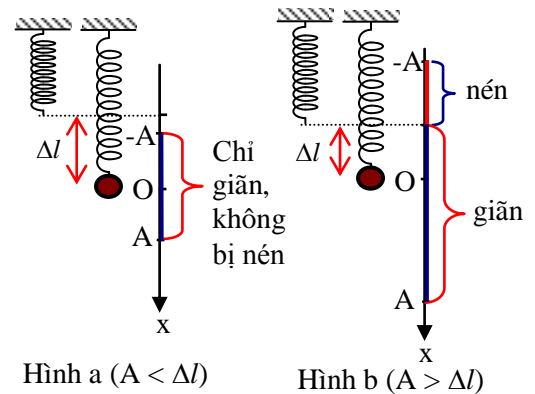
**Dạng 2: Các đại lượng liên quan đến sự biến dạng của con lắc lò xo ( $\Delta l, l, F, F_{dh}...$ )****Thời gian lò xo nén dãn-Lực đàn hồi**

B<sub>1</sub>: Tóm tắt đề: Đề cho gì?, hỏi gì? Và đổi các đơn vị sang các đơn vị hợp pháp

B<sub>2</sub> : Xác lập mối quan hệ giữa các đại lượng cho và đại lượng tìm thông qua các công thức:

+ Tại vị trí có li độ x:  $F_{dh} = k(\Delta l \pm x)$ ; Với  $\Delta l = |l - l_0|$ ;

$$+ F_{dh\max} = k(\Delta l + A) ; \begin{cases} F_{dh\min} = 0 & \text{khi } \Delta l \leq A \\ F_{dh\min} = k(\Delta l - A) & \text{khi } \Delta l > A \end{cases}$$



+ Chiều dài của lò xo:  $l_{cb} = l_0 + \Delta l$  ;  $l_{\max} = l_0 + \Delta l + A$  ;  $l_{\min} = l_0 + \Delta l - A$

+ Chiều dài ở li độ x:  $l = l_0 + \Delta l + x$  ;  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}$  ;  $l_{cb} = \frac{l_{\max} + l_{\min}}{2}$

+ nằm ngang:  $\Delta l = 0$ ; thẳng đứng:  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$ ; mặt phẳng nghiêng  $\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \cdot \sin \alpha}{\omega^2}$

+ Khi  $A > \Delta l$  (Với Ox hướng xuống):

- Thời gian lò xo nén 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = -\Delta l$  đến  $x_2 = -A$ .

- Thời gian lò xo giãn 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = -\Delta l$  đến  $x_2 = A$ ,

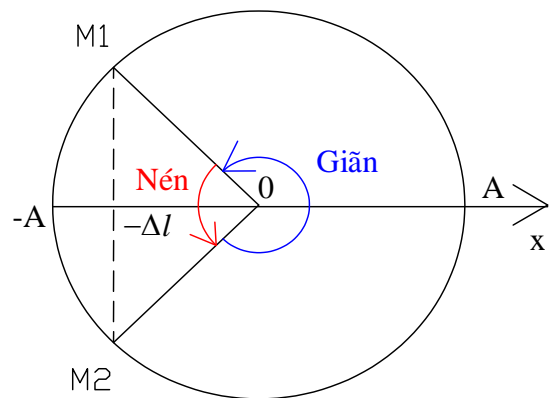
**Lưu ý:** Trong một dao động (một chu kỳ) lò xo nén 2 lần và giãn 2 lần

**Nhớ:** 1. Tính  $\Delta l$ . 2. So sánh  $\Delta l$  và A.

$$3. \text{ Tính } k = m\omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = m \cdot 4\pi^2 f^2 \Rightarrow F, l, \dots$$

B<sub>3</sub>: Suy ra biểu thức xác định đại lượng tìm theo các đại lượng cho và các dữ kiện.

B<sub>4</sub>: Thực hiện tính toán để xác định giá trị đại lượng tìm và lựa chọn câu trả lời đúng.



Hình vẽ thể hiện thời gian lò xo nén và giãn trong 1 chu kỳ (Ox ngang hoặc hướng xuống)

**VÍ DỤ MINH HỌA**

**Câu 1:** Vật có khối lượng  $m = 160g$  được gắn vào lò xo có độ cứng  $k = 64N/m$  đặt thẳng đứng, vật ở trên. Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn  $2,5cm$  và buông nhẹ. Chọn trục Ox hướng lên, gốc tại vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc buông vật. Lực tác dụng lớn nhất và nhỏ nhất lên giá đỡ là ( $g = 10m/s^2$ )

A. 3,2N ; 0N      B. 1,6N ; 0N      C. 3,2N ; 1,6N      D. 1,760N ; 1,44N

**Hướng dẫn giải:**  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} = 0,025m = 2,5cm$ ; Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn 2,5cm và buông  $\Rightarrow \Delta l = A = 2,5cm$

$$\Rightarrow F_{\max} = k(\Delta l + A) = 3,2N; \quad F_{\min} = 0 \quad \text{vì} \quad \begin{cases} F_{dh\min} = 0 & \text{khi } \Delta l \leq A \\ F_{dh\min} = k(\Delta l - A) & \text{khi } \Delta l > A \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 2:** Trên mặt phẳng nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  đặt con lắc lò xo. Vật có độ cứng 64N/m, khối lượng vật là 160g, vật ở dưới. Bỏ qua mọi ma sát. Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống theo phương trục lò xuống 1 đoạn 1 cm và buông nhẹ. Lực tác dụng lớn nhất và nhỏ nhất lên giá đỡ là ( $g = 10m/s^2$ )

- A. 1,6N ; 0N      B. 1,44N; 0,16N      C. 3,2N ; 1,6N      D. 1,760N ; 1,44N

**Hướng dẫn giải:**  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\Delta l}} \Rightarrow \Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 0,0125m = 1,25cm$ ; Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn 1cm và buông  $\Rightarrow A = 1cm$

$$\Rightarrow F_{\max} = k(\Delta l + A) = 1,44N; \quad F_{\min} = 0,16N \quad \text{vì} \quad F_{dh\min} = k(\Delta l - A) = 0,16N \quad \text{khi } \Delta l > A \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Câu 3:** Lò xo khi treo vật ở dưới thì dài  $l_1 = 30cm$ ; Khi gắn vật ấy ở trên thì lò xo dài  $l_2 = 26cm$ . chiều dài tự nhiên của lò xo là : A. 26cm    B. 30cm    C. 28cm    D. 27,5cm

**Hướng dẫn giải:** - khi treo vật ở dưới:  $l_1 = l_0 + \Delta l$  (1); Khi gắn vật ấy ở trên  $l_2 = l_0 - \Delta l$  (2)

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow l_0 = \frac{l_1 + l_2}{2} = 28cm \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Câu 4:** Vật có khối lượng  $m = 160g$  được gắn vào lò xo có độ cứng  $k = 64N/m$  đặt thẳng đứng, vật ở dưới. Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn 2,5cm và buông nhẹ. Chọn trục Ox hướng lên, gốc tại vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc buông vật. Phương trình dao động của vật là :

$$\text{A. } x = 2,5 \cos(20t + \pi) (mm) \quad \text{B. } x = 2,5 \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$$

$$\text{C. } x = 2,5 \cos(20t + \pi) (cm) \quad \text{D. } x = 5 \cos(20t + \pi) (cm)$$

**Hướng dẫn giải:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ; với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20rad/s$

-Từ VTCB  $x=A$  và buông nhẹ  $\Rightarrow A=2,5cm$ ;

$$+t=0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -A \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{x_{t=0}}{A} = \arccos(-1) = \pi \text{ rad} \Rightarrow x = 2,5 \cos(20t + \pi) (cm) \text{ Chọn C}$$

**\*Lò xo nén giãn -lực đàn hồi****Các dạng bài tập:**

1. \* Độ biến dạng của lò xo thẳng đứng khi vật ở VTCB:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

\* Độ biến dạng của lò xo khi vật ở VTCB với con lắc lò xo nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ :

$$\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g \sin \alpha}}$$

+ Chiều dài lò xo tại VTCB:  $l_{CB} = l_0 + \Delta l$  ( $l_0$  là chiều dài tự nhiên)

+ Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất):  $l_{Min} = l_0 + \Delta l - A$

+ Chiều dài cực đại (khi vật ở vị trí thấp nhất):  $l_{Max} = l_0 + \Delta l + A$

$$\Rightarrow l_{CB} = (l_{Min} + l_{Max})/2$$

+ Khi  $A > \Delta l$  (Với **Ox hướng xuống**):

- Thời gian lò xo nén 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = -\Delta l$  đến  $x_2 = -A$ .

- Thời gian lò xo giãn 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = -\Delta l$  đến  $x_2 = A$ ,

**Lưu ý:** Trong một dao động (một chu kỳ) lò xo nén 2 lần và giãn 2 lần

2. Lực kéo về hay lực hồi phục  $F = -kx = -m\omega^2 x$

Đặc điểm:

\* Là lực gây dao động cho vật.

\* Luôn hướng về VTCB

\* Biến thiên điều hoà cùng tần số với li độ

3. Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng.

Có độ lớn  $F_{dh} = kx$  ( $x$  là độ biến dạng của lò xo)

\* Với con lắc lò xo nằm ngang thì lực kéo về và lực đàn hồi là một (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

\* Với con lắc lò xo thẳng đứng hoặc đặt trên mặt phẳng nghiêng

+ Độ lớn lực đàn hồi có biểu thức:

\*  $F_{dh} = k|\Delta l + x|$  với chiều dương hướng xuống

\*  $F_{dh} = k|\Delta l - x|$  với chiều dương hướng lên

+ Lực đàn hồi cực đại (lực kéo):  $F_{Max} = k(\Delta l + A) = F_{KMax}$  (lúc vật ở vị trí thấp nhất)

+ Lực đàn hồi cực tiểu:

\* Nếu  $A < \Delta l \Rightarrow F_{Min} = k(\Delta l - A) = F_{KMin}$

\* Nếu  $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{Min} = 0$  (lúc vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng)

Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại:  $F_{Nmax} = k(A - \Delta l)$  (lúc vật ở vị trí cao nhất)

**Chú ý:** Khi hệ dao động theo phương nằm ngang thì lực đàn hồi và lực hồi phục là như nhau

**Câu 5:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, khi con lắc ở vị trí cân bằng lò xo dãn 9cm, thời gian con lắc bị nén trong 1 chu kỳ là 0,1s. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là:

A.  $6\sqrt{3}\text{ cm}$

B. 4,5cm

C. 9cm

D.  $8\sqrt{3}\text{ cm}$

**Giải:** Tại VTCB:  $k\Delta l = mg \Rightarrow$

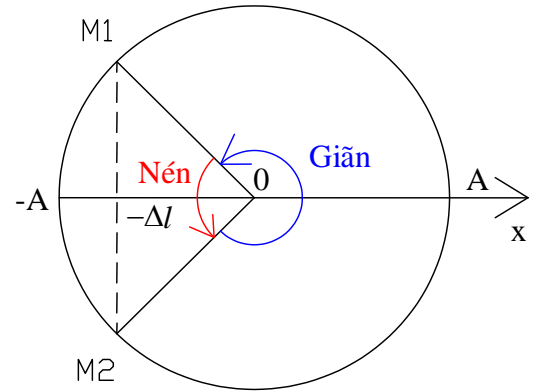
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{0,09}} = \frac{\pi}{0,3} = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 3}{10\pi} = 0,6\text{ s}$$

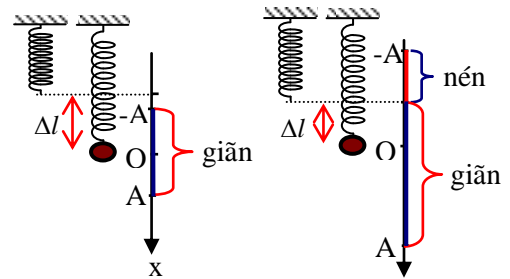
Thời gian con lắc bị nén trong 1 chu kỳ là  $0,1\text{ s} = T/6$

góc nén quét:  $\pi/3 \Rightarrow$  góc  $X_0OM_1 = \pi/6$ .

Với  $OX_0 = 9\text{ cm}$

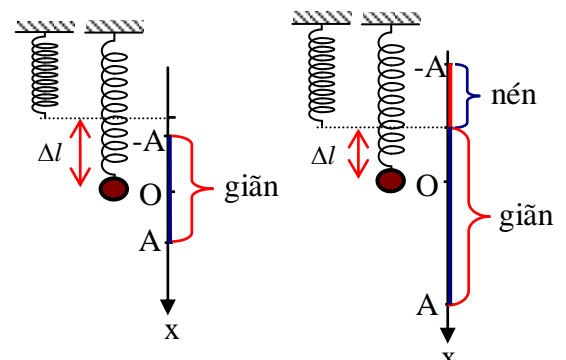


Hình vẽ thể hiện thời gian lò xo nén và giãn trong 1 chu kỳ (Ox hướng sang phải hay xuống)



Hình a ( $A < \Delta l$ )

Hình b ( $A > \Delta l$ )



Hình a ( $A < \Delta l$ )

Hình b ( $A > \Delta l$ )



$$\text{Ta có: } A = M_1 O = A = M_1 O = \frac{X_0 O}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{9.2}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Chọn A

**Câu 6:** Một con lắc lò xo bố trí dao động trên phương ngang với tần số góc  $\omega = 10\pi$  (rad/s). Đưa con lắc đến vị trí lò xo giãn 5cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Kể từ lúc thả vật thì sau  $\frac{1}{6}$  s tổng thời gian lò xo bị nén là:

- A.  $\frac{1}{12}$  s      B.  $\frac{1}{16}$  s  
C.  $\frac{1}{8}$  s      D.  $\frac{1}{10}$  s

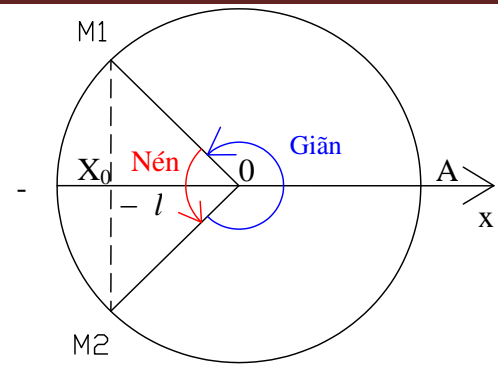
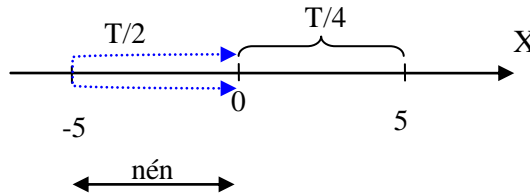
GIẢI :

$$+ T = 1/5 \text{ s}$$

$$+ t = 1/6 \text{ s} = 5T/6 = T/2 + T/4 + T/12$$

$$\Rightarrow \text{Thời gian giãn là } T/4 + T/12$$

$$\text{Thời gian nén là } T/2 = 1/10 \text{ s. Chọn D}$$



Hình vẽ thể hiện thời gian lò xo nén và giãn trong 1 chu kỳ (Ox hướng

**Câu 7:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động với phương trình  $x = \frac{5}{\sqrt{3}} \cos(20t + \frac{\pi}{3})$  cm.

Chọn Ox hướng lên, O tại vị trí cân bằng.

Thời gian lò xo bị giãn trong khoảng thời gian  $\frac{\pi}{12}$  s tính từ lúc  $t=0$  là:

- A.  $\frac{\pi}{40}$  s      B.  $\frac{3\pi}{40}$  s  
C.  $\frac{5\pi}{40}$  s      D.  $\frac{7\pi}{40}$  s

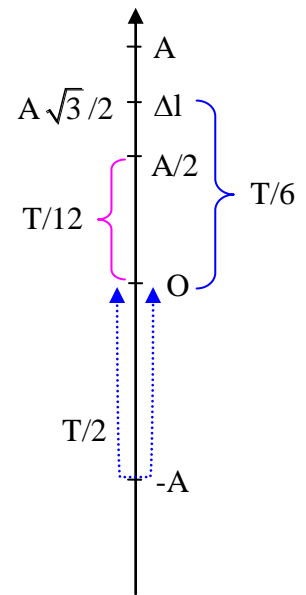
Giải:

$$+ T = \pi/10 \text{ s}$$

$$+ t = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2\sqrt{3}} = A/2 \text{ và } v < 0$$

$$+ t = \frac{\pi}{12} \text{ s} = 5T/6 = T/2 + T/4 + T/12$$

$$+ \text{Thời gian giãn là : } T/12 + T/2 + T/6 = 3T/4 = \frac{3\pi}{40} \text{ s} \text{ Chọn B}$$



**Câu 8.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, khi con lắc ở vị trí cân bằng lò xo giãn 9cm, thời gian con lắc bị nén trong 1 chu kỳ là 0,1s. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là:

- A.  $6\sqrt{3}$  cm      B. 4,5cm      C. 9cm      D.  $8\sqrt{3}$  cm

Giải: Tại VTCB:  $k\Delta l = mg \Rightarrow$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{0,09}} = \frac{\pi}{0,3} = \frac{10\pi}{3} \text{ rad / s}$$

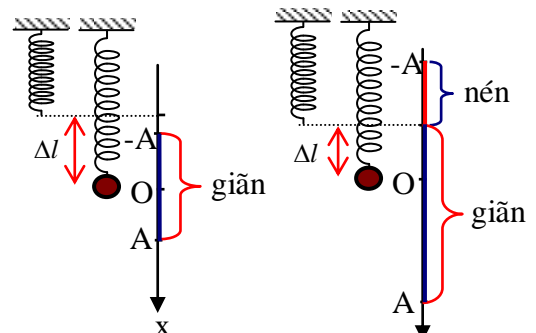
$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 3}{10\pi} = 0,6 \text{ s.}$$

$$\text{Thời gian con lắc bị nén trong 1 chu kỳ là } 0,1 \text{ s} = T/6$$

$$\text{góc nén quét: } \pi/3. \Rightarrow \text{góc } X_0 O M_1 = \pi/6.$$

$$\text{Với } OX_0 = 9 \text{ cm}$$

$$\text{Ta có: } A = M_1 O = A = M_1 O = \frac{X_0 O}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{9.2}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$



Hình a (A <

Hình b (A >

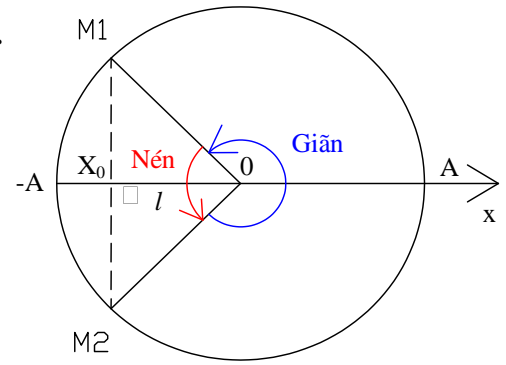


## Chọn A

**Câu 9.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, khi vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn 6 cm. Kích thích cho vật dao động điều hòa thì thấy thời gian lò xo giãn trong một chu kì là  $2T/3$  ( $T$  là chu kì dao động của vật). Độ giãn lớn nhất của lò xo trong quá trình vật dao động là

- A. 12 cm.      B. 18 cm      C. 9 cm.      D. 24 cm.

**Giải.** Thời gian lò xo nén là  $T/3$ ,  
Thời gian khi lò xo bắt đầu bị nén đến lúc nén tối đa là  $T/6$ .  
Độ nén của lò xo là  $A/2$ , bằng độ giãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Suy ra  $A = 12\text{cm}$ . Do đó độ giãn lớn nhất của lò xo  $6\text{cm} + 12\text{cm} = 18\text{cm}$ . Chọn ĐA B



Hình vẽ thể hiện thời gian lò xo nén và giãn trong 1 chu kỳ ( $Ox$  hướng xuống)

**Câu 10:** một con lắc lò xo treo thẳng đứng. kick thích đđ theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ của con lắc lần lượt là 0,4s và 8cm. Chọn trục  $x$  phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên, gốc tọa độ tại VTCB, gốc thời gian  $t=0$  khi lực đàn hồi của lò xo cực tiểu và cđ theo chiều trục tọa độ. Lấy  $g=\pi^2=10\text{m/s}^2$ . Thời gian ngắn nhất kể từ  $t=0$  đến khi lực đàn hồi cực đại là ?

**Giải:**  $T=0,4\text{s} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$

Tại VTCB:  $k\Delta l = mg$

$$\frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l} \text{ Hay : } \omega^2 = \frac{g}{\Delta l}$$

Tính được  $\Delta l = 4\text{cm}$

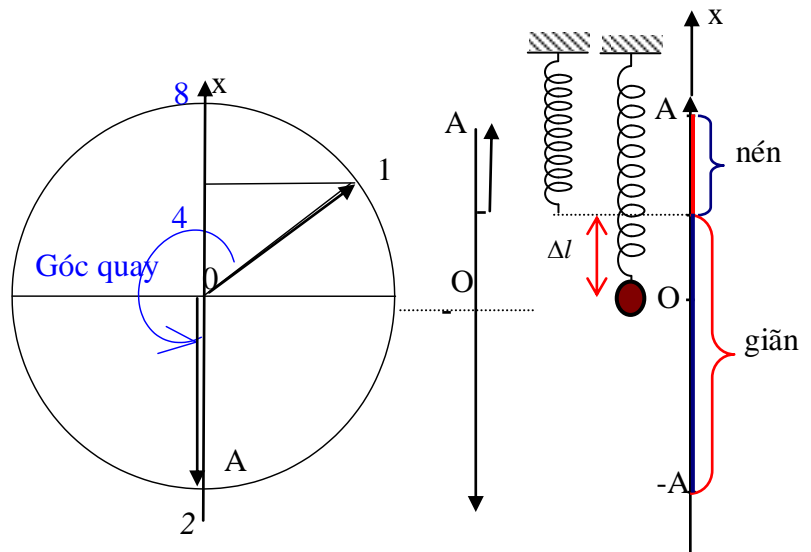
Góc quay hình vẽ ( từ lúc  $t=0$  thì  $x_0 = 4\text{cm}$  đến lúc lực đàn hồi cực đại  $x = -A$ ):

$$\pi + \pi/3 = 4\pi/3$$

Suy ra thời gian quay:  $t = 4T/6$

$$\text{Hay } t = 4 \cdot 0,4 / 6 = 0,8/3 \text{ s} = 4/15\text{s}$$

Đó là thời gian ngắn nhất kể từ  $t=0$  đến khi lực đàn hồi cực đại :  $4/15\text{s}$



Hình vẽ thể hiện thời gian  $t=0$  lực đàn hồi bằng 0

Đến khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên ( $Ox$  hướng lên)

$$(A > \Delta l)$$

### Trắc nghiệm Vận dụng

**Câu 1.** Một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với phương trình:  $x = A \cos(\pi t - \frac{\pi}{3})\text{cm}$ . Gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, trục tọa độ  $Ox$  trùng với trục lò xo, hướng ra xa đầu cố định của lò xo. Khoảng thời gian lò xo bị dãn sau khi dao động được 1s tính từ lúc  $t=0$  là :

- A.  $5/3\text{ s}$ .      B.  $3/6\text{ s}$ .      C.  $1/3\text{ s}$ .      D.  $5/6\text{ s}$ .

**Câu 2:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo nhẹ có độ cứng  $100\text{N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m=100\text{g}$ . Lấy  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\pi^2=10$ . Kéo vật xuống khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng  $2\text{cm}$  rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Thời gian lò xo bị nén trong khoảng thời gian  $0,5\text{s}$  kể từ khi thả vật là:

- A.  $\frac{1}{6}\text{ s}$       B.  $\frac{1}{15}\text{ s}$       C.  $\frac{2}{15}\text{ s}$       D.  $\frac{1}{30}\text{ s}$

## \*Xác định lực tác dụng cực đại và cực tiểu tác dụng lên vật và điểm treo lò xo - Chiều dài lò xo khi vật dao động

### 1 – Kiến thức cần nhớ :

#### **a) Lực hồi phục(lực tác dụng lên vật):**

Lực hồi phục :  $\vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a}$  (luôn hướng về vị trí cân bằng)

Độ lớn:  $F = k|x| = m\omega^2|x|$ .

Lực hồi phục đạt giá trị cực đại  $F_{\max} = kA$  khi vật đi qua các vị trí biên ( $x = \pm A$ ).

Lực hồi phục có giá trị cực tiểu  $F_{\min} = 0$  khi vật đi qua vị trí cân bằng ( $x = 0$ ).

#### **b) Lực tác dụng lên điểm treo lò xo:**

\* Lực tác dụng lên điểm treo lò xo là lực đàn hồi :  $F = k|\Delta l + x|$

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang :  $\Delta l = 0$

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$ .

+ Khi con lắc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  :  $\Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{g \sin \alpha}{\omega^2}$ .

\* Lực cực đại tác dụng lên điểm treo là :  $F_{\max} = k(\Delta l + A)$

\* Lực cực tiểu tác dụng lên điểm treo là :

+ khi con lắc nằm ngang  $F_{\min} = 0$

+ khi con lắc treo thẳng đứng hoặc nằm trên mặt phẳng nghiêng 1 góc  $\alpha$

$F_{\min} = k(\Delta l - A)$  Nếu :  $\Delta l > A$

$F_{\min} = 0$  Nếu :  $\Delta l \leq A$

#### **c) Lực đàn hồi ở vị trí có li độ $x$ (gốc O tại vị trí cân bằng ):**

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang  $F = kx$

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$  :  $F = k|\Delta l + x|$

#### **d) Chiều dài lò xo :** $l_0$ – là chiều dài tự nhiên của lò xo :

a) khi lò xo nằm ngang:

Chiều dài cực đại của lò xo :  $l_{\max} = l_0 + A$ .

Chiều dài cực tiểu của lò xo :  $l_{\min} = l_0 - A$ .

b) Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$  :

Chiều dài khi vật ở vị trí cân bằng :  $l_{cb} = l_0 + \Delta l$

Chiều dài cực đại của lò xo :  $l_{\max} = l_0 + \Delta l + A$ .

Chiều dài cực tiểu của lò xo :  $l_{\min} = l_0 + \Delta l - A$ .

Chiều dài ở li độ  $x$  :  $l = l_0 + \Delta l + x$

### 2 – Phương pháp :

\* Tính  $\Delta l$  (bằng các công thức ở trên)

\* So sánh  $\Delta l$  với  $A$

\* Tính  $k = m\omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2} = m4\pi^2 f^2 \Rightarrow F, l \dots\dots\dots$

### 3 – Bài tập :

#### **a – Ví dụ :**

**Câu 1.** Con lắc lò xo treo vào giá cố định, khối lượng vật nặng là  $m = 100g$ . Con lắc dao động điều hoà theo phương trình  $x = \cos(10\sqrt{5}t)cm$ . Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Lực đàn hồi cực đại và cực tiểu tác dụng lên giá treo có giá trị là :

A.  $F_{\max} = 1,5 N$  ;  $F_{\min} = 0,5 N$

B.  $F_{\max} = 1,5 N$  ;  $F_{\min} = 0 N$

C.  $F_{\max} = 2 N$  ;  $F_{\min} = 0,5 N$

D.  $F_{\max} = 1 N$  ;  $F_{\min} = 0 N$ .

**HD :** –  $F_{\max} = k(\Delta l + A)$  với  $\begin{cases} A = 1\text{cm} = 0,01\text{m} \\ \Delta l = \frac{g}{\omega^2} = 0,02\text{m} \\ k = m\omega^2 = 50\text{N/m} \end{cases} \Rightarrow F_{\max} = 50.0,03 = 1,5\text{N}$  Chọn : A

**Câu 2.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hòa với phương trình  $x = 2\cos 20t(\text{cm})$ . Chiều dài tự nhiên của lò xo là  $l_0 = 30\text{cm}$ , lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chiều dài nhỏ nhất và lớn nhất của lò xo trong quá trình dao động lần lượt là

A. 28,5cm và 33cm. B. 31cm và 36cm. C. 30,5cm và 34,5cm. D. 32cm và 34cm.

**HD :** –  $l_{\max} = l_0 + \Delta l + A \Rightarrow \begin{cases} A = 2\text{cm} = 0,02\text{m} \\ \Delta l = \frac{g}{\omega^2} = 0,025\text{m} \\ l_0 = 0,3\text{m} \end{cases} \Rightarrow l_{\max} = 0,3 + 0,025 + 0,02 = 0,345\text{m} = 34,5\text{cm}$

–  $l_{\min} = l_0 + \Delta l - A = 0,3 + 0,025 - 0,02 = 0,305\text{m} = 30,5\text{cm}$  Chọn : C.

**Câu 3.** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang với năng lượng dao động là 1J và lực đàn hồi cực đại là 10N. I là đầu cố định của lò xo. khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp điểm I chịu tác dụng của lực kéo là  $5\sqrt{3}$  N là 0.1s. Quãng đường dài nhất mà vật đi được trong 0.4 s là :

A. 60cm , B. 64cm, C. 115 cm D. 84cm

**Giải 1:** Cơ năng :  $W = \frac{1}{2}kA^2$

Lực đàn hồi cực đại của con lắc đỡ trên mặt phẳng ngang:  $F = kA$

Suy ra:  $k = 50\text{N/m}$   $A = 0,2\text{m}$

Lực kéo:  $F = kx \Rightarrow x = F/k = 5\sqrt{3}/50 = \sqrt{3}/10 \text{ m} = A\sqrt{3}/2$

Đây là vị trí đặc biệt suy ra khoảng thời gian điểm I bị kéo là  $T/6 = 0,1\text{s}$  Suy ra  $T = 0,6\text{s}$

Suy ra  $0,4\text{s} = 2T/3 = T/2 + T/6$

Quãng đường đi được lớn nhất là  $2A + A = 3A = 60\text{cm}$ . Chọn đáp án A

**Giải 2:**  $\frac{kA^2}{2} = 1(\text{J})$ ;  $kA = 10(\text{N}) \rightarrow A = 0,2\text{m} = 20\text{cm}$

Khi lực kéo bằng  $F = kx = 5\sqrt{3}\text{N}$

$\frac{x}{A} = \frac{5\sqrt{3}}{10} \Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp

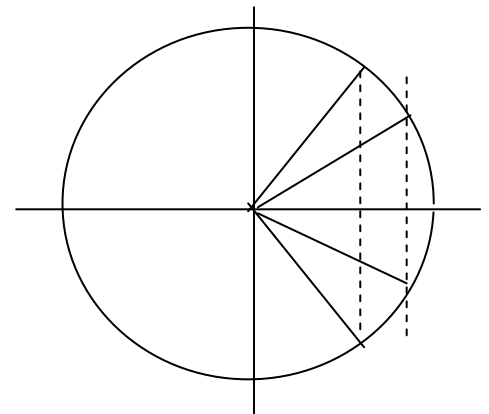
vật qua li độ  $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$  là  $t = T/6 = 0,1(\text{s}) \Rightarrow T = 0,6(\text{s})$

Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong  $0,4\text{s} = 2T/3$

bằng quãng đường vật đi được trong một chu kỳ trừ đi

quãng nhỏ nhất vật đi được trong một phần ba chu kỳ

là  $A = A/2 + A/2$  Suy ra  $S_{\max} = 4A - A = 3A = 60\text{cm}$ . Chọn A



**Câu 4:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm lò xo có chiều dài tự nhiên 20 cm và độ cứng 100 N/m, vật nặng có khối lượng 400 g. Kéo vật nặng xuống phía dưới cách vị trí cân bằng 6 cm rồi thả nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = \pi^2 = 10(\text{m/s}^2)$ . Xác định độ lớn của lực đàn hồi của lò xo khi vật ở vị trí cao nhất và thấp nhất của quỹ đạo.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10}{4}} = \sqrt{\frac{100 \cdot \pi^2}{4}} = \frac{10 \cdot \pi}{2} = 5\pi(\text{rad/s})$

Tại VTCB:  $\Delta \ell = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{1}{25} = 0,04(\text{m}) = 4(\text{cm}) < A$

- Độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cao nhất:  $|A - \Delta \ell|$

Vậy lực đàn hồi của lò xo khi vật ở vị trí cao nhất là:  $F_{\text{cn}} = k|A - \Delta \ell| = 100 \cdot |0,06 - 0,04| = 2(\text{N})$

- Lực đàn hồi của lò xo khi vật ở vị trí thấp nhất:  $F_{\text{tn}} = k(\Delta \ell + A) = 100(0,04 + 0,06) = 10(\text{N})$

**Câu 5:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng được kích thích cho dao động điều hòa. Thời gian quả cầu đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là 1,5 (s) và tỉ số giữa độ lớn của lực đàn hồi lò xo và trọng lượng quả cầu gắn ở đầu con lắc khi nó ở vị trí thấp nhất là 76/75. Lấy gia tốc rơi tự do là  $g = \pi^2$  (m/s<sup>2</sup>). Biên độ dao động là:

- A. 5 cm      B. 3 cm      C. 4 cm      **D. 2 cm**

**Giải:** Dễ thấy  $T = 2t = 2 \cdot 1,5 = 3s$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$  rad/s;  $k = m\omega^2$ ;  $mg = k\Delta l$

$$\frac{k(\Delta l + A)}{mg} = \frac{76}{75} \text{ hay } \frac{mg + kA}{mg} = \frac{76}{75}$$

Theo bài ta có:

$$\text{Hay: } 1 + \frac{m\omega^2 A}{mg} = \frac{76}{75} \Rightarrow \frac{\omega^2 A}{g} = \frac{1}{75}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{g}{75\omega^2} = \frac{\pi^2}{75(\frac{2\pi}{3})^2} = 0,02m = 2cm. \text{ Chọn D}$$

**Câu 6:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với chu kì T, biên độ A, trong thời gian một phút vật thực hiện được 180 dao động toàn phần. Trên quãng đường đi được bằng biên độ A thì tốc độ trung bình lớn nhất của vật là 72cm/s. Vật dao động dọc theo đoạn thẳng có chiều dài là?

**Giải:** Chu kì  $T = 60s/180 = 1/3$  s

Theo đề cho: Trên quãng đường đi được bằng biên độ A tốc độ trung bình lớn nhất nghĩa là vật đi từ  $-A/2$  đến  $A/2 \Rightarrow$  thời gian đi trên quãng đường A (ứng với góc quay là  $\pi/3$ ) là  $T/6 = 1/18s$ .

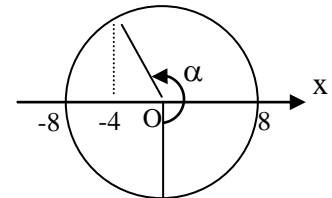
Ta có  $A = v \cdot t = 72 \cdot 1/18 = 4cm$

**Câu 7: (ĐH – 2008)** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4 s và 8 cm. Chọn trục x'x thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> và  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A. 4/15 (s).      **B. 7/30(s).**      C. 3/10(s).      D. 1/30(s).

**Giải:**  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi$ ,  $\Delta l = \frac{g}{\omega^2} = 4cm < A \Rightarrow F_{\min} = 0 \Leftrightarrow x = -4cm$

$$t = 0 : x = 0, v > 0 \Rightarrow \alpha = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} = 5\pi t \Rightarrow t = \frac{7}{30} s$$



**Câu 8:** Một vật A có  $m_1 = 1$  kg nối với vật B có  $m_2 = 4,1$  kg bằng lò xo nhẹ có  $k = 625$  N/m. Hệ đặt trên bàn nằm ngang, sao cho B nằm trên mặt bàn và trục lò xo luôn thẳng đứng. Kéo A ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 1,6 cm rồi buông nhẹ thì thấy A dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lấy  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Lực tác dụng lên mặt bàn có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là

- A. 19,8 N; 0,2 N      B. 50 N; 40,2 N      **C. 60 N; 40 N**      D. 120 N; 80 N

**GIẢI:**  $\Delta l = m_1 g / k = 0,01568m < A$

+ Lực tác dụng lên mặt bàn là:  $Q = N$

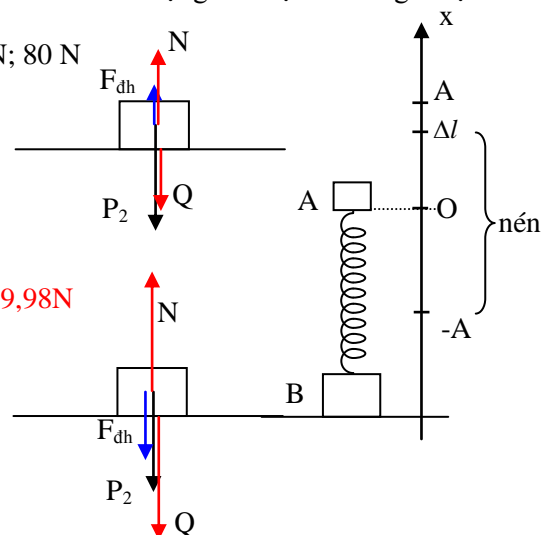
+  $N_{\min}$  khi lò xo giãn cực đại  $\Rightarrow$  vật ở cao nhất:

$$F_{dh\max} + N - P = 0 \Rightarrow N_{\min} = P - F_{dh\max}$$

$$\Rightarrow N = m_2 g - k(A - \Delta l) = \mathbf{39,98 \text{ N}}$$

+  $N_{\max}$  khi lò xo bị nén nhiều nhất  $\Rightarrow$  vật ở VT thấp nhất:

$$N_{\max} - F_{dh} - P_2 = 0 \Rightarrow N_{\max} = P_2 + F_{dh} = m_2 g + k(A + \Delta l) \Rightarrow N_{\max} = \mathbf{59,98N}$$



**Câu 9:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng  $m = 100g$ , chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng chiều dương hướng lên trên. biết phương trình dao động của con lắc  $x = 4 \cos(10t + \pi/3)$  cm,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Độ lớn lực đàn hồi tác dụng vào vật tại thời điểm vật đã đi được quãng đường  $S = 3$  cm kể từ  $t = 0$  là:

- A. 1,1 N**      B. 1,6 N      C. 0,9 N      D. 2N

**Giải:** lúc  $t = 0$  vật có li độ  $x = 2$  cm và đang chuyển động theo chiều âm

=> khi vật đi được 3cm thì có li độ  $x=1\text{cm}$ => lực đàn hồi là  $F=k(\Delta l - x)=10(0,1+0,01)=1,1\text{N}$ . **Chọn A.**

**Câu 10:** Hai vật A và B dán liền nhau  $m_B=2m_A=200\text{g}$ , treo vào một lò xo có độ cứng  $k=50\text{ N/m}$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $L_0=30\text{ cm}$  thì buông nhẹ. Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B bị tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo.

A. 26 cm, B. 24 cm. C. 30 cm. **D. 22 cm**

**Giải:** Khi treo 2 vật độ giãn của lò xo:  $\Delta l = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$ .

Biên độ dao động của hệ lúc này  $A = 6\text{ cm}$

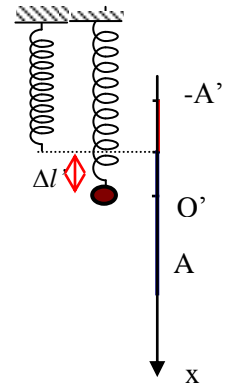
Lực đàn hồi của lò xo lớn nhất khi độ dài của lò xo  $l_{\max} = 36\text{ cm}$ .

Khi vật B tách ra hệ dao động điều hoà với vị trí cân bằng mới

$$\Delta l' = \frac{m_A g}{k} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$$

Biên độ dao động của con lắc lò xo lần sau  $A' = 10\text{cm}$ .

Suy ra chiều dài ngắn nhất của lò xo  $l_{\min} = 30 - (10 - 2) = 22\text{cm}$  **Chọn D.**



### b – Vận dụng :

**Câu 1.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động với biên độ 4cm, chu kỳ 0,5s. Khối lượng quả nặng 400g. Lấy  $\pi^2 = 10$ , cho  $g = 10\text{m/s}^2$ . Giá trị của lực đàn hồi cực đại tác dụng vào quả nặng :

A. 6,56N, 1,44N. B. 6,56N, 0 N C. 256N, 65N D. 656N, 0N

**Câu 2.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có khối lượng không đáng kể. Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3cm rồi thả ra cho nó dao động. Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20s. Cho  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và lực đàn hồi cực tiểu của lò xo khi dao động là:

A. 5 B. 4 C. 7 D. 3

**Câu 3.** Một vật treo vào lò xo làm nó dãn ra 4cm. Cho  $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ . Biết lực đàn hồi cực đại và cực tiểu lần lượt là 10N và 6N. Chiều dài tự nhiên của lò xo 20cm. Chiều dài cực tiểu và cực đại của lò xo trong quá trình dao động là :

A. 25cm và 24cm. B. 24cm và 23cm. C. 26cm và 24cm. D. 25cm và 23cm

**Câu 4.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới treo một vật  $m = 100\text{g}$ . Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Vật dao động theo phương trình:  $x = 5\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$ . Chọn gốc

thời gian là lúc buông vật, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Lực dùng để kéo vật trước khi dao động có độ lớn :

A. 1,6N B. 6,4N C. 0,8N D. 3,2N

**Câu 5.** Một chất điểm có khối lượng  $m = 50\text{g}$  dao động điều hoà trên đoạn thẳng  $MN = 8\text{cm}$  với tần số  $f = 5\text{Hz}$ . Khi  $t = 0$  chất điểm qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Ở thời điểm  $t = 1/12\text{s}$ , lực gây ra chuyển động của chất điểm có độ lớn là :

A. 10N B.  $\sqrt{3}\text{ N}$  C. 1N D.  $10\sqrt{3}\text{ N}$ .

**Câu 6:** Con lắc lò xo dao động theo phương thẳng đứng với biên độ 8cm.và chu kì T. Khoảng thời gian ngắn nhất từ lúc lực đàn hồi cực đại đến lúc lực đàn hồi cực tiểu là  $T/3$ . Tốc độ của vật tính theo cm/s khi nó cách vị trí thấp nhất 2cm. Lấy  $g = \pi^2\text{ m/s}^2$ .

A. 57,3cm/s B. 83,12cm/s.  
C. 87,6cm/s D. 106,45cm/s

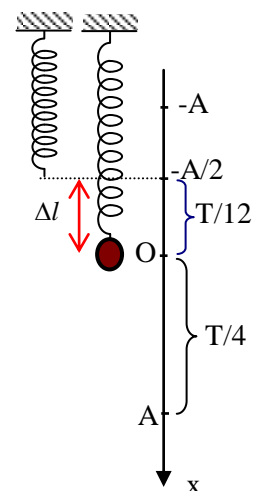
**GIẢI:**

\* Khoảng thời gian ngắn nhất từ lúc lực đàn hồi cực đại đến lúc lực đàn hồi cực tiểu là  $T/3 \Rightarrow \Delta l < A (F_{\text{dhmin}} = 0)$

\*  $T/3 = T/4 + T/12 \Rightarrow \Delta l = A/2$

$$\text{Mà : } \Delta l = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \omega^2 = 2g/A = \pi^2/0,04 = 25\pi^2$$

$$* A^2 = x^2 + v^2/\omega^2 \Rightarrow v^2 = (8^2 - 6^2)25\pi^2 \Rightarrow v = 83,12\text{cm/s. Chọn B}$$



( $A > \Delta l$ )

### **Dạng 3: Năng lượng của con lắc lò xo dao động điều hoà**

#### **1 – Kiến thức cần nhớ :**

Phương trình dao động có dạng :  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  m

Phương trình vận tốc:  $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$  m/s

a) **Thế năng** :  $W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

b) **Động năng** :  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$  ; với  $k = m\omega^2$

c) **Cơ năng** :  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \text{Const}$

$$+ W_t = W - W_d$$

$$+ W_d = W - W_t$$

-Cơ năng của con lắc tỉ lệ với bình phương biên độ dao động

-Cơ năng của con lắc được bảo toàn nếu bỏ qua ma sát

+ Khi  $W_t = W_d \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$  khoảng thời gian để  $W_t = W_d$  là :  $\Delta t = \frac{T}{4}$

+ Động năng và thế năng biến thiên tuần hoàn với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$ , chu kỳ  $T/2$

+ Thời gian liên tiếp giữa 2 lần động năng bằng thế năng là  $T/4$

- Khi  $W_d = nW_t \rightarrow x = \frac{\pm A}{\sqrt{n+1}}$

- Khi  $W_t = nW_d \rightarrow v = \frac{\pm A\omega}{\sqrt{n+1}}$

**+Chú ý:** Khi tính năng lượng phải đổi khối lượng về kg, vận tốc về m/s, ly độ về mét.

**Một số giá trị đặc biệt của x, v, a, F, Wt và Wd như sau:**

$x=A\cos\omega t$	<b>-A</b>	$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{A}{2}$	<b>0</b>	$\frac{A}{2}$	$\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$\frac{A\sqrt{3}}{2}$	<b>A</b>
Vận tốc /v/	<b>0</b>	$\frac{1}{2}\omega A$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\omega A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega A$	<b><math>\omega A</math></b>	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega A$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\omega A$	$\frac{1}{2}\omega A$	<b>0</b>
Gia tốc /a/= $-\omega^2 \cdot x$ /	$\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 A$	$\frac{1}{2}\omega^2 A$	<b>0</b>	$\frac{1}{2}\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2 A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 A$	$\omega^2 A$
Lực kéo về /F/= $-kx$ /	<b>kA</b>	$k\frac{A\sqrt{3}}{2}$	$k\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$k\frac{A}{2}$	<b>0</b>	$k\frac{A}{2}$	$k\frac{A\sqrt{2}}{2}$	$k\frac{A\sqrt{3}}{2}$	<b>kA</b>
Thế năng Wt	$\frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	<b>0</b>	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{kA^2}{2}$
Động năng Wd	<b>0</b>	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}kA^2 \cdot \frac{1}{4}$	<b>0</b>
So sánh: Wt và Wd	<b>Wtmax</b> $\frac{1}{2}kA^2$	Wt=3Wd	<b>Wt=Wd</b>	Wd=3Wt	<b>Wdmax</b> $\frac{1}{2}kA^2$	Wd=3Wt	<b>Wt=Wd</b>	Wt=3Wd	<b>Wtmax</b> $\frac{1}{2}kA^2$

**2- Phương pháp giải**

B<sub>1</sub>: Tóm tắt đề: Đề cho gì?, hỏi gì? Và đổi các đơn vị sang các đơn vị hợp pháp

B<sub>2</sub>: Xác lập mối quan hệ giữa các đại lượng cho và đại lượng tìm thông qua các công thức:

a) **Thế năng:**  $W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

b) **Động năng:**  $W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$ ; với  $k = m\omega^2$

c) **Cơ năng:**  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m(2\pi f)^2 A^2 = \text{const}$

\*Chú ý: vật qua VTCB  $W_d = W_{d\max} = W$ ; vật qua vị trí biên  $W_t = W_{t\max} = W$

B<sub>3</sub>: Suy ra biểu thức xác định đại lượng tìm theo các đại lượng cho và các dữ kiện.

B<sub>4</sub>: Thực hiện tính toán để xác định giá trị đại lượng tìm và lựa chọn câu trả lời đúng

**3.CÁC VÍ DỤ MINH HỌA:**

**Câu 1:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k=100\text{N/m}$  dao động điều hòa phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biểu thức thế năng là:  $E_t = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,1$  (J). Phương trình li độ là:

A.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$       B.  $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

C.  $x = 2\sqrt{10} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$       D.  $x = 2\sqrt{2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

**Hướng dẫn giải:**  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ;

$$W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} kA^2 \left[ \frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} \right] = \frac{1}{4} kA^2 + \frac{1}{4} kA^2 \cos 2(\omega t + \varphi)$$

$$E_t = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,1. \text{ Đồng nhất 2 vế 2 phương trình: } 2(\omega t + \varphi) = 4\pi t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow (\omega t + \varphi) = 2\pi t + \frac{\pi}{4}$$

$$\omega = 2\pi (\text{rad/s}); \frac{1}{4} kA^2 = 0,1 \Rightarrow A = 2\sqrt{10} \text{ (cm)} \Rightarrow x = 2\sqrt{10} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**4.Bài tập tự luyện dạng 3:**

**Câu 1:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Biết rằng tại thời điểm ban đầu, vật có li độ  $x_0 = 3\sqrt{3}$  cm, vận tốc  $v_0 = 15\text{cm/s}$ ; tại thời điểm  $t$ , vật có li độ  $x_0 = 3\text{cm}$ , vận tốc  $v_0 = -15\sqrt{3}\text{cm/s}$ . Phương trình dao động của vật là:

A.  $x = 6\sqrt{3} \cos\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right) (\text{cm})$       B.  $x = 6\sqrt{3} \cos\left(5t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$



C.  $x = 6 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$       D.  $x = 6 \cos\left(5t - \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

**Câu 2:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biết rằng tại thời điểm ban đầu, vật có li độ  $x_0 = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ , gia tốc  $a = 32\pi^2 \sqrt{3} \text{ cm/s}^2$ ; tại thời điểm  $t$ , vật có li độ  $x_0 = 2 \text{ cm}$ , vận tốc  $v_0 = -8\pi \sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Pha ban đầu của gia tốc là  $\frac{\pi}{6}$ . Phương trình li độ của vật là :

A.  $x = 4\sqrt{2} \cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (cm)$       B.  $x = 4 \cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (cm)$   
 C.  $x = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$       D.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$

**Câu 3:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biết rằng tại thời điểm ban đầu, vật có vận tốc  $v_0 = -4\pi \text{ cm/s}$ , gia tốc  $a_0 = -8\pi^2 \sqrt{3} \text{ cm/s}^2$ ; tại thời điểm  $t$ , vật có vận tốc  $v = -4\pi \sqrt{3} \text{ cm/s}$ , gia tốc  $a = -8\pi^2 \text{ cm/s}^2$ . Phương trình dao động của vật là :

A.  $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$       B.  $x = 4\sqrt{2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (cm)$   
 C.  $x = 4\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (cm)$       D.  $x = 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (cm)$

**Câu 4:** Xét 1 hệ quả cầu và lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kỳ dao động của hệ là  $T=1 \text{ s}$ . Nếu chọn chiều dương của trục tọa độ hướng xuống, gốc tọa độ là vị trí cân bằng O thì khi hệ bắt đầu dao động được 2,5s, quả cầu ở tọa độ  $x=-5\sqrt{2} \text{ cm}$  và đi theo chiều âm của quỹ đạo và vận tốc có độ lớn  $10\pi \sqrt{2} \text{ cm/s}$ . Phương trình li độ của quả cầu là :

A.  $x = 10\sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$       B.  $x = 10 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (cm)$   
 C.  $x = 10 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$       D.  $x = 10\sqrt{2} \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

**Câu 5:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k=100 \text{ N/m}$  dao động điều hòa dưới tác dụng của lực hồi phục có phương trình  $F = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (N)$ . Người ta đã chọn  $t=0$  vào lúc:

A.  $x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$  ;  $v < 0$       B.  $x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$  ;  $v > 0$   
 C.  $x = -\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$  ;  $v > 0$       D.  $x = -\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$  ;  $v < 0$

**Câu 6:** Biểu thức lực tác dụng lên vật trong dao động điều hòa con lắc lò xo  $F = kA \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) (N)$ . Chọn biểu thức đúng:

A.  $t=0$  lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương

B.  $t=0$  lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm

C.  $t=0$  lúc vật qua vị trí biên A

D.  $t=0$  lúc vật qua vị trí biên  $-A$

**Câu 7:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k=100\text{N/m}$  dao động điều hòa dưới tác dụng của lực hồi phục có phương trình

$$F = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (\text{N}). \text{ Cho } \pi^2 = 10. \text{ Biểu thức vận tốc là :}$$

A.  $v = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) (\text{cm/s})$       B.  $v = 10\pi \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (\text{cm/s})$

C.  $v = 20\pi \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s})$       D.  $v = 20\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s})$

**Câu 8:** Xét 1 hệ quả cầu và lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kỳ dao động của hệ là  $T=2\text{s}$  và tỉ số giữa độ lớn lực đàn hồi của lò xo và trọng lực của quả cầu khi nó ở vị trí thấp nhất là  $26/25$ . Nếu chọn chiều dương của trục tọa độ hướng lên, gốc tọa độ là vị trí cân bằng O, gốc thời gian lúc quả cầu đang ở vị trí thấp nhất. Cho

$$g = \pi^2 = 10. \text{ Phương trình li độ của quả cầu là : A. } x = 3 \cos(\pi t + \pi) (\text{cm}) \quad \text{B. } x = 0,75 \cos(\pi t) (\text{cm})$$

C.  $x = 0,75 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$       D.  $x = 4 \cos(\pi t + \pi) (\text{cm})$

**Câu 9:** Vật có khối lượng  $m=100\text{g}$  được gắn vào lò xo có độ cứng  $k=10\text{N/m}$  dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Chọn gốc thời gian lúc vật có vận tốc  $v_0=1\text{ m/s}$ , gia tốc  $a_0=-10\text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động là:

A.  $x = 10\sqrt{2} \cos\left(10t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$       B.  $x = 2 \cos\left(10t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$

C.  $x = 10\sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$       D.  $x = 2 \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$

**Câu 10:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, vật nặng ở phía trên. Biên độ dao động  $A=4\text{cm}$ . Trong quá trình dao động, lực đàn hồi cực đại bằng 3 lần lực hồi phục cực đại. Cho  $g = \pi^2 = 10$ . Chu kỳ dao động của con lắc là :

A.  $4\text{s}$       B.  $2\text{s}$       C.  $0,2\sqrt{2}\text{ s}$       D.  $0,4\sqrt{2}\text{ s}$

**Câu 11:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, vật nặng ở phía trên. Biên độ dao động  $A=4\text{cm}$ . Trong quá trình dao động, lực đàn hồi cực đại bằng 3 lần lực hồi phục cực đại. Cho  $g = \pi^2 = 10$ . Tại vị trí thấp nhất, lò xo có chiều dài  $l_{\min}=30\text{ cm}$ . Chiều dài tự nhiên của lò xo là :

A.  $20\text{cm}$       B.  $18\text{cm}$       C.  $42\text{cm}$       D.  $24\text{cm}$

**Câu 12:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, vật nặng ở phía trên. Biên độ dao động  $A=4\text{cm}$ . Trong quá trình dao động, lực đàn hồi cực đại bằng 3 lần lực hồi phục cực đại. Cho  $g = \pi^2 = 10$ . Chiều dài lớn nhất của lò xo có giá trị:

A.  $38\text{cm}$       B.  $18\text{cm}$       C.  $28\text{cm}$       D.  $24\text{cm}$

**Câu 13:** Cho 2 con lắc lò xo, con lắc thứ nhất dao động với chu kỳ  $T_1 = T$ , con lắc thứ 2 có chu kỳ  $T_2 = 2T$ . Kích thích cho 2 con lắc dao động với cùng biên độ A. Tại thời điểm nào đó, cả 2 con lắc có cùng chung li độ x. Tỉ số vận tốc của con lắc thứ nhất và thứ 2 là :

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 4                      D. 2

**Câu 14:** Cho 2 con lắc lò xo, con lắc thứ nhất có khối lượng m dao động với chu kỳ  $T_1 = T$ , con lắc thứ 2 có khối lượng 2m dao động với chu kỳ  $T_2 = 2T$ . Kích thích cho 2 con lắc dao động với cùng biên độ A. Tỉ số độ lớn lực kéo về cực đại của con lắc thứ nhất và con lắc thứ 2 là:

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 4                      D. 2

**Câu 15:** Cho 2 con lắc lò xo, con lắc thứ nhất có khối lượng m dao động với chu kỳ  $T_1 = T$ , con lắc thứ 2 có khối lượng 2m dao động với chu kỳ  $T_2 = 2T$ . Tại thời điểm nào đó, cả 2 con lắc có cùng chung li độ x ( $x \neq 0$ ). Tỉ số độ lớn lực kéo về cực đại của con lắc thứ nhất và con lắc thứ 2 là:

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 4                      D. 2

**Câu 16:** Cho 2 con lắc lò xo, con lắc thứ nhất dao động với chu kỳ  $T_1 = T$ , con lắc thứ 2 có chu kỳ  $T_2 = 2T$ . Kích thích cho 2 con lắc dao động với cùng biên độ A. Tại thời điểm nào đó, cả 2 con lắc có cùng chung li độ x. Tỉ số gia tốc của con lắc thứ nhất và thứ 2 là :

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 4                      D. 2

**Câu 17:** Trên mặt phẳng nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  đặt con lắc lò xo. Vật có độ cứng 64N/m, khối lượng vật là 160g, vật ở trên. Bỏ qua mọi ma sát. Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống theo phương trục lò xuống 1 đoạn 1 cm và buông nhẹ. Chọn trục Ox hướng lên, gốc tại vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc buông vật. Phương trình dao động của vật là :

- A.  $x = 2 \cos(20t + \pi)(cm)$       B.  $x = 2 \cos\left(10\sqrt{3}t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$   
C.  $x = \cos(20t + \pi)(cm)$       D.  $x = \cos(10\sqrt{3}t + \pi)(cm)$

**Câu 18:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biết rằng tại thời điểm ban đầu, vật có li độ  $x_0 = 1cm$ , vận tốc  $v_0 = -4\pi\sqrt{3} cm/s$ ; tại thời điểm t, vật có li độ  $x_0 = \sqrt{3} cm$ , vận tốc  $v_0 = -4\pi cm/s$ . Phương trình dao động của vật là :

- A.  $x = 2 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$       B.  $x = \sqrt{2} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$   
C.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(cm)$       D.  $x = 2 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

**Câu 19:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một quả cầu khối lượng  $m = 0,4 kg$  gắn vào lò xo có độ cứng k. Đầu còn lại của lò xo gắn vào một điểm cố định. Khi vật đứng yên, lò xo dãn 10cm. Tại vị trí cân bằng, người ta truyền cho quả cầu một vận tốc  $v_0 = 60 cm/s$  hướng xuống. Lấy  $g = 10m/s^2$ . Tọa độ quả cầu khi động năng bằng thế năng là

- A. 0,424 m                      B.  $\pm 4,24 cm$                       C. -0,42 m                      D.  $\pm 0,42 m$

**Câu 20:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = \sqrt{2}$  kg dao động điều hòa theo phương nằm ngang. Vận tốc vật có độ lớn cực đại là 0,6m/s. Chọn thời điểm  $t=0$  lúc vật qua vị trí  $x_0 = 3\sqrt{2}$  cm và tại đó thế năng bằng động năng tính chu kì dao động của con lắc và độ lớn lực đàn hồi tại thời điểm  $t = \pi/20$ s

A.  $T=0,628$ s và  $F=3$ N      B.  $T=0,314$ s và  $F=3$ N      C.  $T=0,314$ s và  $F=6$ N      D.  $T=0,628$ s và  $F=6$ N

**Đáp án:**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
C	B	A	C	A	A	A	D	C	D
Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
C	A	D	D	D	C	C	D	B	D

### 5. Hướng dẫn chi tiết dạng 3:

**Câu 1:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{(3\sqrt{3})^2}{A^2} + \frac{15^2}{A^2 \omega^2} = 1 \\ \frac{(3)^2}{A^2} + \frac{(-15\sqrt{3})^2}{A^2 \omega^2} = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}; A = 6 \text{ cm}; t=0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 3\sqrt{3} \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

$\Rightarrow x = 6 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$  . Chọn C

Cách 2: Máy Fx570ES: Dùng số phức: Mode 2 , shift mode 4, nhập máy:  $3\sqrt{3} - \frac{15}{5}i = 6\angle -\frac{\pi}{6}$

**Câu 2:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $a = -\omega^2 x$  ;  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega = 4 \pi \text{ rad/s}; A = 4 \text{ cm};$  Pha ban đầu  $\varphi_a - \varphi_x = \pm \pi$  với  $-\pi < \varphi \leq \pi \Rightarrow \varphi_x = -\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$

$\Rightarrow x = 4 \cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) (\text{cm})$  . Chọn B

**Câu 3:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $\frac{a^2}{\omega^4 A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$

$\Rightarrow \omega = 2 \pi \text{ rad/s}; A = 4 \text{ cm}; t=0 \Rightarrow a_0 = -\omega^2 x_0; \Rightarrow x_0 = 2\sqrt{3} \text{ cm};$

$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ v_0 < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \Rightarrow x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$  . Chọn A

**Câu 4:**  $T=1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ (rad/s)}; \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow A=10 \text{ cm}$

Mặt khác:  $t=2,5 \text{ s} \Rightarrow N = \frac{t}{T} = 2,5$  hay  $N=2T+0,5T$

Trong dao động điều hòa, sau hoặc trước nửa chu kỳ thì tọa độ, vận tốc, gia tốc có giá trị đối nhau nên:  $t=0$  khi

$$x=5\sqrt{2} \text{ cm và } v>0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \\ \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow x = 10 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Câu 5:**  $F_{hp} = -k.x = kA \cos(\omega t + \varphi + \pi) \Rightarrow F_{hp} = -5 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6} + \pi\right).$

Đồng nhất 2 phương trình ta có :  $k.A=5 \Rightarrow A=0,05\text{m}=5\text{cm}$  ;  $\Rightarrow x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$

$$\Rightarrow t=0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm} \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 6:**  $F_{hp} = -k.x = kA \cos(\omega t + \varphi \pm \pi) \Rightarrow F_{hp} = -kA \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$

$$\Rightarrow t=0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 7:**  $F_{hp} = -k.x = kA \cos(\omega t + \varphi \pm \pi) \Rightarrow F_{hp} = -kA \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6} + \pi\right) \Rightarrow F_{hp} = -kA \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  Với

$k.A=5 \Rightarrow A=0,05\text{m}=5\text{cm}$

$$\Rightarrow x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow v = -10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 8:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $T=2\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad/s)}$ ;

Ta có :  $\frac{F_{dh\max}}{P} = \frac{26}{25} \Rightarrow \frac{m\omega^2(\Delta l + A)}{mg} = \frac{26}{25}$ , với  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \frac{\omega^2\left(\frac{g}{\omega^2} + A\right)}{g} = \frac{26}{25}$

$$\Rightarrow 1 + \frac{A(2\pi)^2}{T^2 \cdot g} = \frac{26}{25} \Rightarrow A=0,04\text{m}=4\text{cm}; \text{ khi } t=0 \begin{cases} \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos(-1) = \pi (\text{rad}) \\ v = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 4 \cos(\pi t + \pi) (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Câu 9:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 (\text{rad / s})$

$$\Rightarrow a_0 = -\omega^2 \cdot x_0 ; \Rightarrow x_0 = 10 \text{ cm}; \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow A = 10\sqrt{2} (\text{cm})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = 10 \\ v_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos(1) = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \\ \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} (\text{rad})$$

$$\Rightarrow x = 10\sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Câu 10:** Ta có :  $F_{dh\max} = 3F_{hp\max} \Rightarrow k(\Delta l + A) = 3kA$

$$\Rightarrow \Delta l = 8\text{cm} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = \frac{2\sqrt{5}}{25} \pi = 0,4\sqrt{2} (\text{s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 11:** Ta có :  $F_{dh\max} = 3F_{hp\max} \Rightarrow k(\Delta l + A) = 3kA$

$$\Rightarrow \Delta l = 8\text{cm} \Rightarrow \text{Vật ở trên nên } l_{\min} = l_0 - \Delta l - A \Rightarrow l_0 = 42 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 12:** Ta có :  $F_{dh\max} = 3F_{hp\max} \Rightarrow k(\Delta l + A) = 3kA$

$$\Rightarrow \Delta l = 8\text{cm} \Rightarrow \text{Vật ở trên lò xo nên } l_{\min} = l_0 - \Delta l - A \Rightarrow l_0 = 42 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow l_{\max} = l_{\min} + 2A = 38\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Câu 13:** Ta có:  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$ , với  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{v_1^2}{\omega_1^2} = \frac{v_2^2}{\omega_2^2} \Rightarrow v_1^2 T_1^2 = v_2^2 T_2^2 \Rightarrow \left| \frac{v_1}{v_2} \right| = 2$

$$\Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 14:** Lực kéo về cực đại:  $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$  với  $T_2 = 2T_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$ ,  $m_2 = 2m_1$

$$\Rightarrow \frac{F_{\max 1}}{F_{\max 2}} = \frac{m\omega_1^2}{2m \cdot \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2} = 2 \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Câu 15:** Lực kéo về ở thời điểm t:  $F_{\max} = kx = m\omega^2 x$ ;  $m_2 = 2m_1$ ;  $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m\omega_1^2}{2m \cdot \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2} = 2 \Rightarrow \text{Chọn D}$

**Câu 16:**  $a = -\omega^2 x \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = 4 \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Câu 17:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ; với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \text{ rad/s}$

-Từ VTCB  $x=A$  và buông nhẹ  $\Rightarrow A=1 \text{ cm}$ ;

$$+t=0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -A \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \text{shift} \cos \frac{x_{t=0}}{A} = \text{shift} \cos(-1) = \pi \text{ rad} \Rightarrow x = \cos(20t + \pi) (\text{cm}) . \text{Chọn C}$$

**Câu 18:** Phương trình dao động :  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  ;  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{(3\sqrt{3})^2}{A^2} + \frac{15^2}{A^2 \omega^2} = 1 \\ \frac{(3)^2}{A^2} + \frac{(-15\sqrt{3})^2}{A^2 \omega^2} = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$ ;  $A = 2\text{cm}$ ;  $t=0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ v_0 < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{x_{t=0}}{A} = \arccos \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

$\Rightarrow x = 2 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm})$  . Chọn D

**Câu 19:** Tại vị trí cân bằng:  $k \cdot \Delta l = mg$  .Suy ra tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$

Thế số  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 (\text{rad/s})$ ; -Độ cứng lò xo:  $k = m \cdot \omega^2 = 0,4 \cdot 100 = 40 \text{ N/m}$ .

Biên độ dao động:  $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{60}{10} = 6\text{cm}$ . Năng lượng:  $W = W_t + W_d = 2W_t$  ( do đề bài cho  $W_t = W_d$  )

Hay :  $\frac{1}{2} K A^2 = 2 \frac{1}{2} K x^2$  .Suy ra :  $x^2 = A^2/2$  hay  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm 4,2426 \text{ cm}$  . **Đáp án B**

**Câu 20:**

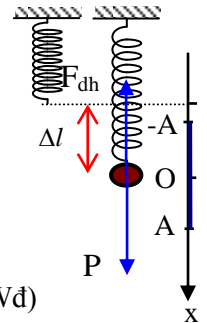
\* Tại vị trí động năng bằng thế năng  $\rightarrow W_t = 1/2 W \rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$  mà trong bài  $x_0 = 3\sqrt{2} \text{ cm} \rightarrow A = 6\text{cm}$

\*  $\omega = \frac{v_{\max}}{A} = 10 \text{ Rad / s} \rightarrow T = 0,628 \text{ s}$

\*  $t=0$  lúc vật qua vị trí  $x_0 = 3\sqrt{2} \text{ cm}$  (có thể chiều âm hoặc dương)  $\rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$

Và phương trình dao động là  $x = 6 \cos(10t \pm \frac{\pi}{4}) \text{ cm}$

\* Tại  $t = \pi/20 \text{ s}$  thay vào trên có  $x = \pm 3\sqrt{2} \text{ cm} \rightarrow F_{dh} = k |x| = 6(N) \rightarrow \text{Đáp án D}$



Hình câu 19

### 6. Bài tập tự rèn luyện 3:

**Câu 1.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ A. Tại vị trí nào thì động năng bằng thế năng.

**Câu 2.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ A. Tại vị trí nào thì động năng gấp đôi thế năng.

**Câu 3.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ A. Tại vị trí nào thì động năng gấp 4 lần thế năng.

**Câu 4.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ T và biên độ A. Sau những khoảng thời gian nào thì động năng bằng thế năng.

**Câu 5.** Một con lắc lò xo có  $k = 100 \text{ N/m}$ , quả nặng có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ . Khi đi qua vị trí có ly độ  $6\text{cm}$  vật có vận tốc  $80\text{cm/s}$ .

a) Tính biên độ dao động:

- A. 10cm. B. 5cm C. 4cm D. 14cm

b) Tính động năng tại vị trí có ly độ  $x = 5\text{cm}$  :

- A. 0,375J B. 1J C. 1,25J D. 3,75J

**Câu 6.** Treo một vật nhỏ có khối lượng  $m = 1\text{kg}$  vào một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 400 \text{ N/m}$ . Gọi Ox là trục tọa độ có phương thẳng đứng, gốc tọa độ 0 tại vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng lên. Vật được kích thích dao động tự do với biên độ  $5\text{cm}$ . Động năng  $E_{d1}$  và  $E_{d2}$  của vật khi nó qua vị trí có tọa độ  $x_1 = 3\text{cm}$  và  $x_2 = -3\text{cm}$  là :

- A.  $E_{d1} = 0,18\text{J}$  và  $E_{d2} = -0,18\text{J}$  B.  $E_{d1} = 0,18\text{J}$  và  $E_{d2} = 0,18\text{J}$   
C.  $E_{d1} = 0,32\text{J}$  và  $E_{d2} = 0,32\text{J}$  D.  $E_{d1} = 0,64\text{J}$  và  $E_{d2} = 0,64\text{J}$



**Câu 7.** Một con lắc lò xo có  $m = 200\text{g}$  dao động điều hoà theo phương đứng. Chiều dài tự nhiên của lò xo là  $l_0 = 30\text{cm}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Khi lò xo có chiều dài  $28\text{cm}$  thì vận tốc bằng không và lúc đó lực đàn hồi có độ lớn  $2\text{N}$ . Năng lượng dao động của vật là :

- A. 1,5J                      B. 0,1J                      C. 0,08J                      D. 0,02J

**Câu 8.** Một vật có khối lượng  $m = 100(\text{g})$  dao động điều hoà trên trục Ox với tần số  $f = 2(\text{Hz})$ , lấy tại thời điểm  $t_1$  vật có li độ  $x_1 = -5(\text{cm})$ , sau đó  $1,25(\text{s})$  thì vật có thế năng:

- A. 20(mj)                      B. 15(mj)                      C. 12,8(mj)                      D. 5(mj)

**Câu 9.** Một vật dao động điều hoà với phương trình :  $x = 1,25\cos(20t + \pi/2)\text{cm}$ . Vận tốc tại vị trí mà thế năng gấp 3 lần động năng là:

- A. 12,5cm/s                      B. 10m/s                      C. 7,5m/s                      D. 25cm/s.

**Câu 10.** Một con lắc lò xo nằm ngang, tại vị trí cân bằng, cấp cho vật nặng một vận tốc có độ lớn  $10\text{cm/s}$  dọc theo trục lò xo, thì sau  $0,4\text{s}$  thế năng con lắc đạt cực đại lần đầu tiên, lúc đó vật cách vị trí cân bằng

- A. 1,25cm.                      B. 4cm.                      C. 2,5cm.                      D. 5cm.

**Câu 11.** Con lắc lò xo dao động theo phương ngang với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Cứ sau những khoảng thời gian bằng nhau và bằng  $\pi/40$  (s) thì động năng của vật bằng thế năng của lò xo. Con lắc DĐĐH với tần số góc bằng:

- A. 20 rad.s<sup>-1</sup>                      B. 80 rad.s<sup>-1</sup>                      C. 40 rad.s<sup>-1</sup>                      D. 10 rad.s<sup>-1</sup>

**Câu 12.** Một vật dao động điều hoà, cứ sau một khoảng thời gian  $2,5\text{s}$  thì động năng lại bằng thế năng. Tần số dao động của vật là:

- A. 0,1 Hz                      B. 0,05 Hz                      C. 5 Hz                      D. 2 Hz

**Câu 13:** Con lắc lò xo nằm ngang, vật nặng có  $m = 0,3 \text{ kg}$ , dao động điều hòa theo hàm cosin. Gốc thế năng chọn ở vị trí cân bằng, cơ năng của dao động là  $24 \text{ mJ}$ , tại thời điểm  $t$  vận tốc và gia tốc của vật lần lượt là  $20\sqrt{3} \text{ cm/s}$  và  $-400 \text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là

- A. 1cm                      B. 2cm                      C. 3cm                      D. 4cm

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 24 \cdot 10^{-3} \Rightarrow A^2 = \frac{160 \cdot 10^{-3}}{\omega^2} \\ A^2 = \frac{160 \cdot 10^{-3}}{\omega^2} = \frac{v^2}{\omega^4} + \frac{a^2}{\omega^2} \end{cases} \Rightarrow \omega = 20 \Rightarrow A = 2\text{cm}$$

**Câu 14.** Con lắc lò xo nằm ngang, vật nặng có  $m = 0,3 \text{ kg}$ , dao động điều hòa theo hàm cosin. Gốc thế năng chọn ở vị trí cân bằng, cơ năng của dao động là  $24 \text{ mJ}$ , tại thời điểm  $t$  vận tốc và gia tốc của vật lần lượt là  $20\sqrt{3} \text{ cm/s}$  và  $-400 \text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là

- A. 1cm                      B. 2cm                      C. 3cm                      D. 4cm

**Cách 1:** Giả sử tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x$ :  $v = 20\sqrt{3} \text{ cm/s} = 0,2\sqrt{3} \text{ m/s}$ ,  $a = -4\text{m/s}^2$

$$\text{Cơ năng dao động : } W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega^2 A^2 = \frac{2W}{m} = 0,16 \quad (1)$$

$$\text{và } \frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{a^2}{\omega^4 A^2} = 1 \quad (2)$$

$$\text{Thế số vào (2) Ta có: } \frac{(0,2\sqrt{3})^2}{0,16} + \frac{4^2}{0,16\omega^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{100}{\omega^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{100}{\omega^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \omega = 20\text{rad/s}$$

$$\text{Và ta có: } W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

$$\text{Thế số: } A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \frac{1}{20} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,024}{0,3}} = \frac{1}{20} \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{20 \cdot 5} = 0,02\text{m} \text{ Vậy } A = 2\text{cm}$$

**Cách 2:** Giả sử tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x$ :  $v = 20\sqrt{3} \text{ cm/s} = 0,2\sqrt{3} \text{ m/s}$ ,  $a = -4\text{m/s}^2$

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{4}{x} \quad (1)$$

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = x^2 + \frac{v^2 x}{4} = x^2 + 0,03x \quad (2)$$

Cơ năng dao động :  $W_0 = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega^2 A^2 = \frac{2W_0}{m}$  (3)

Thế (1) và (2) vào (3) ta được:  $\frac{4}{x}(x^2 + 0,03x) = \frac{2W_0}{m} \Rightarrow 4x + 0,12 = \frac{2W_0}{m} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{0,3} = 0,16$   
 $\Rightarrow x = 0,01(m) \Rightarrow A^2 = x^2 + 0,03x = 0,0004 \Rightarrow A = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$ . **Chọn B**

**Câu 15\_(CD-2009)** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục tọa độ nằm ngang Ox với chu kì T, vị trí cân bằng và mốc thế năng ở gốc tọa độ. Tính từ lúc vật có li độ dương lớn nhất, thời điểm đầu tiên mà động năng và thế năng của vật bằng nhau là

A.T/4.

B.T/8.

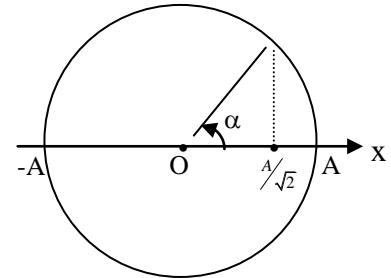
C.T/12.

D.T/6.

**Giải:**  $W = 2W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

Thời điểm đầu tiên từ  $x = A$  đến  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$  ứng với

$$\alpha = \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow t = \frac{T}{8}$$



**Câu 16.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng 10N/m, vật có khối lượng 25g, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Ban đầu người ta nâng vật lên sao cho lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động, chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu dao động, trục ox thẳng đứng chiều dương hướng xuống. Động năng và thế năng của vật bằng nhau vào những thời điểm là:

A.  $t = \frac{3\pi}{80} + \frac{k\pi}{40} \text{ s}$ .

B.  $t = \frac{3\pi}{80} + \frac{k\pi}{20} \text{ s}$ .

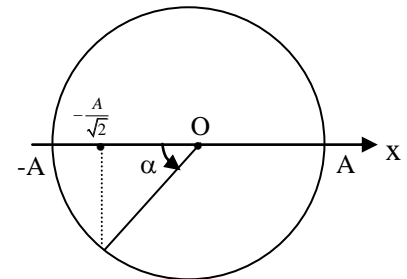
C.  $t = -\frac{\pi}{80} + \frac{k\pi}{40} \text{ s}$ .

D. Một đáp số khác.

**Giải:**  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$        $A = \Delta l = \frac{mg}{k} = 2,5\text{cm}$

$t = 0 : x = -A ;$        $W = 2W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

Vị trí thứ nhất :  $x = -\frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow t = \frac{T}{8}$ . Các thời điểm :  $t = \frac{T}{8} + k\frac{T}{4} \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{80} + \frac{k\pi}{40} \text{ (s)}$



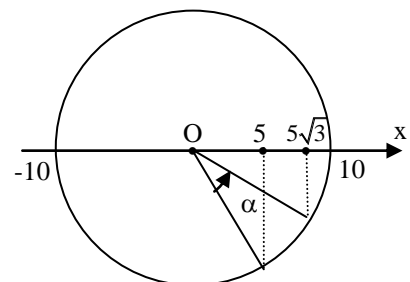
**Câu 17 (ĐH – 2011) :** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2 s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng 1/3 lần thế năng là

A. 26,12 cm/s.      B. 7,32 cm/s.      C. 14,64 cm/s.      D. 21,96 cm/s.

**Giải:**  $W = 4W_{t1} \Rightarrow x_1 = \pm \frac{A}{2} = \pm 5\text{cm}$

$W = \frac{4}{3}W_{t2} \Rightarrow x_2 = \pm \frac{\sqrt{3}A}{2} = \pm 5\sqrt{3}\text{cm}$

$t_{\min} : \text{từ } x_1 = 5\text{cm đến } x_2 = 5\sqrt{3}\text{cm}$



$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow t = \frac{1}{6}s ; \quad v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{5\sqrt{3}-5}{1/6} = 21,96(cm/s)$$

**Câu 18:** Vật dao động điều hòa có  $v_{\max} = 3\text{ m/s}$  và gia tốc cực đại bằng  $a_{\max} = 30\pi\text{ (m/s}^2\text{)}$ . Thời điểm ban đầu vật có vận tốc  $v = +1,5\text{ m/s}$  và thế năng đang tăng. Trong các thời điểm sau, thời điểm vật có gia tốc bằng  $a = +15\pi\text{ (m/s}^2\text{)}$  là

A. 0,15 s

B. 0,20 s

C. 0,183 s

D. 0,05 s

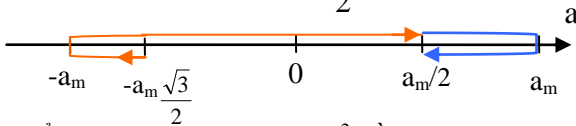
**GIẢI :**

\*  $\omega = a_{\max}/v_{\max} = 10\pi$  ;  $T = 0,2\text{ s}$

\* Vì  $a$  và  $v$  vuông pha :  $\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1 \Rightarrow |a| = a_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2}$

\* Thời điểm ban đầu :  $v > 0$  và thế năng tăng  $\Rightarrow |x|$  tăng  $\Rightarrow$  như hình vẽ

Ta có  $x > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -a_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2}$  và  $|a|$  tăng



\* Thời điểm vật có  $a = +15\pi\text{ (m/s}^2\text{)}$  lần 1 :  $t_1 = T/12 + T/4 + T/12 \Rightarrow$  không có đáp án.

\* Thời điểm vật có  $a = +15\pi\text{ (m/s}^2\text{)}$  lần 2 :  $t_1 = T/12 + T/2 + T/6 = 0,15\text{ s}$

### Dạng 4: Con lắc lò xo trong điện trường

B<sub>1</sub>: Tóm tắt đề: Đề cho gì?, hỏi gì? Và đổi các đơn vị sang các đơn vị hợp pháp

B<sub>2</sub> : Xác lập mối quan hệ giữa các đại lượng cho và đại lượng tìm thông qua các công thức:

a) **Lực điện trường:**  $F = qE$ . Nếu  $q > 0$  thì  $F$  cùng chiều với  $E$ .

Nếu  $q < 0$  thì  $F$  ngược chiều với  $E$ .

b) **Chú ý:** Ta phải biết chiều của Lực điện trường liên hệ với trục của lò xo.

B<sub>3</sub> : Suy ra biểu thức xác định đại lượng tìm theo các đại lượng cho và các dữ kiện.

B<sub>4</sub>: Thực hiện tính toán để xác định giá trị đại lượng tìm và lựa chọn câu trả lời đúng

### CÁC VÍ DỤ MINH HỌA:

**Câu 1:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện  $q = 20\text{ }\mu\text{C}$  và lò xo có độ cứng  $k = 10\text{ N/m}$ . Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn nhẵn thì xuất hiện tức thời một điện trường đều trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động trên một đoạn thẳng dài 4 cm. Độ lớn cường độ điện trường  $E$  là  
A.  $2 \cdot 10^4\text{ V/m}$ . B.  $2,5 \cdot 10^4\text{ V/m}$ . C.  $1,5 \cdot 10^4\text{ V/m}$ . D.  $10^4\text{ V/m}$ .

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Vì chiều dài đoạn thẳng dao động là 4cm. suy ra biên độ  $A = 2\text{ cm}$ .

Khi vật m dao động hợp của lực điện trường và lực đàn hồi gây gia tốc  $a$  cho vật.

Tại vị trí biên, vật có gia tốc max.

Khi đó ta có:  $F_{dh} - F_d = m \cdot a_{\max}$ .

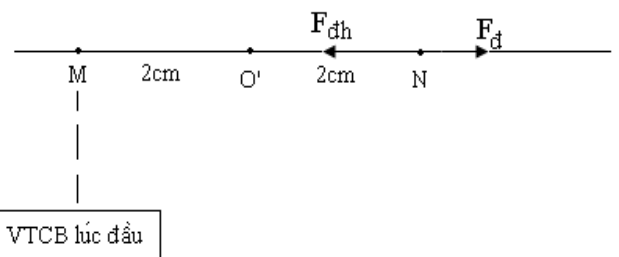
Tại M lò xo không biến dạng, tại N lò xo giãn 2A nên:

$$\Leftrightarrow k \cdot 2A - qE = m \cdot \omega^2 \cdot A = m \cdot \frac{k}{m} \cdot A$$

$$\Leftrightarrow qE = kA. \text{ Suy ra } E = 10^4\text{ V/m. Chọn D}$$

Cách 2:

Vì chiều dài đoạn thẳng dao động là 4cm. suy ra biên độ  $A = 2\text{ cm}$ .



Tại VTCB:  $F_{dh} = F_d \Rightarrow k\Delta l = qE \Rightarrow E = \frac{k\Delta l}{q}$

Mà  $A = \Delta l \Rightarrow E = \frac{10.2.10^{-2}}{20.10^{-6}} = 10^4 (V/m)$ . Chọn D

**Câu 2:** Con lắc lò xo dao động theo phương ngang không ma sát có  $k=100N/m$ ,  $m=1kg$ . Khi đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương với tốc độ  $v_0=40\sqrt{3} cm/s$  thì xuất hiện điện trường đều có độ lớn cường độ điện trường là  $2.10^4 V/m$  và  $\vec{E}$  cùng chiều dương Ox. Biết điện tích của quả cầu là  $q=200\mu C$ . Tính cơ năng của con lắc sau khi có điện trường.

- A. 0,32(J)      B. 0,032(J)      C. 3,2(J)      D. 32(J)

**Hướng dẫn giải:** Vị trí cân bằng mới  $O'$  có lực đàn hồi  $\vec{F}_{dh}'$  cân bằng với lực điện trường  $\vec{F}_E$ .

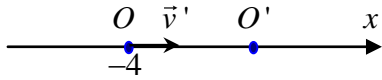
$$F_{dh}' = F_E \Leftrightarrow k\Delta l' = |q|E \Rightarrow \Delta l' = \frac{|q|E}{k} = 0,04m = 4cm$$

**Cách 1:**

Trong hệ quy chiếu mới có gốc tọa độ  $O'$  là vị trí cân bằng mới, theo dữ kiện lúc đầu:

$$x' = 4cm, v' = v_0 = 40\sqrt{3} cm/s \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10(rad/s)$$

Biên độ dao động mới là  $A'$ :  $A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v'^2}{\omega^2}} = 8cm$



Cơ năng lúc sau khi có điện trường là:  $W' = \frac{kA'^2}{2} = \frac{100.0,08^2}{2} = 0,32(J)$ . Chọn A

**Cách 2:** Theo năng lượng: Năng lượng ban đầu là  $W_0$ . Khi đi từ O đến  $O'$  thì lực điện trường thực hiện công dương ( $A_E > 0$ ) có lực đàn hồi của lò xo thực hiện công âm ( $A_{dh} < 0$ )

Năng lượng lúc sau là:

$$W = W_0 + A_E - |A_{dh}| = \frac{mv_0^2}{2} + q.E.\Delta l' - \frac{k.\Delta l'^2}{2} = 0,32(J). \text{ Chọn A}$$

#### Bài tập tự luyện dạng 4:

**Câu 3:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện  $q=20\mu C$  và lò xo có độ cứng  $k=10N.m^{-1}$ . Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện, trên mặt bàn ngang nhẵn, thì xuất hiện tức thời một điện trường đều  $E$  trong không gian bao quanh có hướng dọc theo trục lò xo. Sau đó con lắc dao động trên một đoạn thẳng dài 8,0cm. Độ lớn cường độ điện trường  $E$  là.

- A.  $2,5.10^4 V.m^{-1}$       B.  $4,0.10^4 V.m^{-1}$       C.  $3,0.10^4 V.m^{-1}$       D.  $2,0.10^4 V.m^{-1}$

**Câu 4:** Con lắc gồm lò xo có độ cứng  $k = 100N/m$ ; vật nặng có khối lượng  $m = 200g$  và điện tích  $q = 100\mu C$ . Ban đầu vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5cm$  theo phương thẳng đứng. Khi vật đi qua vị trí cân bằng người ta thiết lập một điện trường đều thẳng đứng, hướng lên có cường độ  $E = 0,12MV/m$ . Tìm biên độ dao động lúc sau của vật trong điện trường.

- A. 7cm      B. 18cm      C. 12,5cm      D. 13cm

**Câu 5:** Một con lắc lò xo được đặt nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 50 N/m$  và vật nặng khối lượng  $m = 200 g$ . Khi vật đang ở vị trí cân bằng thì tác dụng một lực  $\vec{F}$  không đổi dọc theo trục của lò xo và có độ lớn là 2 N trong khoảng thời gian 0,1 s. Bỏ qua mọi ma sát, lấy  $g = 10 m/s^2$ ;  $\pi^2 = 10$ . Xác định tốc độ cực đại của vật sau khi lực  $\vec{F}$  ngừng tác dụng?

- A.  $20\pi cm/s$ .      B.  $20\pi\sqrt{2} cm/s$ .      C.  $25\pi cm/s$ .      D.  $40\pi cm/s$ .

**Hướng dẫn giải:**

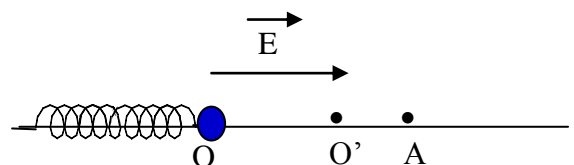
**Câu 3.**

Gọi O và  $O'$  là vị trí cân bằng cũ và mới của con lắc lò xo

$$k.OO' = qE \Rightarrow OO' = \frac{qE}{k}$$

Con lắc dao động quanh  $O'$  với biên độ  $A = OO' = 4cm$

$$\frac{qE}{k} = A \Rightarrow E = \frac{kA}{q} = \frac{20.0,04}{2.10^{-5}} = 4.10^4 V/m. \text{ Chọn B}$$



**Câu 4:**

+ Vận tốc ngay trước khi có điện trường là:  $v_0 = \omega A = 50\sqrt{5}$  (cm/s).

+ Khi có điện trường hướng lên thì lực điện làm lệch vị trí cân bằng một đoạn cũng là li độ ứng với vận tốc  $v_0$ .

$$x = \frac{F_d}{k} = \frac{qE}{k} = 0,12m = 12cm.$$

+ Biên độ sau đó là:  $A' = \sqrt{x^2 + v_0^2} = 13cm$

### Câu 5:

Gọi O là vị trí lò xo không bị biến dạng,  $O_1$  là vị trí cân bằng khi có lực F tác dụng

Biên độ dao động khi có lực tác dụng F là  $A = OO_1$

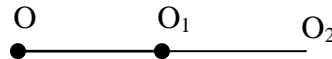
Biên độ A được tính: ĐK cân bằng  $kA = F \rightarrow A = \frac{F}{k} = \frac{2}{50} = 0,04m = 4cm$

$$\text{Chu kỳ con lắc } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,4s$$

Sau 0,1s tương ứng là  $T/4$  vì vật m từ vị trí biên trái O chuyển động sau  $T/4$  sẽ về tới vị trí biên phải  $O_1$ , vận tốc lúc này là  $v = \omega A$ , tới vị trí này ngừng lực tác dụng thì vị trí cân bằng mới của con lắc là vị trí O. Biên độ dao động mới là:

$$A' = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{A^2 + \frac{(\omega A)^2}{\omega^2}} = A\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Tốc độ cực đại: } v_{\max} = \omega A' = \sqrt{\frac{k}{m}} A' = 20\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$$



**Câu 6:** Một vật nặng có khối lượng m, điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-5}C$  được gắn vào lò có độ cứng  $k = 10N/m$  tạo thành con lắc lò xo nằm ngang. Điện tích của con lắc trong quá trình dao động không thay đổi, bỏ qua mọi ma sát. Kích thích cho con lắc dao động với biên độ 5cm. Tại thời điểm vật nặng qua vị trí cân bằng và có vận tốc hướng ra xa điểm treo lò xo, người ta bật điện trường đều có cường độ  $E = 10^4 V/m$  cùng hướng với vận tốc của vật. Khi đó biên độ mới của con lắc lò xo là:

A.  $10\sqrt{2}$  cm. B.  $5\sqrt{2}$  cm. C. 5 cm.

**Giải:** Gọi O và  $O'$  là vị trí cân bằng cũ và mới của con lắc lò xo

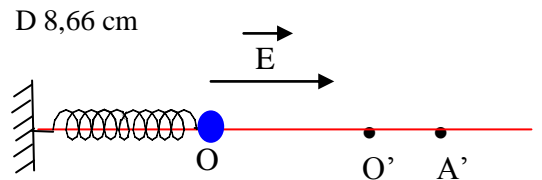
$$k \cdot OO' = qE \Rightarrow OO' = qE/k = 0,05m = 5 \text{ cm} = A$$

Con lắc mới dao động quanh  $O'$

Năng lượng của con lắc tại  $O'$

$$W = \frac{kA^2}{2} + qEA \quad \text{Với } qEA \text{ là công của lực điện sinh ra khi làm vật m chuyển động từ O đến } O'$$

$$W = \frac{kA'^2}{2} \Rightarrow \frac{kA'^2}{2} = \frac{kA^2}{2} + qEA \Rightarrow A'^2 = A^2 + 2qEA/k = 50 \Rightarrow A' = 5\sqrt{2} \text{ cm. Chọn đáp án B}$$



**Câu 7.** Con lắc lò xo nằm ngang, gồm lò xo có độ cứng  $k=100N/m$ , vật nặng khối lượng 100g, được tích điện  $q = 2 \cdot 10^{-5}C$

(cách điện với lò xo, lò xo không tích điện). Hệ được đặt trong điện

trường đều có  $\vec{E}$  nằm ngang ( $E=10^5 V/m$ ) (hv). Bỏ qua mọi ma sát,

lấy  $\pi^2=10$ . Ban đầu kéo lò xo đến vị trí giãn 6cm rồi buông cho nó dao động điều hòa ( $t=0$ ). Xác định thời điểm vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ 2013?

A. 201,30s.

B. 402,46 s.

C. 201,27s.

D. 402,50s

**Giải:**

Chu kỳ  $T = 0,2s$ .

Vật m tích điện  $q>0$  dao động ngang

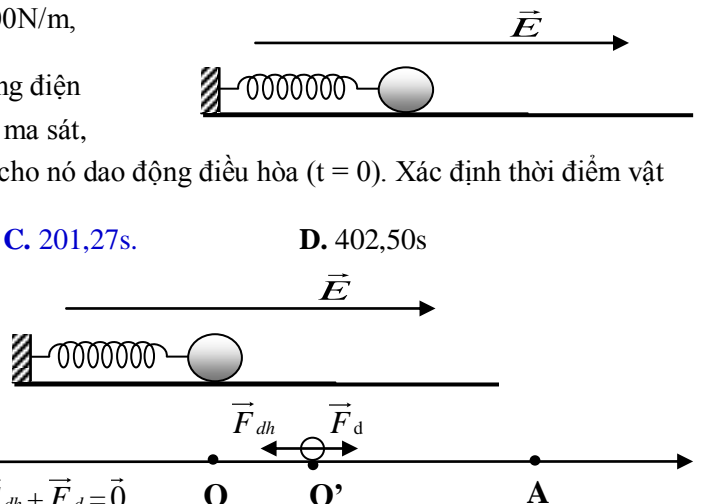
trong điện trường chịu thêm  $\vec{F}_d$  không đổi giống trường hợp treo thẳng đứng.

P/t ĐL II niu tơn cho vật m khi cân bằng ở VTCB mới  $O'$ :  $\vec{F}_{dh} + \vec{F}_d = \vec{0}$ .

Chiều lên chiều + ta có:  $-F_{dh} + F_d = 0$

$$\Leftrightarrow F_d = F_{dh} \Leftrightarrow qE = kOO' \Leftrightarrow OO' = qE/k = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 / 100 = 0,02m = 2cm$$

Theo g/t ta có  $OA = 6cm \rightarrow O'A = 6 - 2 = 4cm$



→ Biên độ dao động của vật trên trục O'x là  $A' = O'A = 4\text{cm}$  (vì buông  $v = 0$ )

Thời điểm vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ nhất là vị trí O (có li độ  $-2\text{cm}$ ) so với O' là  $t_1 = T/4 + T/12 = T/3 = 2/30\text{s}$ . Thời điểm vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ 2013 là  $t_{2013} = 1006T + T/3 = 1006.0,2 + 2/30 \approx 201,27\text{s}$ . Chọn C

**Câu 8.** Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ  $m$  mang điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-5} \text{ (C)}$  và lò xo có độ cứng  $k = 10\text{N/m}$ , dao động điều hòa với biên độ  $5\text{cm}$  trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Tại thời điểm quả cầu đi qua vị trí cân bằng và có vận tốc hướng ra xa điểm gắn lò xo với giá nằm ngang, người ta bật một điện trường đều có cường độ  $E = 10^4 \text{ V/m}$ , cùng hướng với vận tốc của vật. Tỉ số tốc độ dao động cực đại của quả cầu sau khi có điện trường và tốc độ dao động cực đại của quả cầu trước khi có điện trường bằng

- A. 2.                      B.  $\sqrt{3}$ .                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D. 3.

**Giải:** Tốc độ tại vị trí cân bằng cũ là:  $v = \omega A$

Vị trí cân bằng mới cách VTCB cũ một đoạn:  $x = qE/k = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 / 10 = 5\text{cm}$

$$\text{Biên độ mới: } A' = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 5\sqrt{2} \text{ cm}; \text{ Tỉ số cần tính: } \frac{v'}{v} = \frac{A'}{A} = \sqrt{2}$$

**Câu 9.** Một con lắc lò xo nằm ngang trên mặt bàn nhẵn cách điện gồm vật nặng tích điện  $q = 100\mu\text{C}$ , lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ . trong một điện trường đều  $E$  có hướng dọc theo trục lò xo theo chiều lò xo giãn Từ VTCB kéo vật một đoạn  $6\text{cm}$  rồi thả nhẹ, vật dao động điều hòa, Tốc độ khi qua VTCN là  $1,2 \text{ m/s}$ . Độ lớn cường độ điện trường  $E$  là  $2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Thời điểm vật qua vị trí có  $F_{dh} = 0,5\text{N}$  lần thứ 2 là.

- A.  $\pi/10 \text{ (s)}$                       B.  $\pi/30 \text{ (s)}$                       C.  $\pi/20 \text{ (s)}$                       D.  $\pi/5 \text{ (s)}$

**Giải:** Tại VTCB lò xo giãn  $\Delta l_o = \frac{qE}{k} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,5\text{cm}$

Vậy khi  $F_{dh} = 0,5\text{N} \Rightarrow |\Delta l| = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,5\text{cm}$  khi đó vật có li độ là  $x = -3\text{cm}$  và  $x = -2\text{cm}$

Thời điểm ban đầu của vật là  $t = 0$  khi ở VTCB  $x = A = 6\text{cm}$  nên vật qua VT lò xo giãn lần 2 tại VT  $x = -3\text{cm}$ . khi đó

góc quét là  $2\pi/3$  và thời điểm là  $t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{2\pi}{3 \cdot 20} = \frac{\pi}{30} \text{ (s)}$ . Chọn B

**Câu 10:** Con lắc gồm lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ ; vật nặng có khối lượng  $m = 200\text{g}$  và điện tích  $q = 100\mu\text{C}$ . Ban đầu vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5\text{cm}$  theo phương thẳng đứng. Khi vật đi qua vị trí cân bằng người ta thiết lập một điện trường đều thẳng đứng, hướng lên có cường độ  $E = 0,12\text{MV/m}$ . Tìm biên dao động lúc sau của vật trong điện trường.

- A.  $7\text{cm}$                       B.  $18\text{cm}$                       C.  $12,5\text{cm}$                       D.  $13\text{cm}$

**Giải:**

\* vận tốc của vật ở VT cân bằng O khi chưa có điện trường :

$$v_0 = \omega A = \sqrt{\frac{100}{0,2}} \cdot 0,05 = 0,5\sqrt{5} \text{ (m/s)}$$

\* Khi có điện trường đều thẳng đứng, hướng lên  $\Rightarrow$  có thêm lực điện  $F$  hướng lên tác dụng vào vật làm VTCB mới của vật dời đến vị trí O'. Tại O' ta có :

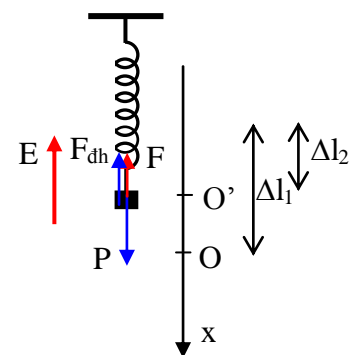
$$F_{dh} + F = P \Rightarrow k \cdot \Delta l_2 + qE = mg \Rightarrow \Delta l_2 = mg/k - qE/k = \Delta l_1 - x_0$$

$$\Rightarrow x_0 = qE/k = 0,12\text{m}$$

\* Như vậy khi vật đang ở O vật có vận tốc  $v_0$  và li độ  $x_0$  nên :

$$A'^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \Rightarrow A' = 0,13\text{m}$$

**ĐÁP ÁN D**



**Câu 11 :** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật  $m = 100\text{g}$  nối với lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , đầu kia lò xo gắn vào điểm cố định. Từ vị trí cân bằng đẩy vật sao cho lò xo nén  $2\sqrt{3} \text{ cm}$  rồi buông nhẹ. Khi vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên thì tác dụng lên vật lực  $\vec{F}$  không đổi cùng chiều vận tốc có độ lớn  $F = 2\text{N}$ . Khi đó vật dao động điều hòa với biên độ  $A_1$ . Sau thời gian  $1/30\text{s}$  kể từ khi tác dụng lực  $\vec{F}$ , ngừng tác dụng lực  $\vec{F}$ . Khi đó vật dao động điều hòa với biên độ  $A_2$ . Biết trong quá trình sau đó lò xo luôn nằm trong giới hạn đàn hồi. Bỏ qua ma sát giữa vật và sàn. Tỉ số

$\frac{A_2}{A_1}$  bằng



A.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B.2

C.  $\sqrt{14}$ .

D.  $2\sqrt{7}$

**Giải:**

\*  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi$ ;  $T = \frac{1}{5}$  s

\* Sau khi buông vật, vật qua VTCB với vận tốc :

$V_0 = \omega A = 10\pi \cdot 2\sqrt{3} = 20\pi\sqrt{3}$  cm/s

\* tác dụng lên vật lực  $\vec{F}$ , VTCB mới của vật là  $O'$  (là nơi  $F$  và  $F_{dh}$  cân bằng) :

$kx_0 = F \Rightarrow x_0 = 0,02\text{m} = 2\text{cm} = 00'$

\* Với trục toạ độ  $Ox'$ , gốc toạ độ  $O'$ , vật ở VT 0 có :  $\begin{cases} x_0 = -2\text{cm} \\ v_0 = 20\pi\sqrt{3}\text{cm/s} \end{cases}$

+ biên độ  $A_1$  :  $A_1^2 = x_0^2 + v_0^2/\omega^2 = 16 \Rightarrow A_1 = 4\text{cm}$

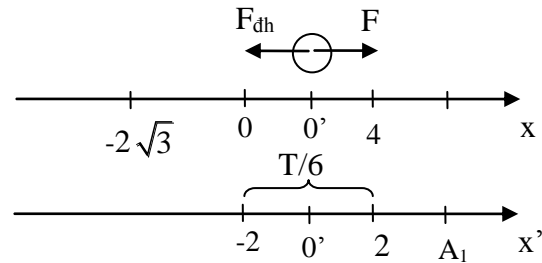
+ Sau thời gian  $1/30\text{s} = T/6 \Rightarrow$  vật tới li độ  $x' = A_1/2 = 2\text{cm}$

và có vận tốc :  $v_1^2 = \omega^2(A_1^2 - x'^2) \Rightarrow v_1 = 20\pi\sqrt{3}$  cm/s

\* ngừng tác dụng lực  $\vec{F}$ , vật lại có VTCB: 0

+ Ngay tại thời điểm  $1/30\text{s} = T/6$  vật có  $\begin{cases} x_1 = 2 + 2 = 4(\text{cm}) \\ v_1 = 20\pi\sqrt{3}(\text{cm/s}) \end{cases}$

+ biên độ  $A_2$  :  $A_2^2 = x_1^2 + v_1^2/\omega^2 = 28 \Rightarrow A_2 = 2\sqrt{7}\text{cm}$



### **Dạng 5: ĐỘ CỨNG THAY ĐỔI**

**Câu 1:** Cho một con lắc lò xo gồm lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0$ , và vật nặng dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $A$ . Khi chiều dài của lò xo là  $l_0 + A/2$ , người ta giữ chặt lò xo tại trung điểm của lò xo. Biên độ  $A'$  của một con lắc lò xo bây giờ là:

A.  $A/3$ .

B.  $\frac{A\sqrt{7}}{2}$ .

C.  $\frac{A\sqrt{7}}{4}$ .

D.  $\frac{7A}{8}$ .

**Giải:** Tại vị trí  $x = A/2$  ta có:  $W_t = W/4$ ;  $W_d = 3W/4$ .

Khi một nửa lò xo bị giữ chặt, thế năng của hệ là  $W_t' = W/8$ .

Cơ năng lúc sau:  $W' = 3W/4 + W/8 = 7W/8$ .

$\frac{1}{2} k' A'^2 = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2} k A^2$ . vì:  $k' = 2k$  nên:  $A' = \frac{A\sqrt{7}}{4}$ . Chọn C.

**Câu 2.** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k$ , chiều dài  $l$ , một đầu gắn cố định, một đầu gắn vào vật có khối lượng  $m$ . Kích thích cho lò xo dao động điều hòa với biên độ  $A = \frac{l}{2}$  trên mặt phẳng ngang không ma sát. Khi lò xo dao động và bị dẫn cực đại, tiến hành giữ chặt lò xo tại vị trí cách vật một đoạn  $l$ , khi đó tốc độ dao động cực đại của vật là:

A.  $\ell\sqrt{\frac{k}{m}}$ .

B.  $\ell\sqrt{\frac{k}{6m}}$ .

C.  $\ell\sqrt{\frac{k}{2m}}$ .

D.  $\ell\sqrt{\frac{k}{3m}}$ .

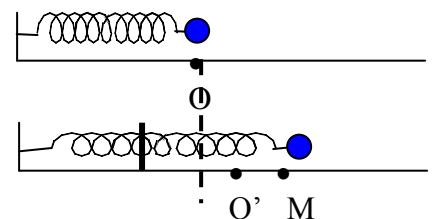
**Giải 1:** Độ dài tự nhiên của phần lò xo sau khi bị giữ  $l' = \frac{2}{3}l$ .

Độ cứng của phần lò xo sau khi giữ là  $k'$ :  $\frac{k'}{k} = \frac{l}{l'} = \frac{3}{2} \Rightarrow k' = \frac{3}{2}k$

Vị trí cân bằng mới cách điểm giữ lò xo  $l'$ , khi đó vật

cách VTCB mới chính là biên độ dao động mới:  $A' = l - \frac{2}{3}l = \frac{1}{3}l$

Tốc độ dao động cực đại của vật tính theo công thức:  $\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{k'A'^2}{2}$





$$\Rightarrow v_{\max} = A' \sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{1}{3} l \sqrt{\frac{3k}{2m}} = l \sqrt{\frac{k}{6m}}. \text{ Chọn B}$$

**Giải 2:** Khi vật ở M lò xo bị giữ tại N

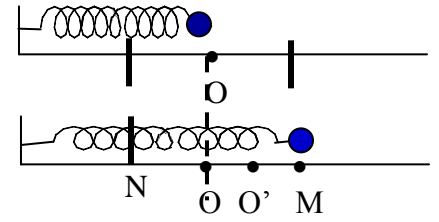
$$\text{Chiều dài tự nhiên của con lắc mới } l' = \frac{2l}{3}$$

$$\text{Độ cứng của con lắc mới } k' = \frac{3k}{2}$$

$$\text{Vị trí cân bằng mới } O' \text{ cách N: } NO' = \frac{2l}{3}$$

Biên độ của dao động mới  $A' = O'M$  . vì lúc này vận tốc của vật bằng 0

$$A' = O'M = MN - O'N = l - \frac{2l}{3} = \frac{l}{3}$$



Gọi v là tốc độ dao động cực đại của vật:  $\frac{mv^2}{2} = \frac{k'A'^2}{2} = \frac{3k}{2} \frac{l^2}{9} \Rightarrow v = l \sqrt{\frac{k}{6m}}. \text{ Chọn B}$

**Câu 3:** Một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với biên độ A. Khi vật nặng chuyển động qua VTCB thì giữ cố định điểm cách điểm cố định một đoạn  $\frac{1}{4}$  chiều dài tự nhiên của lò xo. Vật sẽ tiếp tục dao động với biên độ bằng:

- A.  $A/\sqrt{2}$       B.  $0,5A\sqrt{3}$       C.  $A/2$       D.  $A\sqrt{2}$

**Giải:** Khi vật ở VTCB

$$\text{Cơ năng của con lắc } W = \frac{kA^2}{2}$$

Sau khi giữ cố định điểm M: Con lắc mới vẫn dao động điều hòa quanh O với biên độ  $A'$ , độ cứng của lò xo  $k'$  với độ dài tự nhiên  $l' = 3l/4 \Rightarrow k' = 4k/3$

Theo ĐL bảo toàn năng lượng  $\frac{k'A'^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{4kA'^2}{3 \cdot 2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{3}A}{2} = 0,5\sqrt{3}. \text{ Chọn B}$

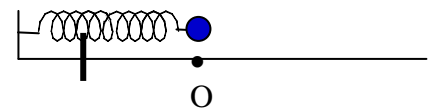
**Câu 4:** Một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với biên độ A. Khi vật nặng chuyển động qua VTCB thì giữ cố định điểm I trên lò xo cách điểm cố định của lò xo một đoạn b thì sau đó vật tiếp tục dao động điều hòa với biên độ  $0,5A\sqrt{3}$ . Chiều dài tự nhiên của lò xo lúc đầu là:

- A.  $4b/3$       B.  $4b$       C.  $2b$       D.  $3b$

**Giải:** Sau khi giữ cố định điểm M: Con lắc mới vẫn dao động điều hòa quanh O với biên độ  $A'$ , độ cứng của lò xo  $k'$

$$\text{với độ dài tự nhiên } l' = l - b \Rightarrow k' = \frac{l}{l-b} k$$

$$\frac{k'A'^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{l}{l-b} k \cdot \frac{A'^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{l}{l-b} k \cdot \frac{3A^2}{4 \cdot 2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \frac{l}{l-b} = \frac{4}{3} \Rightarrow l = 4b. \text{ Chọn B}$$



**Câu 5:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 8cm rồi thả nhẹ khi vật cách vị trí cân bằng 4cm thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo Tính biên độ dao động mới của vật: A  $4\sqrt{2}$  cm      B 4cm      C 6,3 cm      D  $2\sqrt{7}$  cm

**Giải 1:**

\* Tại VT  $x = 4\text{cm}$ :  $A^2 = x^2 + v^2/\omega^2$   
 $\Rightarrow v^2 = \omega^2(8^2 - 4^2) = 48 \text{ k/m}$

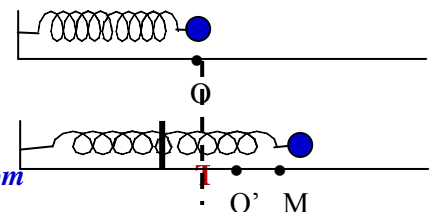
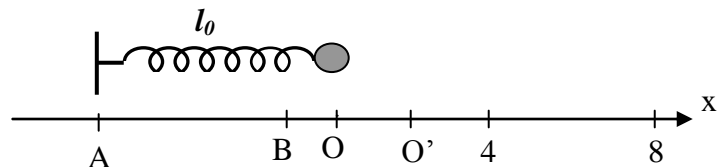
\* Điểm chính giữa của lò xo bị giữ lại là B:

$$AB = (l_0 + 4)/2 = l_0/2 + 2$$

\* VTCB mới của con lắc là  $O'$ :  $OO' = AB + BO' - AO = AB + l_0/2 - l_0 = 2 \text{ cm}$  ;

$$\omega'^2 = k'/m = 2k/m$$

\* Ngay khi đó con lắc có:  $x' = 2\text{cm}$  và  $v^2 = 48 \text{ k/m}$



$$\Rightarrow A'^2 = x'^2 + v^2/\omega'^2 = 4 + \frac{48k/m}{2k/m} \Rightarrow A' = 2\sqrt{7} \text{ cm} \quad \text{Chọn D}$$

**Giải 2 :** Vận tốc của vật lúc giữ cố định điểm chính giữa của lò xo

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{1}{4} \frac{kA^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA^2}{2}$$

Khi đó độ dài của lò xo ( vật ở M)

$$l = l_0 + \frac{A}{2} = l_0 + 4 \text{ (cm)} \quad l_0 \text{ là độ dài tự nhiên của lò xo.}$$

Vị trí cân bằng mới O' cách điểm giữ một đoạn  $\frac{l_0}{2}$ ; Độ cứng của phần lò còn lại  $k' = 2k$

$$\text{Tọa độ của vật khi đó cách vị trí cân bằng mới: } x_0 = MO' = \frac{l_0 + 4}{2} - \frac{l_0}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Biên độ dao động mới của vật: } A'^2 = x_0^2 + \frac{v^2}{\omega'^2} = x_0^2 + \frac{v^2 m}{k'} = x_0^2 + \frac{v^2 m}{2k} \quad x_0^2 + \frac{3}{4} \frac{A^2}{2}$$

$$A'^2 = 2^2 + \frac{3}{8} 8^2 = 28 \Rightarrow A' = 2\sqrt{7} \text{ (cm). Đáp án D}$$

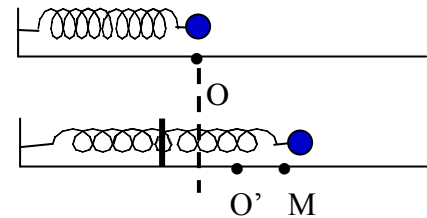
**Câu 6.** Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc lò xo giãn nhiều nhất thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo khi đó con lắc dao động với biên độ A'. Tỉ số A'/A bằng:

- A.  $\sqrt{2}/2$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\sqrt{3}/2$       D. 1

**Giải 1.** Tại biên dương A vận tốc vận bằng 0. Khi đó giữ cố định điểm chính giữa thì  $k'=2k$ . Vật dao động xung quanh vị trí cân bằng mới O' cách biên dương A một đoạn x.

$$\text{Ta có: } x = \frac{1}{2}(l_0 + A) - \frac{1}{2}l_0 = \frac{A}{2}$$

$$\text{Khi đó } A' = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega'}\right)^2} = |x| = \frac{A}{2}. \text{ Phương án B.}$$



bạn có thể hiểu đơn giản như sau :

Khi vật ở vị trí biên thì Cơ năng là thế năng của lò xo (cực đại) như vậy khi cố định thì  $\frac{1}{2}$  năng lượng đã biến mất. Khi đó Biên độ thay đổi và độ cứng cũng thay đổi

$$\frac{1}{2} 2k.A'^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} kA^2 \quad \text{Do đó: } A'/A = \frac{1}{2}$$

**Giải 2.** Vật ở M, cách VTCB mới O'

Gọi  $l_0$  là độ dài tự nhiên của lò xo.

Vị trí cân bằng mới của con lắc

lò xo sau khi bị giữ cách điểm giữ

$$\text{một đoạn } \frac{l_0}{2}. \text{ Do đó } O'M = A' = \frac{l_0 + A}{2} - \frac{l_0}{2} = \frac{A}{2} \Rightarrow A' = \frac{A}{2}$$

Khi lò xo giãn nhiều nhất thì vật ở biên, động năng bằng 0. Nếu giữ chính giữa lò xo thì cơ năng của hệ giảm đi một nửa, đồng thời độ cứng của lò xo tăng gấp đôi nên ta có:

$$\frac{1}{2} 2k.A'^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} kA^2 \quad \text{Do đó: } A'/A = \frac{1}{2}$$

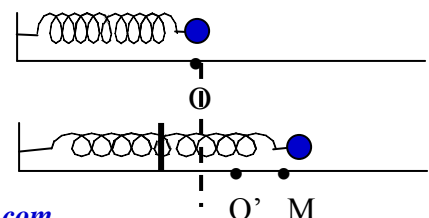
**Câu 7.** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hoà với chu kì T, biên độ 8cm, khi vật qua vị trí  $x = 2 \text{ cm}$  thì người ta giữ cố định một điểm trên lò xo sao cho phần lò xo không tham gia vào sự dao động của vật bằng  $\frac{2}{3}$  chiều dài lò xo ban đầu. Kể từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ bằng bao nhiêu ?

**Giải:** Khi vật qua vị trí  $x = 2 \text{ cm}$  vật có động năng

$$W_d = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{k(A^2 - x^2)}{2}$$

Khi đó chiều dài của lò xo  $l = l_0 + 2 \text{ --->}$ .

VTCB mới của con lắc lò xo là O' cách M



$$x_0 = O'M = \frac{1}{3}(l_0 + 2) - \frac{l_0}{3} = \frac{2}{3} \text{ (cm)} \quad (l_0 \text{ độ dài tự nhiên của lò xo ban đầu})$$

Độ cứng phần lò xo tham gia dao động điều hòa  $k' = 3k$

Thế năng của con lắc lò xo mới ở M  $W_t = \frac{k'x_0^2}{2}$ ;

Theo ĐL bảo toàn năng lượng ta có:  $W = W_{đ} + W_t$  hay  $\frac{k'A'^2}{2} = \frac{k(A^2 - x^2)}{2} + \frac{k'x_0^2}{2}$

$$\frac{3kA'^2}{2} = \frac{k(A^2 - x^2)}{2} + \frac{3kx_0^2}{2} \Rightarrow A'^2 = \frac{k(A^2 - x^2)}{3k \cdot 2} + x_0^2 \Rightarrow A'^2 = \frac{(A^2 - x^2)}{6} + x_0^2$$

$$\Rightarrow A'^2 = 10 + \frac{4}{9} = \frac{94}{9} \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{94}}{3} = 3,23 \text{ (cm)}$$

**Câu 8:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Khi vật đi qua vị trí cân bằng người ta giữ chặt lò xo ở vị trí cách điểm treo của lò xo một đoạn bằng  $3/4$  chiều dài của lò xo lúc đó. Biên độ dao động của vật sau đó bằng

- A.  $2A$ .      B.  $A\sqrt{2}$ .      C.  $A/2$ .      D.  $A$ .

GIẢI :

\* Ban đầu :  $\Delta l = mg/k$

Khi vật ở VTCB chiều dài lò xo là :  $l_0 + \Delta l$

\* Khi 1 điểm trên lò xo bị giữ lại :

+ chiều dài lò xo còn lại khi đó :  $l' = l_0/4 + \Delta l/4$

+ chiều dài tự nhiên của lò xo còn gắn với vật là :

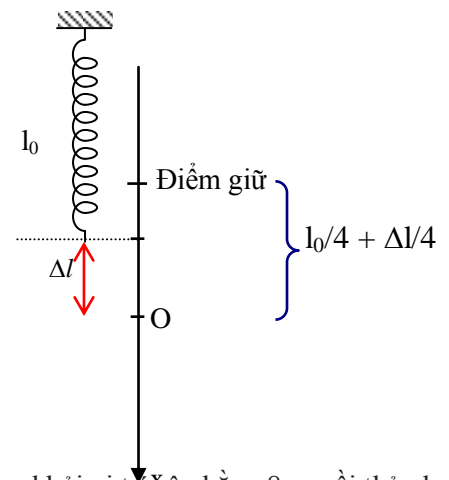
$$l_0' = l_0/4 \Rightarrow k' = 4k \Rightarrow w' = 2w$$

+  $\Delta l' = mg/k' = \Delta l/4 \Rightarrow$  chiều dài lò xo ở VTCB :

$$l_{cb} = l_0' + \Delta l' = l_0/4 + \Delta l/4 = l'$$

$\Rightarrow$  VTCB của con lắc không thay đổi

+ vận tốc vật khi đó :  $v_{\max} = wA = w'A' \Rightarrow A' = A/2$



**Câu 9:** Con lắc loxo chuyển động nằm ngang.  $K=40\text{N/m}$  và  $m=0.4\text{kg}$ . kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 8cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau khi thả vật thời gian  $7\pi/30\text{s}$  thì đột ngột giữ điểm chính giữa của loxo lại. Biên độ dao động của vật sau khi giữ điểm chính giữa của loxo đó là?

**Giải:**  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\text{rad/s} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\text{s}$

Sau  $t = \frac{7\pi}{30}\text{s} = T + \frac{T}{6}$  thì vật có li độ là  $x = \frac{A}{2}$  tức là lò xo lúc này giãn 4cm và vận tốc của vật là

$$v = v_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}\text{cm/s}. \text{ Vì lò xo bị giữ ở chính giữa nên độ cứng } k' = 2k = 80\text{N/m}$$

Năng lượng của vật :  $W = \frac{1}{2}k'x^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 0,088\text{J}$ . Vậy biên độ mới của vật:  $A' = \sqrt{\frac{2W}{k}} = \frac{\sqrt{22}}{100}m = \sqrt{22}\text{cm}$

## DẠNG 6: BÀI TẬP TỔNG HỢP CON LẮC Lò xo (k,m):

**Câu 1:** Hai chất điểm dao động điều hoà cùng trên trục Ox với cùng gốc tọa độ và cùng mốc thời gian với phương

trình lần lượt là  $x_1 = 4\cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})$  cm và  $x_2 = 4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm. Thời điểm lần thứ 2013 hai

chất điểm gặp nhau là:

- A.  $\frac{18019}{36}$  (s). B.  $\frac{12073}{36}$  (s) C.  $\frac{4025}{4}$  (s) D.  $\frac{8653}{4}$  (s)

Giải: Hai chất điểm gặp nhau:  $x_1 = x_2$

Có hai nghiệm:  $t_1 = 1/4 + k$  ( $k = 0; 1; 2; \dots$ )

$t_2 = 1/36 + k/3$  ( $k = 0; 1; 2; \dots$ )

Gặp nhau lần thứ 2013:  $t_2 = 1/36 + k/3$  với  $k = 1006$ . Tính được  $t = 12073/36$  s. Chọn B.

**Câu 2:** Con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang không ma sát. Khi vật ở vị trí biên ta giữ chặt một phần của lò xo làm cơ năng của vật giảm 10% thì biên độ dao động của vật sẽ:

- A. giảm  $\sqrt{10}$  % B. Tăng  $\sqrt{10}$  % C. Giảm 10% D. Tăng 10%

Giải:

Gọi biên độ dao động và độ cứng của con lắc lò xo lúc đầu là A và k và lúc sau là A' và k'

Khi vật ở vị trí biên lực tác dụng lên vật:

$$F = kA \text{ và } F' = k'A'$$

$$F = F' \Rightarrow kA = k'A' \quad (*)$$

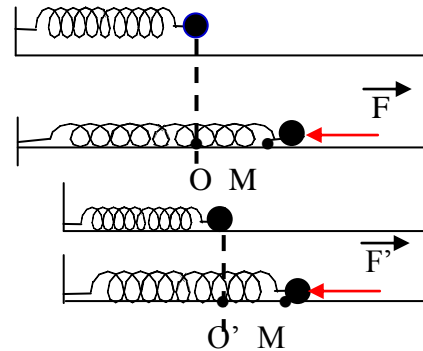
Cơ năng của con lắc lò xo:

$$W = \frac{kA^2}{2} \text{ và } W' = \frac{k'A'^2}{2}$$

$$W' = 0,9W \Rightarrow \frac{k'A'^2}{2} = 0,9 \frac{kA^2}{2}$$

$$0,9kA^2 = k'A'^2 \quad (**)$$

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $A' = 0,9A$  tức là biên độ dao động của vật giảm 10%. Chọn C



**Câu 3:** Hai vật A, B dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200$ g, treo vào 1 lò xo có độ cứng  $k = 50$ N/m. Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30$ cm thì buông nhẹ. Lấy  $g = 10$ m/s<sup>2</sup>. Vật dao động điều hòa đến vị trí lực đàn hồi lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo

- A. 26 B. 24 C. 30 D. 22

Giải: Độ biến dạng ban đầu khi hệ vật ở VTCB là  $\Delta l = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{(0,2 + 0,1)10}{50} = 0,06m = 6cm$

Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30$ cm thì buông nhẹ. Do đó  $A = 6$ cm

Độ biến dạng lúc sau của vật khi vật B tách ra là  $\Delta l' = \frac{m_A g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02m = 2cm$

Chiều dài ngắn nhất của lò xo là  $l = l_0 + \Delta l' - A = 30 + 2 - 6 = 26cm$

**Câu 4.** Treo vào 1 điểm O một đầu lò xo khối lượng không đáng kể độ dài tự nhiên  $l_0 = 30$ cm. Đầu dưới lò xo treo vật M làm lò xo dãn ra 10cm. Bỏ qua mọi lực cản, cho  $g = 10$ m/s<sup>2</sup>. Nâng vật M đến vị trí cách O đoạn 38cm rồi truyền cho vận tốc ban đầu hướng xuống dưới bằng 20cm/s. Chọn trục tọa độ phương thẳng đứng chiều dương đi lên. Viết phương trình dao động của M. Tìm thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ 2?

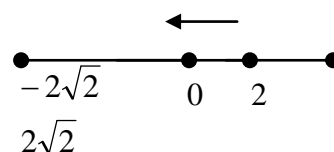
Giải

$$* \Delta l = 10cm; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10rad/s$$

$$\text{Khi } t = 0 \text{ thì } \begin{cases} A \cos \varphi = 2 \\ -\omega A \sin \varphi = -20 \end{cases} \text{ chia vế theo vế ta được } -\omega \tan \varphi = -10 \Leftrightarrow \tan \varphi = 1 = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{4} \\ \varphi = \frac{5\pi}{4} \end{cases} \text{ ta chọn } \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ Suy ra } A = \frac{2}{\cos \frac{\pi}{4}} = 2\sqrt{2}cm$$

$$\text{Vậy } x = 2\sqrt{2} \cos(10t + \frac{\pi}{4})(cm, s)$$



\* Khi  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x = 2 \\ v < 0 \end{cases}$  Khi qua VTCB lần 2 thì  $t = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} = \frac{7T}{12} = \frac{7}{12} \cdot \frac{2\pi}{10} = \frac{7\pi}{60} s$

**Câu 5.** Một con lắc lò xo nằm ngang có vật nhỏ khối lượng  $m$ , dao động điều hoà với biên độ  $A$ . Khi vật đến vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng thì một vật khác  $m'$  (cùng khối lượng với vật  $m$ ) rơi thẳng đứng và dính chặt vào vật  $m$  thì khi đó 2 vật tiếp tục dao động điều hoà với biên độ

A.  $\frac{\sqrt{7}}{2} A$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} A$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{4} A$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2} A$

**Giải :** Khi vật đến vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng tức  $x = \frac{A}{2}$ . Lúc này vận tốc của vật

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

thì va chạm mềm với vật  $m'$ . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang

$$mv = (m + m')v' \rightarrow v' = \frac{mv}{m + m'} = \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{A\sqrt{3}}{4}$$

Áp dụng công thức độc lập  $\frac{v'^2}{\omega^2} + x^2 = A'^2 \rightarrow A' = \sqrt{\frac{v'^2}{\omega^2} + x^2} = \sqrt{\frac{\frac{k}{m} \cdot \frac{3A^2}{16}}{\frac{k}{2m}} + \frac{A^2}{4}} = \sqrt{\frac{6A^2}{16} + \frac{A^2}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{4} A$

**Câu 6.** Hai vật A và B dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200g$ , treo vào một lò xo có độ cứng  $k = 50 N/m$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $L_0 = 30 cm$  thì buông nhẹ. Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B bị tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo.

A. 26 cm,    B. 24 cm.    C. 30 cm.    D. 22 cm

**Giải:** Khi treo 2 vật độ giãn của lò xo:  $\Delta l = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,06m = 6cm$ .

Biên độ dao động của hệ lúc này  $A = 6 cm$

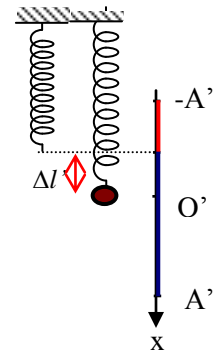
Lực đàn hồi của lò xo lớn nhất khi độ dài của lò xo  $l_{\max} = 36 cm$ .

Khi vật B tách ra hệ dao động điều hoà với vị trí cân bằng mới

$$\Delta l' = \frac{m_A g}{k} = 0,02m = 2cm$$

Biên độ dao động của con lắc lò xo lần sau  $A' = 10cm$ .

Suy ra chiều dài ngắn nhất của lò xo  $l_{\min} = 30 - (10 - 2) = 22cm$ . **Chọn D.**



**Câu 7** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 40 N/m$  đầu trên được giữ cố định còn phía dưới gắn vật  $m$ . Nâng  $m$  lên đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ vật dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ  $2,5cm$ . Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Trong quá trình dao động, trọng lực của  $m$  có công suất tức thời cực đại bằng

A. 0,41W    B. 0,64W    C. 0,5W    D. 0,32W

**Giải:** Công suất tức thời của trọng lực  $P = mgv$  với  $v$  là vận tốc của vật  $m$

$$P_{\max} = mgv_{\max} = mg \cdot \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = gA \sqrt{mk} = gA \sqrt{\frac{kA}{g}} \quad (\text{vì } A = \Delta l)$$

$$\Rightarrow P_{\max} = kA \sqrt{Ag} = 40 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \sqrt{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10} = 0,5W. \quad \text{Đáp án C}$$

**Câu 8:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng đang dao động tự do. Biết khoảng thời gian mỗi lần diễn ra lò xo bị nén và véc tơ vận tốc, gia tốc cùng chiều bằng  $0,05\pi$  (s). Lấy  $g = \pi^2 = 10$ . Vận tốc cực đại bằng

A. 20 cm/s    B.  $\sqrt{2} m/s$     C. 10 cm/s    D.  $10\sqrt{2} cm/s$

**Giải:** Trong dao động điều hoà khoảng thời gian  $t$  diễn ra véc tơ vận tốc và gia tốc cùng chiều ứng với khoảng thời gian vật chuyển động từ biên đến VTCB tức là từ biên âm ( $-A$ ) đến gốc O hoặc từ biên dương A đến gốc O và  $t = \frac{T}{4}$ .

$$\text{Do vậy ta có } \frac{T}{4} = 0,05\pi \Rightarrow T = 0,2\pi \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

Khoảng thời gian lò xo bị nén bằng  $t = \frac{T}{4}$  nên thời gian vật chuyển động từ li độ  $x = -\Delta l$  đến biên

$$x = -A \text{ là } t_1 = t/2 = \frac{T}{8}, \text{ Thời gian vật đi từ gốc tọa độ đến li độ } x = -\Delta l \text{ là } \frac{T}{4} - \frac{T}{8} = \frac{T}{8}$$

$$\text{ nên } \Delta l = \frac{A\sqrt{2}}{2} \text{ với } A \text{ là biên độ của dao động}$$

$$\text{ Mặt khác } \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1\text{m} = 10\text{cm} \Rightarrow \text{Biên độ dao động } A = \frac{2\Delta l}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

Vận tốc cực đại của vật treo  $v = \omega A = 100\sqrt{2} \text{ cm/s} = 1,414 \text{ m/s}$ . **Đáp án B**

**Câu 9:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số góc  $5\pi \text{ rad/s}$  ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ; lấy  $\pi^2 = 10$ . Biết gia tốc cực đại của vật nặng  $a_{\max} > g$ . Trong thời gian một chu kỳ dao động, thời gian lực đàn hồi của lò xo và lực kéo về tác dụng vào vật cùng hướng là  $t_1$ , thời gian 2 lực đó ngược hướng là  $t_2$ . Cho  $t_1 = 5t_2$ . Trong một chu kỳ dao động, thời gian lò xo bị nén là :

- A.  $\frac{1}{15} \text{ s}$       B.  $\frac{2}{3} \text{ s}$       C.  $\frac{2}{15} \text{ s}$       D.  $\frac{1}{30} \text{ s}$

**Giải:** Chu kỳ dao động của con lắc:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,4 \text{ (s)}$ . Xét trong một chu kỳ dao động:

Thời gian lực đàn hồi của lò xo và lực kéo về tác dụng vào vật cùng hướng là tổng thời gian lò xo bị nén  $t_n$  và thời gian lò xo bị giãn ở dưới VTCB  $\frac{T}{2}$

$$t_1 = t_{\text{nén}} + \frac{T}{2} \text{ và } t_2 = T - t_1 = \frac{T}{2} - t_{\text{nén}} \Rightarrow t_1 = 5t_2 \Rightarrow t_{\text{nén}} + \frac{T}{2} = 5(\frac{T}{2} - t_{\text{nén}}) \Rightarrow t_{\text{nén}} = \frac{T}{3} = \frac{2}{15} \text{ (s)} \text{ Chọn C}$$

**Câu 10:** Hai vật dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ  $Ox$  sao cho không va chạm vào nhau trong quá trình dao động. Vị trí cân bằng của hai vật đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với  $Ox$ . Biết phương trình dao động của hai vật lần lượt là  $x_1 = 4\cos(4\pi t + \pi/3) \text{ cm}$  và  $x_2 = 4\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12) \text{ cm}$ . Tính từ thời điểm  $t_1 = 1/24 \text{ s}$  đến thời điểm  $t_2 = 1/3 \text{ s}$  thì thời gian mà khoảng cách giữa hai vật theo phương  $Ox$  không nhỏ hơn  $2\sqrt{3} \text{ cm}$  là bao nhiêu ?

- A.  $1/3 \text{ s}$       B.  $1/8 \text{ s}$       C.  $1/6 \text{ s}$       D.  $1/12 \text{ s}$

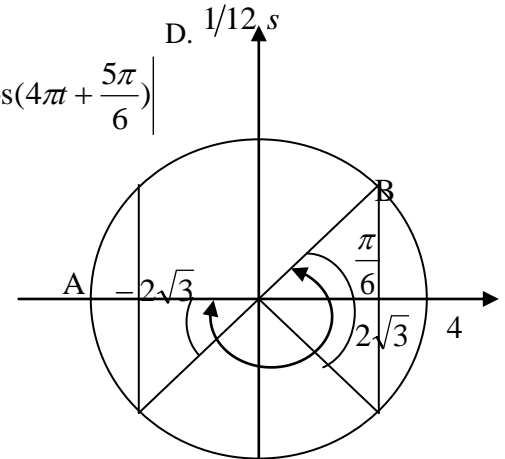
**Giải:** Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương  $Ox$  là:  $d = |x_1 - x_2| = 4\left|\cos(4\pi t + \frac{5\pi}{6})\right|$

Thay  $t=1/24\text{s}$  và  $t=1/3\text{s}$  để xác định thời điểm bắt đầu đến thời điểm kết thúc.

Vòng tròn lượng giác

Góc quét để khoảng cách 2 chất điểm luôn lớn hơn  $2\sqrt{3}\text{cm}$  và thỏa mãn

$$\text{ từ } 1/24\text{s đến } 1/3 \text{ s là } \Delta\alpha = 3\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2.4\pi} = \frac{1}{8} \text{ s}$$



**Câu 11:** Một con lắc lò xo có khối lượng quả nặng là  $m$ , lò xo có độ cứng  $K$ , đang cân bằng trên mặt phẳng nghiêng một góc  $37^\circ$  so với mặt phẳng ngang ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Gọi  $\Delta l$  là độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Tăng góc nghiêng thêm  $16^\circ$ , khi vật ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn thêm  $2\text{cm}$ . Bỏ qua ma sát, lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Tần số dao động riêng của con lắc là:

- A.  $12,5\text{rad/s}$       B.  $10 \text{ rad/s}$       C.  $15 \text{ rad/s}$       D.  $5 \text{ rad/s}$

**Giải:** Mặt phẳng nghiêng:  $\sin\alpha = \sin 37^\circ = \frac{F_{dh}}{P} \rightarrow 0,6 = \frac{K.\Delta l}{mg} \quad (1)$

$$\text{ Tăng góc nghiêng: } \sin(37^\circ + 16^\circ) = \frac{K.(\Delta l + 0,02)}{mg} = \frac{K.\Delta l}{mg} + \frac{0,02K}{10.m} = 0,8 \quad (2)$$



Từ (1); (2):  $\frac{K}{m} = 100 \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$ . **Đáp án: B**

**Câu 12:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nhỏ có khối lượng  $m=200\text{g}$  dao động điều hòa. Ở một thời điểm  $t$  nào đó vật qua li độ  $x=2,5\text{cm}$  và đang hướng về VTCB, ngay sau đó  $\frac{3T}{4}$  thì vật có tốc độ  $5\pi\text{cm/s}$ . Hãy tìm độ cứng  $k$  của lò xo?

A.  $60(\text{N/m})$ .B.  $65(\text{N/m})$ .C.  $80(\text{N/m})$ .D.  $64(\text{N/m})$ .

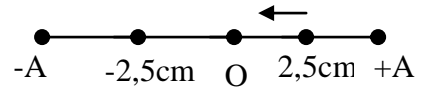
**Giải:** Ban đầu  $A \cos \omega t = 2,5$  (1)

Lúc sau vận tốc:

$$\omega A \sin \omega(t + \frac{3T}{4}) = 5\pi \leftrightarrow \omega A \sin(\omega t + \omega \frac{3T}{4}) = 5\pi \leftrightarrow \omega A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2}) = 5\pi$$

$$\leftrightarrow \omega A \cos \omega t = 5\pi \text{ (không tính dấu) (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra :  $\omega \cdot 2,5 = 5\pi \leftrightarrow \omega = 2\pi = \sqrt{\frac{k}{m}} \leftrightarrow 4\pi^2 = \frac{k}{m} \leftrightarrow k = 0,8\pi^2 (\text{N/m}) = 80\text{N/m}$ . **Đáp án: C**



**Câu 13:** Một lò xo nhẹ, dài tự nhiên 20 cm, dãn ra 1 cm dưới tác dụng của lực kéo 0,1N. Đầu trên của lò xo gắn vào điểm O, đầu dưới treo vật nặng 10 gam. Hệ đang đứng yên. Quay lò xo quanh trục thẳng đứng qua O với một tốc độ góc không đổi, thì thấy trục lò xo làm với phương thẳng đứng góc  $60^\circ$ . Lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Chiều dài của lò xo và tốc độ quay xấp xỉ bằng

A. 20cm; 15 vòng/s

B. 22cm; 15 vòng/s

C. 20cm; 1,5 vòng/s

D. 22cm; 1,5 vòng/s

**Giải :**

$$+ k = 0,1/0,01 = 10\text{N/m}$$

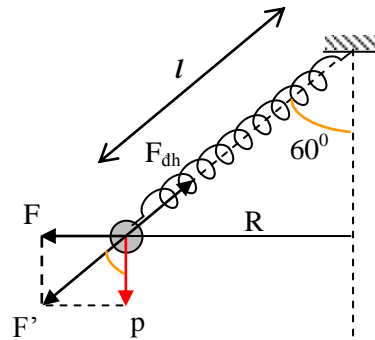
$$+ \text{Ta có : } F' = P/\cos 60^\circ = 0,2\text{N}$$

$$+ F' = F_{\text{đh}} = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,02\text{m} = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow l = l_0 + \Delta l = 22\text{cm}$$

$$+ F \text{ là lực ly tâm : } F = m\omega^2 R = P \tan 60^\circ \Rightarrow m\omega^2 l \cdot \cos 60^\circ = P \tan 60^\circ$$

$$\Rightarrow \omega = 9,53 \text{ rad/s} = 1,5 \text{ vòng/s. Đáp án: D}$$



**Câu 14.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kỳ  $T = 2\pi$  (s), quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $m_1$  có gia tốc là  $-2(\text{cm/s}^2)$  thì một vật có khối lượng  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật  $m_1$ , có hướng làm lò xo nén lại. Biết tốc độ chuyển động của vật  $m_2$  ngay trước lúc va chạm là  $3\sqrt{3}$  (cm/s). Quãng đường mà vật  $m_1$  đi được từ lúc va chạm đến khi vật  $m_1$  đổi chiều chuyển động là

A. 6(cm).

B. 6,5(cm).

C. 2(cm).

D. 4(cm).

**Giải:**

$$+ \text{Tần số góc } \omega = 1(\text{rad/s}).$$

$$+ \text{Tại vị trí va chạm thì li độ bằng biên cũ: } x = A = |a_{\text{max}}|/\omega^2 = 2\text{cm}.$$

$$+ \text{Trước va chạm vật } m_1 \text{ có vận tốc bằng không. Bảo toàn động lượng cho ta } m_2 v = m_1 v_1 - m_2 v_2 \text{ (1)}$$

$$+ \text{Bảo toàn năng lượng theo phương ngang ta có: } \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1), (2) và } m_1 = 2m_2 \text{ ta có } v_1 = 2\sqrt{3} \text{ (cm/s).}$$

$$+ \text{Biên mới: } A' = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4\text{cm. Đáp án: D}$$

**Câu 15.** Hai vật AB dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200\text{g}$  (vật A ở trên vật B). Treo vật vào 1 lò xo có độ cứng  $K=50\text{N/m}$ . Nâng vật đến vị trí có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30\text{cm}$  thì buông nhẹ. Vật dao động điều hòa đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực đại, vật B bị tách ra. Lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình dao động là

A. 28cm

B. 32,5cm

C. 22cm

D. 20cm

**Giải :** Độ biến dạng của lò xo khi 2 vật ở VTCB  $\Delta l_0 = \frac{m_A + m_B}{k} g = \frac{0,3 \cdot 10}{50} = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$

Nâng vật đến vị trí có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30\text{cm}$  thì buông nhẹ thì 2 vật sẽ dđdh với biên độ  $A=6\text{cm}$



Vật dao động điều hòa đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực đại, tức là tại vị trí biên dương vật B bị tách ra. Lúc này chiều dài của lò xo  $l_{\max} = 30 + 6 + 6 = 42\text{cm}$ . vật B bị tách ra vật A tiếp tục dao động điều hòa với vận tốc ban đầu bằng không quanh VTCB mới  $O'$

Độ biến dạng của lò xo khi vật A ở VTCB mới  $\Delta l'_0 = \frac{m_A}{k} g = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$

Chiều dài của lò xo khi vật A ở VTCB mới  $l_{CB} = l_0 + \Delta l'_0 = 30 + 2 = 32\text{cm}$ .

$\Rightarrow$  biên độ dao động mới  $A' = l_{\max} - l_{CB} = 42 - 32 = 10\text{cm}$

Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình dao động là khi vật ở vị trí biên âm  $l_{\min} = l_{CB} - A' = 32 - 10 = 22\text{cm}$

**Câu 16.** Con lắc lò xo nằm ngang, vật nặng có  $m = 0,3\text{ kg}$ , dao động điều hòa theo hàm cosin. Gốc thế năng chọn ở vị trí cân bằng, cơ năng của dao động là  $24\text{ mJ}$ , tại thời điểm  $t$  vận tốc và gia tốc của vật lần lượt là  $20\sqrt{3}\text{ cm/s}$  và  $-400\text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là

A. 1cm

**B. 2cm**

C. 3cm

D. 4cm

**Giải :**

**Cách 1:** Giả sử tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x$ :  $v = 20\sqrt{3}\text{ cm/s} = 0,2\sqrt{3}\text{ m/s}$ ,  $a = -4\text{ m/s}^2$

Cơ năng dao động :  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega^2 A^2 = \frac{2W}{m} = 0,16 \quad (1)$

và  $\frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{a^2}{\omega^4 A^2} = 1 \quad (2)$

Thế số vào (2) Ta có:  $\frac{(0,2\sqrt{3})^2}{0,16} + \frac{4^2}{0,16\omega^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{100}{\omega^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{100}{\omega^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \omega = 20\text{ rad/s}$

Và ta có:  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2W}{m}}$

Thế số:  $A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = \frac{1}{20} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,024}{0,3}} = \frac{1}{20} \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{20 \cdot 5} = 0,02\text{m}$  Vậy  $A = 2\text{cm}$

**Cách 2:** Giả sử tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x$ :  $v = 20\sqrt{3}\text{ cm/s} = 0,2\sqrt{3}\text{ m/s}$ ,  $a = -4\text{ m/s}^2$

$a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{4}{x} \quad (1)$

$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = x^2 + \frac{v^2 x}{4} = x^2 + 0,03x \quad (2)$

Cơ năng dao động :  $W_0 = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow \omega^2 A^2 = \frac{2W_0}{m} \quad (3)$

Thế (1) và (2) vào (3) ta được:  $\frac{4}{x} (x^2 + 0,03x) = \frac{2W_0}{m} \Rightarrow 4x + 0,12 = \frac{2W_0}{m} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{0,3} = 0,16$

$\Rightarrow x = 0,01(\text{m}) \Rightarrow A^2 = x^2 + 0,03x = 0,0004 \Rightarrow A = 0,02\text{ m} = 2\text{ cm}$ . **Chọn B**

**Câu 17.** Một lò xo nhẹ có độ cứng  $k$ , một đầu treo vào một vào một điểm cố định, đầu dưới treo vật nặng  $100\text{g}$ . Kéo vật nặng xuống dưới theo phương thẳng đứng rồi thả nhẹ. Vật dao động điều hòa theo phương trình:  $x = 5\cos 4\pi t$  (cm) lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Lực dùng để kéo vật trước khi dao động có độ lớn

**A. 0,8N**

B. 1,6N

C. 6,4 N

D. 3,2 N

**Giải:**

\* Thay  $t=0$  vào PT dao động của vật có  $x=5\text{cm}$   $\rightarrow$  Tức là người ta đã kéo vật đến vị trí  $x=5\text{cm}$  (Xuống dưới VTCB  $5\text{cm}$ ) rồi thả nhẹ

\* Mặt khác tại VTCB lò xo giãn  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{mg}{m\omega^2} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(4\pi)^2} = 0,0625\text{m}$

$\rightarrow$  Tại vị trí mà người ta giữ vật ( $x=5\text{cm}$ ) lò xo giãn  $\Delta l = \Delta l_0 + x = 0,0625 + 0,05 = 0,1125\text{m}$

$\rightarrow$  Lực mà người ta giữ  $= F_{\text{đh}}$  của lò xo - Trọng lực  $P = k\Delta l = m\omega^2 \Delta l = 0,1 \cdot (4\pi)^2 \cdot 0,1125 - 0,1 \cdot 10 = 0,8\text{N}$   
( Vì trọng lực góp phần kéo vật xuống )  $\rightarrow$  **Đáp án A**

**Câu 18.** Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 10g, độ cứng lò xo là  $100\pi^2$  N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc dao động thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau, Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là:

A 0,03s

B 0,02s

C 0,04s

D 0,01s

**Giải:** \* Chu kỳ của mỗi con lắc là  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,02s$

\* **Nhận xét:** Giả sử 2 vật lúc đầu gặp nhau tại li độ  $x_0$  tức là  $x_1 = x_2 = x_0$ , sau đó nửa chu kỳ thì  $x_1 = -x_0$  và  $x_2 = -x_0 \rightarrow x_1 = x_2 = -x_0$  chúng lại gặp nhau ở vị trí đối xứng qua gốc O  $\rightarrow$  Cứ sau mỗi  $T/2$  chúng lại gặp nhau

\* Khoảng thời gian giữa 3 lần liên tiếp gặp nhau = 2 khoảng thời gian trên =  $2 \cdot T/2 = 0,02s \rightarrow$  **Đáp án B**

**Câu 19.** hai con lắc lò xo nằm ngang có chu kì  $T_1 = T_2/2$ . Kéo lệch các vật nặng tới vị trí cách các vị trí cân bằng của chúng một đoạn A như nhau và đồng thời thả cho chuyển động không vận tốc đầu. Khi khoảng cách từ vật nặng của con lắc đến vị trí cân bằng của chúng đều là b ( $0 < b < A$ ) thì tỉ số độ lớn vận tốc của các vật nặng là:

A.  $v_1/v_2 = 1/2$

B.  $v_1/v_2 = \sqrt{2}/2$

C.  $v_1/v_2 = \sqrt{2}$

D.  $v_1/v_2 = 2$

**Giải:**

\* **Biên độ** của cả 2 con lắc là  $A_1 = A_2 = A$  vì cùng kéo lệch các vật nặng tới vị trí cách các vị trí cân bằng của chúng một đoạn A như nhau và đồng thời thả nhẹ

\* Khoảng cách đến vị trí cân bằng là  $|x|$ , Khi khoảng cách từ vật nặng của con lắc đến vị trí cân bằng của chúng đều là b ( $0 < b < A$ ) tức là  $|x_1| = |x_2| = b$

\* Từ công thức độc lập thời gian có  $|v| = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \rightarrow \frac{|v_1|}{|v_2|} = \frac{\omega_1\sqrt{A_1^2 - x_1^2}}{\omega_2\sqrt{A_2^2 - x_2^2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = 2 \rightarrow$  **Đáp án D**

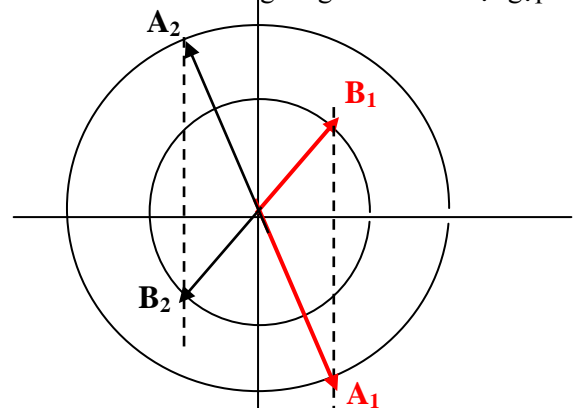
**Câu 20.** Hai con lắc lò xo dao động điều hòa cùng chu kỳ  $T = 0,02s$  trên 2 đường thẳng song song song kề nhau ( VTCB của 2 vật đều ở hai gốc tọa độ .Hai gốc tọa độ ở vị trí ngang nhau ) Biên độ của con lắc thứ nhất gấp đôi biên độ của con lắc thứ 2 .Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa 3 lần 2 vật gặp nhau liên tiếp là :

A:0,03 B.0,02 C.0,01 D.0,04

**Giải:** Vẽ giản đồ véc tơ biểu diễn 2 dao động.

Hai dao động cùng chu kì nên tần số góc bằng nhau. Giả sử hai vật gặp nhau lần thứ nhất khi hai vật ở vị trí  $A_1$  và  $B_1$ : hai vật CĐ ngược chiều, cùng li độ . Sau đó nửa chu kì hai vật lại gặp nhau ( vị trí  $A_2$  và  $B_2$  ). Do đó sau nửa chu kì hai vật lại gặp nhau ở vị trí gặp nhau lần đầu

**Khoảng thời gian giữa 3 lần hai vật gặp nhau liên tiếp là : một chu kì  $T = 0,02s$ . Đáp án: B**



**Câu 21:** Một con lắc lò xo nằm ngang, vật nặng  $m = 100g$ , độ cứng lò xo  $k = 10$  N/m, hệ số ma sát bằng hệ số ma sát nghỉ  $\mu = 0,3$ . Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Ban đầu, kéo vật dọc trục lò xo để lò xo biến dạng 37 cm rồi thả ra đồng thời truyền cho vật vận tốc  $4\sqrt{3}$  m/s ra xa vị trí lò xo không biến dạng. Thời điểm lần đầu tiên lò xo nén 34 cm là

A.  $\pi/15$  s

B.  $\pi/5$  s

C.  $\pi/10$  s

D.  $\pi/12$  s

**GIẢI :**

+ Ta có :  $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 + \mu mg(A_1 - x_1)$

$v_1 = 4\sqrt{3}$  m/s ;  $x_1 = 0,37$  m  $\Rightarrow A_1 = 0,77$  m

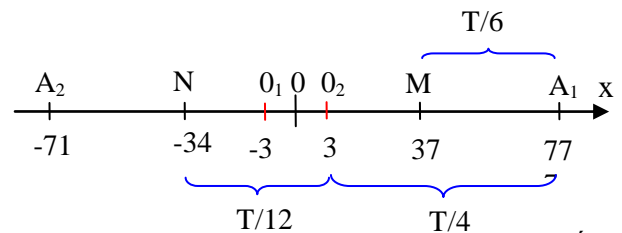
+  $x_0 = \mu mg/k = 0,03$  m = 3 cm ;

Độ giảm biên độ trong  $\frac{1}{2}T$  :  $\Delta A = 2x_0 = 6$  cm

+ Khi vật chuyển động theo chiều dương VTCB là  $O_1$  ;  $O_1A_1 = 80$  cm ;  $O_1M = 40$  cm =  $A_1/2 \Rightarrow$  thời gian từ M đến  $A_1$  là  $T/6$

+ Khi vật chuyển động theo chiều âm VTCB là  $O_2$  ;  $O_2A_2 = 74$  cm ;  $O_2N = 37$  cm =  $A_2/2 \Rightarrow$  thời gian từ  $O_2$  đến N là  $T/12$

$\Rightarrow$  Thời điểm lần đầu tiên lò xo nén 34 cm kể từ  $t = 0$  là :  $t = T/6 + T/4 + T/12 = T/2 = \pi/10$  s. **Đáp án: C**



**Câu 22:** Một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với phương trình:  $x = A \cos(\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ cm}$ . Gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, trục tọa độ Ox trùng với trục lò xo, hướng ra xa đầu cố định của lò xo. Khoảng thời gian lò xo bị dãn sau khi dao động được 1s tính từ lúc  $t=0$  là:

- A.  $5/3 \text{ s}$ . B.  $3/6 \text{ s}$ . C.  $1/3 \text{ s}$ . D.  $5/6 \text{ s}$ .

**Giải :** Chu kỳ  $T=2\text{s}$ , ở thời điểm ban đầu vật ở vị trí theo  $\frac{A}{2}$  chiều dương;  $1\text{s} = T/2$ .

Trong thời gian này vật sẽ đi từ vị trí  $\frac{A}{2} \rightarrow A \rightarrow 0 \rightarrow -\frac{A}{2}$ ; Các khoảng thời gian tương ứng là  $\frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$ , nhưng chỉ có khoảng  $T/12$  sau lò xo nén vì  $x < 0 \Rightarrow$  Lò xo bị dãn khi vật có li độ dương:

- Thời gian lò xo dãn là  $t = \frac{T}{2} - \frac{T}{12} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \text{ s}$

- Hay Lò xo bị dãn khi vật có li độ dương:  $t = T/6 + T/4 = 5T/12 = 5/6 \text{ s}$ . **Đáp án: D**

**Câu 23:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo nhẹ có độ cứng  $100 \text{ N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m=100 \text{ g}$ . Lấy  $g=10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2=10$ . Kéo vật xuống khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng  $2 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Thời gian lò xo bị nén trong khoảng thời gian  $0,5 \text{ s}$  kể từ khi thả vật là:

- A.  $\frac{1}{6} \text{ s}$  B.  $\frac{1}{15} \text{ s}$   
C.  $\frac{2}{15} \text{ s}$  D.  $\frac{1}{30} \text{ s}$

**Giải :**

+  $\Delta l = mg/k = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm} = A/2$ ;  $T = 0,2 \text{ s}$

+ Trong 1 nửa chu kỳ thời gian lò xo bị nén là:  $t_0 = T/6$

$\Rightarrow$  Thời gian lò xo bị nén trong khoảng thời gian  $0,5 \text{ s} = 2,5T$  kể từ khi thả vật là:

$t = 5t_0 = 5T/6 = 1/6 \text{ s}$ . **Đáp án: A**

**Câu 24:** Một chất điểm bắt đầu dao động điều hòa từ điểm M có tốc độ khác không và thế năng đang giảm. Với M, N là 2 điểm cách đều vị trí cân bằng O. Biết cứ sau khoảng thời gian  $0,02 \text{ s}$  thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N. Kể từ khi bắt đầu dao động, sau thời gian ngắn nhất  $t_1$  gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại. Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \Delta t$  (trong đó  $t_2 < 2013T$  với  $T$  có chu kỳ dao động) thì tốc độ chất điểm đạt cực đại. Giá trị lớn nhất của  $\Delta t$  là:

- A.  $241,5 \text{ s}$  B.  $246,72 \text{ s}$  C.  $241,47 \text{ s}$  D.  $241,53 \text{ s}$

**Giải : Dùng vòng tròn lượng giác :** Theo đề suy ra góc quay ứng  $0,02 \text{ s}$  là  $\pi/3 \rightarrow T/6$

Hay  $T = 0,02 \cdot 2\pi / (\pi/3) = 0,12 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,12} = \frac{50\pi}{3} \text{ Rad/s}$

Thời gian từ M đến O, N rồi đến biên dương A ứng với góc quay:

$\pi/3 + \pi/3 + \pi/6 = 5\pi/6 \Rightarrow$  thời gian quay từ M đến biên dương A:

$t_1 = 5T/12 = 0,05 \text{ s}$

Sau  $t_2' = t_1 + nT/2$  thì chất điểm sẽ đến 2 biên ( $-A, A$ )

(lúc đó gia tốc của chất điểm có độ lớn cực đại)

Ta có:  $t_1 = 0,05 \text{ s}$ ;  $T/4 = 0,03 \text{ s}$

Theo đề thời điểm  $t_2 = t_1 + \Delta t$  (trong đó  $t_2 < 2013T$  thì **tốc độ chất điểm đạt cực đại:**

$\Rightarrow \Delta t = T/4 + nT/2$ .

Ta có:  $t_2 = 0,05 + T/4 + nT/2 < 2013T = 2013 \cdot 0,12 = 241,56 \text{ s}$ .

Hay  $t_2 = 0,08 + nT/2 < 2013T = 241,56 \text{ s} \Rightarrow n < 12074/3 = 4024,66$ . Chọn  $n = 4024$ .

Vậy:  $\Delta t = 0,03 + nT/2 = 0,03 + 4024 \cdot 0,12/2 = 241,47 \text{ s}$ . **Chọn C**

Lúc đó:  $t_2 = t_1 + \Delta t = 0,05 + 0,03 + (4024 \cdot 0,12)/2 = 241,52 \text{ s} < 2013T = 241,56 \text{ s}$ .

**Câu 25:** Một vật dao động theo phương trình  $x = 20 \cos(5\pi t/3 - \pi/6) \text{ (cm; s)}$ . Kể từ lúc  $t = 0$  đến lúc vật qua li độ  $-10 \text{ cm}$  theo chiều âm lần thứ 2013 thì lực hồi phục sinh công âm trong khoảng thời gian là

- A.  $2013,08 \text{ s}$  B.  $1207,88 \text{ s}$  C.  $1207,4 \text{ s}$  D.  $2415,8 \text{ s}$

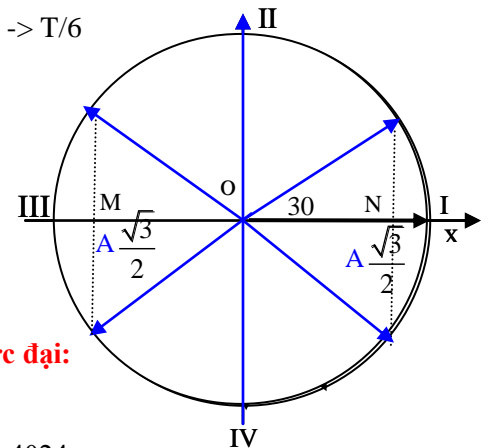
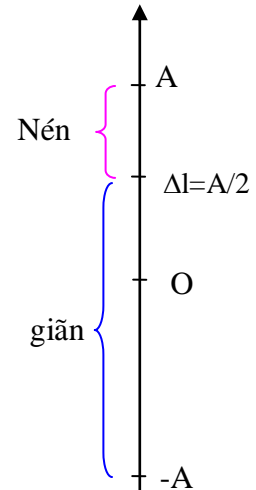
**Giải :**

+  $t = 0 \Rightarrow x = A\sqrt{3}/2$  và  $v > 0$ ;  $T = 1,2 \text{ s}$

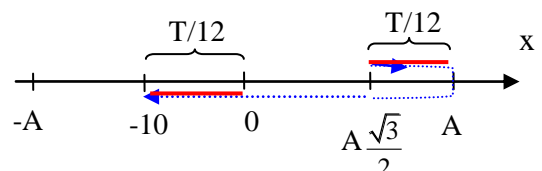
+ Thời gian từ  $t = 0$  đến khi vật qua VT  $x = -10 \text{ cm}$  theo chiều âm lần 1 là:

$t_0 = 2 \cdot T/12 + T/4$

+ Trong 1 chu kỳ vật qua VT  $x = -10 \text{ cm}$  theo chiều âm 1 lần. thời gian kể từ lúc  $t = 0$  đến lúc vật qua li độ  $-10 \text{ cm}$  theo chiều âm lần thứ 2013 là :



Hình



$$t = 2012T + t_0$$

+ lực hồi phục sinh công âm khi vật chuyển động từ VTCB ra biên (lực cản)  $\Rightarrow$  Trong 1 chu kỳ thời gian lực hồi phục sinh công âm là  $T/2$

$\Rightarrow$  thời gian lực hồi phục sinh công âm là :  $\tau = 2012.T/2 + 2.T/12 = 1207,4s$ . **Đáp án: C**

**Câu 26.** Hai chất điểm M và N cùng dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là:  $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)\text{cm}$  và  $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)\text{cm}$ . Hai chất điểm cách nhau 5cm ở thời điểm thứ hai kể từ lúc  $t = 0$  là:

A. 11/24 s.

B. 1/9 s.

C. 1/8 s.

D. 5/24 s

**Giải :** Để lần thứ hai, hai chất điểm cách nhau 5cm thì cũng là lần thứ hai hình chiếu của  $A_1A_2$  trên phương nằm ngang cũng là 5cm! Khi đó  $x_1$  thuộc cung phần tư thứ III.

Và góc tạo bởi véc tơ  $A_1$  với phương nằm ngang là  $\pi/6$  khi đó véc tơ  $A_1$  phải quét một góc

$$\varphi = \pi + \pi/6 - \pi/3 = 5\pi/6$$

Hai chất điểm cách nhau 5cm lần thứ hai là  $t = \varphi/\omega = \frac{5\pi}{6} : 4\pi = 5/24 \text{ s}$  **Đáp án: D**

**Câu 27:** Một chất điểm đang dao động điều hòa trên một đường thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M, N là 2 điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Cho biết trong quá trình dao động cứ 0,05s thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N và tốc độ của nó lúc đi qua các điểm M, N là  $20\pi \text{ cm/s}$ . Biên độ A bằng?

A. 4cm

B. 6cm

C.  $2\sqrt{2} \text{ cm}$

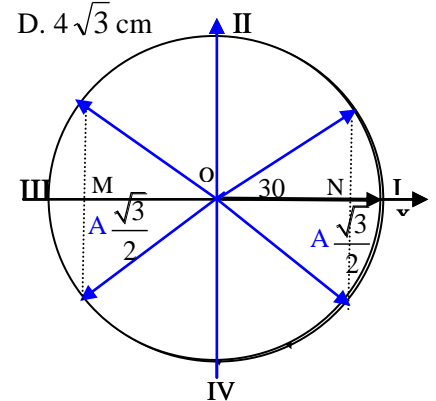
D.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$

**Giải :** Dùng vòng tròn lượng giác :

Theo đề suy ra góc quay ứng 0,05s là  $60^\circ$  hay  $\pi/3$

Mà chu kỳ T ứng  $2\pi$  Hay  $T = 0,05$ .  $2\pi/\pi/3 = 3s$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,3} = \frac{20\pi}{3} \text{ Rad / s}$$



**Biên độ:**

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{3A^2}{4} + \frac{(20\pi)^2 \cdot 9}{(20\pi)^2} \Leftrightarrow A^2 - \frac{3A^2}{4} = 9 \Leftrightarrow \frac{A^2}{4} = 9$$

$$\Rightarrow A = 6\text{cm}$$

**Câu 28.** Hai chất điểm M và N cùng dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox (O là vị trí cân bằng của chúng), coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của chúng lần lượt là:  $x_1 = 10\cos(4\pi t + \pi/3)\text{cm}$  và  $x_2 = 10\sqrt{2}\cos(4\pi t + \pi/12)\text{cm}$ . Hai chất điểm cách nhau 5cm ở thời điểm 2011 kể từ lúc  $t = 0$  là

A. 2011/8 s

B. 6035/24 s

C. 2009/8 s

D. 6029/24 s

**Giải :** Trong 1 chu kỳ dao động sẽ có 4 lần đoạn thẳng  $A_1A_2$  hợp với phương nằm ngang một góc  $\pi/3$   
 Xét  $n/4 = 2011/4 = 502,75$  ( Có thể thấy  $2012/4 = 504$ , tức là lần thứ 2012 chúng lại ở vị trí lần đầu tiên)  
 Lần thứ 2011 chúng cách nhau 5cm thì véc tơ  $A_1$  thuộc cung phần tư thứ nhất và thuộc chu kỳ thứ 503 ( Gần hết chu kỳ thứ 503) và góc tạo bởi véc tơ  $A_1$  với phương nằm ngang là  $\pi/6$

Thời gian véc tơ  $A_1$  quét được góc  $(\pi/3 - \pi/6) = \pi/6$  là  $\Delta t = \frac{\pi}{6} : 4\pi = 1/24s$

Suy ra thời điểm cách nhau 5cm ở thời điểm 2011 kể từ lúc  $t = 0$  là:  $t = 503.T - \Delta t = 503.0,5 - 1/24$

Vậy  $t = 6035/24 \text{ s}$  ( Sau 503 chu kỳ thì véc tơ  $A_1$  lại ở vị trí ban đầu  $t = 0$ ). **Đáp án: B**

**Câu 29:** Lò xo nhẹ có độ cứng k, một đầu treo vào điểm cố định, đầu còn lại gắn với quả nặng có khối lượng m. Khi m ở vị trí cân bằng thì lò xo bị dãn một đoạn  $\Delta l$ . Kích thích cho quả nặng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng của nó với chu kỳ T. Xét trong một chu kỳ dao động thì thời gian mà độ lớn gia tốc của quả nặng lớn hơn gia tốc rơi tự do g tại nơi treo con lắc là  $2T/3$ . Biên độ dao động A của quả nặng m là

A.  $\Delta l / 2$ .

B.  $\sqrt{2}\Delta l$ .

C.  $2\Delta l$ .

D.  $\sqrt{3}\Delta l$ .

**Giải:**  $|a| = \omega^2 |x| > g \Rightarrow |x| > \frac{mg}{k} = \Delta l$  Vậy thời gian mà độ lớn gia tốc lớn hơn g là thời gian vật đi từ biên A đến  $\Delta l$  và ngược lại và từ  $-\Delta l$  đến  $-A$  và ngược lại

Thời gian vật đi từ biên A đến  $\Delta l$ :  $\Delta t = \Delta\varphi/\omega \Rightarrow$  thời gian vật đi trong một chu kỳ

$$t = 4\Delta t = 4\Delta\varphi/\omega = 2T/3 \Rightarrow \varphi = \omega T/6 = \pi/3; \text{ mặt khác } \cos\Delta\varphi = \Delta l/A \Rightarrow A = 2\Delta l \text{ . đáp án C}$$

## DẠNG 7: BÀI TOÁN VỀ HỆ HAI VẬT GẮN VÀO Lò xo (k,m-m')

**Câu 1.** Cho hệ vật dao động như hình vẽ. Hai vật có khối lượng là  $M_1$  và  $M_2$ . Lò xo có độ cứng  $k$ , khối lượng không đáng kể và luôn có phương thẳng đứng. Ắn vật  $M_1$  thẳng đứng xuống dưới một đoạn  $x_0 = a$  rồi thả nhẹ cho dao động.

- Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của lực mà lò xo ép xuống giá đỡ.
- Để  $M_2$  không bị nâng lên khỏi mặt giá đỡ thì  $x_0$  phải thỏa mãn điều kiện gì?

**Lời giải**

1. Chọn HQC như hình vẽ. Các lực tác dụng vào  $M_1$  gồm:  $\vec{P}_1; \vec{F}_{dh}$

- Khi  $M_1$  ở VTCB ta có:  $\vec{P}_1 + \vec{F}_{dh} = 0$ . Chiều lên Ox ta được:

$$P_1 - F_{dh} = 0 \Leftrightarrow M_1 g - k \Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l = \frac{M_1 g}{k} \quad (1)$$

- Xét  $M_1$  ở vị trí có li độ  $x$ , ta có:  $\vec{P}_1 + \vec{F}_{dh} = m\vec{a}$ . Chiều lên Ox ta được:

$$P_1 - F_{dh} = ma \Leftrightarrow M_1 g - k(\Delta l + x) = ma \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có:  $mx'' = -kx \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0$ . Đặt  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , vậy ta có

$x'' + \omega^2 x = 0$  Có nghiệm dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Vậy  $M_1$  dao động điều hoà.

- Khi  $t = 0$  ta có:  $x = x_0 = a = A \cos \varphi$ ;  $v = v_0 = -A \omega \sin \varphi = 0$ . Suy ra

$$\varphi = 0; A = a; \omega = \sqrt{\frac{k}{M_1}}. \text{ Vậy phương trình là: } x = a \cos(\omega t).$$

- Dựa vào hình vẽ ta có lực ép xuống giá đỡ là:  $\vec{P} + \vec{F}_{dh} = \vec{F}$ . Chiều lên Ox ta có:

$$F = M_2 g + k(\Delta l + x) \text{ Lực đàn hồi Max khi } x = +A = +a \Rightarrow F_{\max} = M_2 g + k(\Delta l + a)$$

$$\text{Lực đàn hồi Min khi } x = -A = -a \Rightarrow F_{\min} = M_2 g + k(\Delta l - a).$$

2. Điều kiện để  $M_2$  không bị nâng lên khỏi giá đỡ là  $F_{\min} \geq 0$

$$F_{\min} = M_2 g + k(\Delta l - a) \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{M_2 g + k \Delta l}{k}.$$

**Câu 2.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có  $k = 50 \text{ N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m_1 = 300 \text{ g}$ , dưới nó treo thêm vật nặng  $m_2 = 200 \text{ g}$  bằng dây không dẫn. Nâng hệ vật để lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ để hệ vật chuyển động. Khi hệ vật qua vị trí cân bằng thì đốt dây nối giữa hai vật. Tỷ số giữa lực đàn hồi của lò xo và trọng lực khi vật  $m_1$  xuống thấp nhất có giá trị xấp xỉ bằng

- A. 2      B. 1,25      C. 2,67      D. 2,45

**Giải:** Độ giãn của lò xo khi hệ hai vật đang ở VTCB O

$$\Delta l_0 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Sau khi đốt dây nối hai vật,

Vật  $m_1$  dao động điều hòa quanh VTCB mới O

$$\text{khi đó độ giãn của lò xo } \Delta l = \frac{m_1 g}{k} = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}.$$

Suy ra vật  $m_1$  dao động điều hòa với biên độ  $A = O'M$  (M là vị trí xuống thấp nhất của  $m_1$ ) được tính theo công thức

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{m_1 v^2}{2} \quad (1)$$

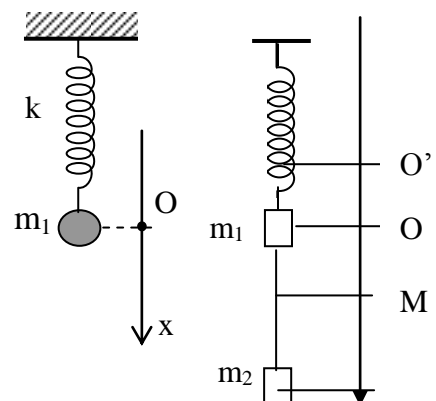
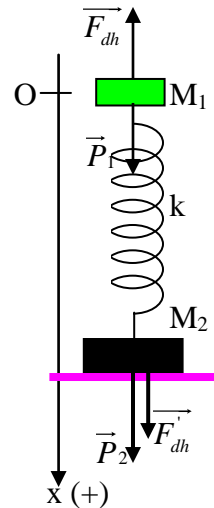
với:  $x$  là tọa độ của  $m_1$  khi dây đứt  $x = OO' = \Delta l_0 - \Delta l = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

$v$  là tốc độ của  $m_1$  khi ở VTCB O được tính theo công thức:

$$\frac{k(\Delta l_0)^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{km_1(\Delta l_0)^2}{2(m_1 + m_2)} \Leftrightarrow A^2 = x^2 + \frac{m_1(\Delta l_0)^2}{(m_1 + m_2)} = 0,04^2 + 0,6 \cdot 0,1^2$$

$$\Rightarrow A = 0,087 \text{ m} = 8,7 \text{ cm} \Rightarrow \frac{F_{dh}}{P} = \frac{k(\Delta l + A)}{m_1 g} = \frac{50 \cdot 0,147}{0,3 \cdot 10} = 2,45. \text{ Chọn D}$$





**Câu 3.** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = \sqrt{2}$  kg dao động điều hòa theo phương nằm ngang. Vận tốc vật có độ lớn cực đại là 0,6m/s. Chọn thời điểm  $t=0$  lúc vật qua vị trí  $x_0 = 3\sqrt{2}$  cm và tại đó thế năng bằng động năng tính chu kì dao động của con lắc và độ lớn lực đàn hồi tại thời điểm  $t = \pi/20$ s

A.  $T=0,628$ s và  $F=3$ N B.  $T=0,314$ s và  $F=3$ N C.  $T=0,314$ s và  $F=6$ N D.  $T=0,628$ s và  $F=6$ N

**Giải:**

\* Tại vị trí động năng bằng thế năng  $\rightarrow W_t = 1/2 W \rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$  mà trong bài  $x_0 = 3\sqrt{2}$  cm  $\rightarrow A = 6$ cm

\*  $\omega = \frac{v_{\max}}{A} = 10 \text{ Rad / s} \rightarrow T = 0,628 \text{ s}$

\*  $t=0$  lúc vật qua vị trí  $x_0 = 3\sqrt{2}$  cm (có thể chiều âm hoặc dương)  $\rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$

Và phương trình dao động là  $x = 6 \cos(10t \pm \frac{\pi}{4}) \text{ cm}$

\* Tại  $t = \pi/20$ s thay vào trên có  $x = \pm 3\sqrt{2} \text{ cm} \rightarrow F_{dh} = k|x| = 6(N) \rightarrow \text{Đáp án D}$

**Câu 4.** Một lò xo có độ cứng  $k = 16 \text{ N/m}$  có một đầu được giữ cố định còn đầu kia gắn vào quả cầu khối lượng  $M = 240$  g đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang. Một viên bi khối lượng  $m = 10$  g bay với vận tốc  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  theo phương ngang đến gần vào quả cầu và sau đó quả cầu cùng viên bi dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang. Bỏ qua ma sát và sức cản không khí. Biên độ dao động của hệ là

A. 5cm B. 10cm C. 12,5cm D. 2,5cm

**Giải:** Va chạm mềm nên động lượng của hệ 2 vật ( $M$  và  $m$ ) bảo toàn:  $mv_0 = (m+M)V$ .  
Suy ra vận tốc của hệ 2 vật ngay lúc va chạm:

$$v = \frac{mv_0}{(m+M)} = \frac{0,01 \cdot 10}{0,01 + 0,240} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4 \text{ m/s} = 40 \text{ cm/s}$$

$$\text{Hệ 2 vật dao động với tần số góc mới } \omega = \sqrt{\frac{k}{(m+M)}} = \sqrt{\frac{16}{(0,01+0,24)}} = 8 \text{ rad/s}$$

$$\text{Vì hệ nằm ngang nên biên độ dao động được tính theo công thức: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 0^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{40^2}{16} = 100$$

Vậy biên độ dao động:  $A = 10 \text{ cm}$ .

**Chọn B**

**Câu 5.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 cm. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, vật nhỏ dao động có khối lượng  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$  và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi  $m$  ở trên vị trí cân bằng 3cm, một vật có khối lượng  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$  có cùng vận tốc tức thời như  $m$  đến dính chặt và nó cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động là:

A. 5 cm B. 2 cm C.  $5\sqrt{2}$  cm D.  $4\sqrt{3}$  cm

$$\text{Giải: Tần số góc đầu: } \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10 \text{ rad/s}; \text{ Tần số góc sau: } \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0,1+0,1}} = 5\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

$$\text{Tốc độ ngay trước hai vật dính lại: } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow v = \pm \omega_1 \sqrt{A^2 - x^2} = 10\pi \sqrt{5^2 - 3^2} = 40\pi \text{ cm/s}$$

Tính VTCB mới bị dời xuống 1cm.

$$\text{Dùng công thức dọc lại: } A'^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega_2^2} = 4^2 + \left(\frac{40\pi}{5\sqrt{2}}\right)^2 = 16 + 32 = 48 = 4\sqrt{3} \text{ cm} \quad \text{Chọn D.}$$

**Câu 5b.** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật  $M$  có khối lượng 400g và lò xo có hệ số cứng 40N/m đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ 5cm. Khi  $M$  qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật  $m$  có khối lượng 100g lên  $M$  ( $m$  dính chặt ngay vào  $M$ ), sau đó hệ  $m$  và  $M$  dao động với biên độ

A.  $2\sqrt{5} \text{ cm}$  B. 4,25cm C.  $3\sqrt{2} \text{ cm}$  D.  $2\sqrt{2} \text{ cm}$

$$\text{Giải: Vận tốc của } M \text{ khi qua VTCB: } v = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 10,5 = 50 \text{ cm/s}$$

$$\text{Vận tốc của hai vật sau khi } m \text{ dính vào } M: v' = \frac{Mv}{M+m} = \frac{0,4 \cdot 50}{0,5} = 40 \text{ cm/s}$$

Cơ năng của hệ khi m dính vào M:  $W = \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 \Rightarrow A' = v' \sqrt{\frac{M+m}{k}} = 40 \sqrt{\frac{0,5}{40}} = 2\sqrt{5}cm$

**Câu 6:** Con lắc lò xo có độ cứng  $k = 200N/m$  treo vật nặng khối lượng  $m_1 = 1kg$  đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ  $A = 12,5cm$ . Khi  $m_1$  xuống đến vị trí thấp nhất thì một vật nhỏ khối lượng  $m_2 = 0,5kg$  bay theo phương thẳng đứng tới đâm vào  $m_1$  với vận tốc  $6m/s$ . Xác định biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm.

**Giải:** + Dùng định luật BTĐL tính được vận tốc của hệ ngay sau va chạm là  $2m/s$ .

+ Tần số góc mới của hệ:  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{20}{\sqrt{3}} rad/s$

+ Độ dãn của lò xo khi chỉ có  $m_1$  cân bằng:  $\Delta\ell_1 = 5cm$

+ Độ dãn của lò xo khi có  $m_1$  và  $m_2$  cân bằng:  $\Delta\ell_2 = 7,5cm$

+ Như vậy ngay sau va chạm hệ vật có tọa độ là:  $x_1 = A - (\Delta\ell_2 - \Delta\ell_1) = 10cm$

+ Biên độ dao động mới là:  $A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v^2}{\omega'^2}} = 20cm$

**Câu 7.** Trong thang máy treo 1 con lắc lò xo có độ cứng  $25N/m$ , vật nặng có khối lượng  $400g$  khi thang máy đứng yên ta cho con lắc dao động điều hòa, chiều dài con lắc thay đổi từ  $32cm$  đến  $48cm$  tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất thì cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc  $a = g/10$ . biên độ dao động của con lắc trong trường hợp này là?

A, 17cm      B, 19,2cm      C, 8,5cm      D, 9,6cm

**Giai 1:** Khi thang máy chuyển động nhanh dần đều xuống dưới thì con lắc chịu t/d của lực quán tính hướng lên lực này làm cho vị trí cân bằng lên cao một đoạn  $F_{qt}/k = ma/k = 0,016m = 1,6cm$

→ biên độ mới là  $(48-32)/2 + 1,6 = 8 + 1,6 = 9,6cm \rightarrow D$

**Giai 2:** Tại vị trí thấp nhất  $x=A$  vậy  $a = \omega^2 \cdot A = a_{max}$ . Khi đó người ta cho thang máy đi xuống nhanh dần đều thì vật chịu thêm lực quán tính vậy gia tốc lúc này của vật là:

$$a_{1max} = a_{max} + g/10 \Leftrightarrow \omega^2 \cdot A_1 = \omega^2 \cdot A + \frac{g}{10} \Rightarrow A_1 = A + \frac{g}{\omega^2 10} = 0,08 + \frac{9,8}{\frac{25}{0,4} 10} = 0,0956m \approx 9,6cm$$

**Câu 8.** Một con lắc lò xo nằm ngang, vật nhỏ có khối lượng  $m$ , dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Khi vật đang ở vị trí  $x=A/2$ , người ta thả nhẹ nhàng lên  $m$  một vật có cùng khối lượng và hai vật dính chặt vào nhau. Biên độ dao động mới của con lắc?

**Giải:** Tại vị trí  $x$ , ta có:  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{A^2}{4} + \frac{v^2}{\omega^2}$  (1) với  $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Khi đặt thêm vật:  $\omega'^2 = \frac{k}{2m} = \frac{\omega^2}{2}$ ; tại vị trí  $x$ :  $A'^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega'^2} = \frac{A^2}{4} + 2 \frac{v^2}{\omega^2}$  (2)

Từ (1) suy ra  $\frac{v^2}{\omega^2} = \frac{3A^2}{4}$  thay vào (2), ta được  $A'^2 = \frac{A^2}{4} + 2 \frac{3A^2}{4} = \frac{7A^2}{4} \Rightarrow A' = \frac{A}{2} \sqrt{7}$

*Chú ý khi đặt nhẹ vật thì không làm thay đổi vận tốc.*

**Câu 9.** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật  $M$  có khối lượng  $400g$  và lò xo có hệ số cứng  $40N/m$  đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ  $5cm$ . Khi  $M$  qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật  $m$  có khối lượng  $100g$  lên  $M$  (m dính chặt ngay vào  $M$ ), sau đó hệ  $m$  và  $M$  dao động với biên độ

A.  $2\sqrt{5}cm$       B.  $4,25cm$       C.  $3\sqrt{2}cm$       D.  $2\sqrt{2}cm$

**Giải:** Khi  $M$  về vị trí cân bằng thì vận tốc của  $M$  là:  $v = \omega A = \sqrt{\frac{k}{M}} \cdot A$

Khi vật  $m$  nhỏ đặt lên  $M$  thì đây là va chạm mềm nên tốc độ của vật là:  $V = \frac{Mv}{M+m}$  là tốc độ cực đại của  $M+m$



$$\text{Nên: } V = \omega' \cdot A' \rightarrow A' = \frac{V}{\omega'} = \frac{M \cdot \sqrt{\frac{k}{M}} A}{(M+m) \cdot \sqrt{\frac{k}{M+m}}} = \frac{\sqrt{400 \cdot 5}}{\sqrt{400+100}} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

**Câu 10** Một con lắc lò xo, gồm lò xo có độ cứng 50N/m và vật nặng có khối lượng  $M = 0,5 \text{ kg}$  dao động điều hòa với biên độ  $A_0$  dọc theo trục  $Ox$  nằm ngang trùng với trục lò xo. Khi vật  $M$  có tốc độ bằng không thì một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,5/3 \text{ kg}$  chuyển động theo phương  $Ox$  với tốc độ  $1 \text{ m/s}$  và chạm đàn hồi với  $M$ . Sau va chạm vật  $M$  dao động điều hòa với biên độ  $10 \text{ cm}$ . Giá trị của  $A_0$  là

- A.  $5\sqrt{3} \text{ cm}$       B.  $10 \text{ cm}$       C.  $15 \text{ cm}$       D.  $5\sqrt{2} \text{ cm}$

**Giải:** Gọi vận tốc của  $M$  và  $m$  nhỏ sau va chạm là  $V$  và  $v$  với  $v_0 = -1 \text{ m/s}$

$$MV + mv = mv_0 \Rightarrow MV = mv_0 - mv \quad (1)$$

$$\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow MV^2 = mv_0^2 - mv^2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow V = v_0 + v \rightarrow v = V - v_0 \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1)} \quad MV = mv_0 - mv = mv_0 - m(V - v_0) \Rightarrow V = \frac{2mv_0}{M+m} = -\frac{0,8}{0,5} = -0,5 \text{ m/s}$$

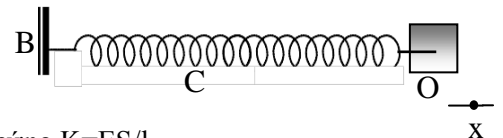
$$v = V - v_0 = -0,5 + 1 = 0,5 \text{ m/s. sau va chạm vật } m \text{ quay trở lại.}$$

$$\text{Biên độ dao động của vật: } \frac{kA^2}{2} = \frac{MV^2}{2} + \frac{kA_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow A_0^2 = A^2 - \frac{M}{k} V^2 = 0,1^2 - \frac{0,5}{50} 0,5^2 = 0,0075 \Rightarrow A_0 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5\sqrt{3} \text{ cm. Đáp án A}$$

**Câu 11.** Con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Đầu B được giữ cố định vào điểm treo, đầu O gắn với vật nặng khối lượng  $m$ . Khi vật nặng chuyển động qua vị trí có động năng gấp  $16/9$  lần thế năng thì giữ cố định điểm C ở giữa lò xo với  $CO = 2CB$ . Vật sẽ tiếp tục dao động với biên độ dao động bằng:

- A.  $\frac{2A\sqrt{11}}{5\sqrt{3}}$       B.  $\frac{2A\sqrt{5}}{5}$       C.  $0,8A$       D.  $\frac{A\sqrt{22}}{5}$



**Giải:**

**Cách 1:** Khi chưa giữ lò xo tại C thì lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l_0$ , có độ cứng  $K = ES/l_0$

Khi giữ lò xo tại C thì lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l_0' = 2l_0/3$ , có độ cứng  $K' = 3ES/2l_0$

Suy ra:  $K/K' = 2/3$ .

$$\text{Tại vị trí M có động năng gấp } 16/9 \text{ lần thế năng ứng với li độ } x_M = \pm \frac{3A}{5}$$

$$\Rightarrow \text{thế năng tại M là: } W_t = Kx_M^2/2 = 9KA^2/50.$$

Khi giữ lò xo tại C thì thế năng  $W_t$  này bị giữ lại  $1/3$  do lò xo bị giữ lại  $1/3$  chiều dài, vì thế năng lượng cung cấp cho hệ lúc sau chỉ còn:  $W' = KA^2/2 - [(1/3) \cdot 9KA^2/50]$ . Mặt khác:  $W' = (1/2)K'A'^2 \rightarrow \text{Đáp án A}$

**Cách 2:** Tìm động năng tại vị trí có động năng bằng  $(16/9)$  thế năng của hệ lúc đầu (theo biên độ  $A$ ) cũng là động năng của hệ lúc sau. Tìm vị trí cân bằng sau để tìm thế năng tại vị trí M theo vị trí cân bằng sau.

Khi đó cơ năng của hệ lúc sau bằng tổng động năng và thế năng tại M lúc sau này.

(sẽ tìm được vị trí cân bằng mới cách VTCB cũ là  $A/5$ . Vị trí M có li độ so với VTCB mới là  $2A/5$ )

**Câu 12.** Một vật có khối lượng  $M = 250 \text{ g}$ , đang cân bằng khi treo dưới một lò xo có độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$ . Người ta đặt nhẹ nhàng lên vật treo một vật có khối lượng  $m$  thì cả hai bắt đầu dao động điều hòa trên phương thẳng đứng và khi cách vị trí ban đầu  $2 \text{ cm}$  thì chúng có tốc độ  $40 \text{ cm/s}$ . Lấy  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ . Khối lượng  $m$  bằng:

- A.  $100 \text{ g}$ .      B.  $150 \text{ g}$ .      C.  $200 \text{ g}$ .      D.  $250 \text{ g}$ .

$$\text{Giải: Tại VTCB O khi chỉ có M, lò xo giãn: } \Delta l_0 = \frac{Mg}{k}; \text{ tại VTCB mới O' có (M+m), lò xo giãn: } \Delta l'_0 = \frac{(M+m)g}{k}$$

$$\text{O' nằm dưới O và cách O đoạn: } \Delta l_0 = \Delta l'_0 - \Delta l_0 = \frac{mg}{k}$$

Khi thả nhẹ vật m lên M thì biên độ dao động là :  $A = \Delta l = mg/k$  và Tần số:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$

khi hệ vật cách vị trí O 2cm thì có li độ là A-2cm:  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$  hay  $(\frac{mg}{k})^2 = (\frac{mg}{k} - 0,02)^2 + \frac{v^2(M+m)}{k}$ .

Thay số giải ra:  $m = 0,25\text{kg} \Rightarrow$  **Chọn D**

**Câu 13.** Hai vật A và B dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200\text{g}$ , treo vào một lò xo có độ cứng  $k = 50\text{ N/m}$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $L_0 = 30\text{ cm}$  thì buông nhẹ. Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B bị tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo.

A. 26 cm, B. 24 cm, C. 30 cm, **D. 22 cm**

**Giải:** Khi treo 2 vật độ giãn của lò xo:  $\Delta l = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$ .

Biên độ dao động của hệ lúc này  $A = 6\text{ cm}$

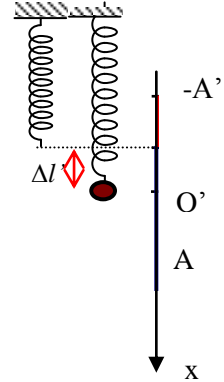
Lực đàn hồi của lò xo lớn nhất khi độ dài của lò xo  $l_{\max} = 36\text{ cm}$ .

Khi vật B tách ra hệ dao động điều hoà với vị trí cân bằng mới

$$\Delta l' = \frac{m_A g}{k} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$$

Biên độ dao động của con lắc lò xo lần sau  $A' = 10\text{cm}$ .

Suy ra chiều dài ngắn nhất của lò xo  $l_{\min} = 30 - (10 - 2) = 22\text{cm}$  **Chọn D.**



**Câu 14:** Hai vật A, B dán liền nhau  $m_B = 2m_A = 200\text{g}$ , treo vào 1 lò xo có độ cứng  $k = 50\text{N/m}$ . Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30\text{cm}$  thì buông nhẹ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Vật dao động điều hoà đến vị trí lực đàn hồi lò xo có độ lớn lớn nhất, vật B tách ra. Tính chiều dài ngắn nhất của lò xo

A. 26 B. 24 C. 30 D. 22

**Giải:** Độ biến dạng ban đầu khi hệ vật ở VTCB là  $\Delta l = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{(0,2 + 0,1)10}{50} = 0,06\text{m} = 6\text{cm}$

Nâng vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 30\text{cm}$  thì buông nhẹ. Do đó  $A = 6\text{cm}$

Độ biến dạng lúc sau của vật khi vật B tách ra là  $\Delta l' = \frac{m_A g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$

Chiều dài ngắn nhất của lò xo là  $l = l_0 + \Delta l' - A = 30 + 2 - 6 = 26\text{cm}$ . **Đáp án A**

**Câu 15.** một con lắc lò xo dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang với chu kì  $T = 2\pi$  (s), quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $m_1$  có gia tốc  $-2(\text{cm/s}^2)$  thì một vật có khối lượng  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_1$  có hướng làm lò xo bị nén lại. Vận tốc của  $m_2$  trước khi va chạm là  $3\sqrt{3}\text{ cm/s}$ . **Quãng đường vật** nặng đi được sau va chạm đến khi  $m_1$  đổi chiều chuyển động là:

A. 3,63cm B. 6 cm C. 9,63 cm D. 2,37cm

**Giải:** Gọi v là vận tốc của  $m_1$  ngay sau va chạm,  $v_2$  và  $v_2'$  là vận tốc của vật  $m_2$  trước và sau va chạm:

$v_2 = 2\text{cm/s}$ ; Theo định luật bảo toàn động lượng và động năng ta có:

$$m_2 v_2 = m_1 v + m_2 v_2' \quad (1') \Rightarrow m_1 v = m_2 (v_2 - v_2') \quad (1)$$

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \quad (2') \Rightarrow m_1 v^2 = m_2 (v_2^2 - v_2'^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $v = v_2 + v_2' \quad (3)$

$$v_2 - v_2' = m_1 v / m_2 \quad \text{và} \quad v_2 + v_2' = v \Rightarrow v = \frac{2m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2v_2}{3} = 2\sqrt{3}\text{ cm/s}$$

Gia tốc vật nặng  $m_1$  trước khi va chạm  $a = -\omega^2 A$ , với A là biên độ dao động ban đầu

$$\text{Tần số góc } \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \text{ (rad/s), Suy ra } -2\text{cm/s}^2 = -A \text{ (cm/s}^2) \Rightarrow A = 2\text{cm}$$

Gọi A' là biên độ dao động của con lắc sau va chạm với  $m_2$ . **Quãng đường vật** nặng đi được sau va chạm đến khi đổi chiều  $s = A + A'$

$$\text{Theo hệ thức độc lập: } x_0 = A, v_0 = v \Rightarrow A'^2 = A^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 2^2 + \frac{(2\sqrt{3})^2}{1} = 16$$

$\Rightarrow A' = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow S = A + A' = 6\text{cm}$ . **Chọn đáp án B**

**Câu 16:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với chu kì  $T = 2\pi$  (s), quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1$ . Khi lò xo có độ dài cực đại và vật  $m_1$  có gia tốc  $-2(\text{cm/s}^2)$  thì một vật có khối lượng  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) chuyển động dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_1$  có hướng làm lò xo bị nén lại. Vận tốc của  $m_2$  trước khi va chạm là  $3\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . **Khoảng cách** giữa hai vật kể từ lúc va chạm đến khi  $m_1$  đổi chiều chuyển động là:

- A. 3,63cm      B. 6 cm      C. 9,63 cm      D. 2,37cm

**Giải:** Gọi  $v$  là vận tốc của  $m_1$  ngay sau va chạm,  $v_2$  và  $v_2'$  là vận tốc của vật  $m_2$  trước và sau va chạm:  
 $v_2 = 2\text{cm/s}$ ;

Theo định luật bảo toàn động lượng và động năng ta có:

$$m_2 v_2 = m_1 v + m_2 v_2' \quad (1') \Rightarrow m_1 v = m_2 (v_2 - v_2') \quad (1)$$

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \quad (2') \Rightarrow m_1 v^2 = m_2 (v_2^2 - v_2'^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $v = v_2 + v_2'$  (3)

$$v_2 - v_2' = m_1 v / m_2 \quad \text{và} \quad v_2 + v_2' = v \Rightarrow v = \frac{2m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2v_2}{3} = 2\sqrt{3} \text{ cm/s}; \quad v_2' = -\sqrt{3} \text{ cm/s (vật } m_2 \text{ bị bật ngược lại)}$$

Gia tốc vật nặng  $m_1$  trước khi va chạm  $a = -\omega^2 A$ , với  $A$  là biên độ dao động ban đầu

$$\text{Tần số góc } \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \text{ (rad/s), Suy ra } -2\text{cm/s}^2 = -A \text{ (cm/s}^2) \text{ ----> } A = 2\text{cm}$$

Gọi  $A'$  là biên độ dao động của con lắc sau va chạm với  $m_2$ .

$$\text{Theo hệ thức độc lập: } x_0 = A, v_0 = v \Rightarrow A'^2 = A^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 2^2 + \frac{(2\sqrt{3})^2}{1} = 16 \Rightarrow A' = 4 \text{ (cm)}$$

Thời gian chuyển động của vật  $m_2$  từ lúc va chạm với  $m_1$  (ở vị trí  $x_0 = A = 2\text{cm}$ ) tới khi  $m_1$  đổi chiều chuyển động lần đầu tiên (ở vị trí biên  $A'$ ) là  $(T/12 + T/4) = T/3 = 2\pi/3 \text{ (s)} \rightarrow$  Trong thời gian này vật  $m_2$  coi là chuyển động thẳng đều được  $s_2 = v_2' \cdot 2\pi/3 = 2\sqrt{3} \pi/3 \approx 3,63\text{cm}$

Khoảng cách hai vật  $d = s_2 + A + A' = 9,63\text{cm}$ . **Chọn C**

**Câu 17:** Một vật có khối lượng  $m_1 = 1,25 \text{ kg}$  mắc vào lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 200 \text{ N/m}$ , đầu kia của lò xo gắn chặt vào tường. Vật và lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang có ma sát không đáng kể. Đặt vật thứ hai có khối lượng  $m_2 = 3,75 \text{ kg}$  sát với vật thứ nhất rồi đẩy chậm cả hai vật cho lò xo nén lại  $8 \text{ cm}$ . Khi thả nhẹ chúng ra, lò xo đẩy hai vật chuyển động về một phía. Lấy  $\pi^2 = 10$ , khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên thì hai vật cách xa nhau một đoạn là:

- A.  $4\pi - 8 \text{ (cm)}$       B.  $16 \text{ (cm)}$       C.  $2\pi - 4 \text{ (cm)}$       D.  $4\pi - 4 \text{ (cm)}$

**Giải:** Khi thả nhẹ chúng ra, lúc hai vật đến vị trí cân bằng thì chúng có cùng vận tốc:

$$v = v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot A = \sqrt{\frac{200}{1,25 + 3,75}} \cdot 8 = \sqrt{40} \cdot 8 = 16\pi \text{ (cm/s)}$$

Sau đó, vật  $m_1$  dao động với biên độ  $A_1$ ,  $m_2$  chuyển động thẳng đều (vì bỏ qua ma sát) ra xa vị trí cân bằng với vận tốc  $v = v_{\max}$ . Khi lò xo giãn cực đại thì độ giãn bằng  $A_1$  và áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ hai vật:

$$W = W_1 + W_2 \rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{\max}^2$$

$$A^2 = A_1^2 + \frac{m_2}{k} v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow A_1^2 = A^2 - \frac{m_2}{k} v_{\max}^2 = 64 \cdot 10^{-4} - \frac{3,75}{200} \cdot 256\pi^2 \cdot 10^{-4} \\ = 64 \cdot 10^{-4} - 48 \cdot 10^{-4} = 16 \cdot 10^{-4} \rightarrow A_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4\text{cm}$$

Quãng đường vật  $m_2$  đi được kể từ khi rời vật 1 đến khi vật 1 ở biên ứng với thời gian bằng  $t = \frac{T_1}{4}$  là:

$$s = v_{\max} t = 16\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 8\pi^2 \sqrt{\frac{1,25}{200}} = 8\pi^2 \sqrt{6,25 \cdot 10^{-3}} = 8\pi^2 \frac{2,5}{\pi} \cdot 10^{-1} = 2\pi \text{ (cm)}$$

Khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên thì hai vật cách xa nhau một đoạn là:  $L = s - A_1 = 2\pi - 4 \text{ (cm)}$ . **Chọn C**

**Câu 18:** Hai vật A và B có cùng khối lượng  $1 \text{ kg}$  và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài  $10\text{cm}$ , hai vật được treo vào lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Lấy

$\pi^2 = 10$ . Khi hệ vật và lò xo đang ở vị trí cân bằng đủ cao so với mặt đất, người ta đốt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lần đầu tiên vật A lên đến vị trí cao nhất thì khoảng cách giữa hai vật bằng:

A. 80cm

B. 20cm.

C. 70cm

D. 50cm

**Giải:** Tại vị trí cân bằng trọng lực tác dụng lên vật A cân bằng với lực đàn hồi.

$$P_A + P_B = F_{dh} \Leftrightarrow (m_A + m_B)g = F_{dh} \Leftrightarrow F_{dh} = 2mg \text{ (coi } m_A = m_B = m)$$

Khi người ta đốt dây vật A chỉ còn chịu tác dụng của lực đàn hồi và trọng lực của vật A.

Lực tác dụng lên vật A lúc này là:  $F = F_{dh} - P_A = 2mg - mg = mg$

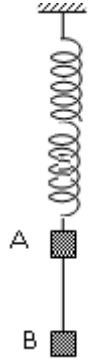
Lực này gây ra cho vật gia tốc a. Vật đang ở vị trí biên nên a chính là gia tốc cực đại

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g = A\omega^2 \rightarrow A = \frac{g}{\omega^2} = 0,1m$$

Khi đốt dây vật A đi từ vị trí thấp nhất đến vị trí cao nhất mất nửa chu kỳ  $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$  (s)

Cũng trong khoảng thời gian ấy vật B rơi tự do được quãng đường:  $S = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = 0,5m$

Vậy khoảng cách giữa A và B lúc này là :  $D = 2A + l + s = 80cm$ . **Chọn A**



**Câu 19.** Hai vật m có khối lượng 400g và B có khối lượng 200g kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài 10cm, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng là  $k=100N/m$  (vật A nối với lò xo) tại nơi có gia tốc trọng trường  $g=10m/s^2$ . Lấy  $\pi^2=10$ . Khi hệ vật và lò xo đang ở vtcb người ta đốt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng của nó. Sau khi vật A đi được quãng đường là 10cm thấy rằng vật B đang rơi thì khoảng cách giữa hai vật khi đó bằng

A. 140cm

B. 125cm

C. 135cm

D. 137cm

**Giải: Cách 1:** Độ giãn của lò xo khi hệ hai vật đang ở VTCB tại M

$$\Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,06m = 6cm$$

Vật A dao động điều hòa quanh VTCB mới O

khi đó độ giãn của lò xo  $\Delta l = \frac{m_A g}{k} = 0,04m = 4cm$ .

Suy ra vật  $m_A$  dao động điều hòa với biên độ:

$$A = \Delta l_0 - \Delta l = 2cm, \text{ và với chu kỳ } T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{10\pi^2}} = 0,4s$$

Chọn gốc tọa độ tại O chiều dương hướng xuống, Tọa độ của vật A sau khi đi được quãng đường 10cm tức là sau  $t = 1,25$  chu kỳ dao động  $x_1 = 0$ ;

Vật A ở gốc tọa độ.  $t = 1,25T = 0,5(s)$

Sau khi đốt dây nối hai vật vật B rơi tự do từ N cách O:  $ON = MN + MO = 12cm$ .

$$\text{Tọa độ của B } x_2 = ON + \frac{gt^2}{2} = 0,12 + 5 \cdot 0,25 = 1,37m = 137(cm)$$

Vậy khoảng cách giữa hai vật lúc này là  $x_2 - x_1 = 137cm$ . **Chọn D**

**Cách 2:** Độ biến dạng lò xo tại VTCB (do  $m_1$  kéo) :  $\Delta l = \frac{m_1 g}{k} = 0,04m = 4cm$

$$\text{Độ biến dạng lò xo do } m_1 \text{ kéo } \Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k} = 0,02m = 2cm = A$$

( $m_2$  có tác dụng như ta lấy tay kéo  $m_1$  một đoạn A rồi buông nhẹ)

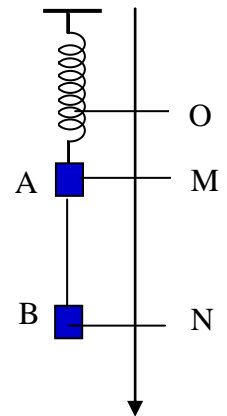
$$\text{Chu kỳ dao động } T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,4s$$

Vật  $m_1$  dao động đi được  $S=10cm=8cm+2cm=4A+A$ . Khi này vật dời lên đoạn  $h_1=2cm$

Khoảng thời gian đi quãng đường này là :  $1T + \frac{1}{4}T = 0,5s$

Trong khoảng t.gian này  $m_2$  rơi tự do được :  $h_2 = \frac{gt^2}{2} = 125cm$

Suy ra khoảng cách 2 vật là :  $h_1 + h_2 + 10cm = 2 + 125 + 10 = 137cm$



**Câu 20:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ có khối lượng m. Ban đầu vật m được giữ ở vị trí để lò xo bị nén 9 cm. Vật M có khối lượng bằng một nửa khối lượng vật m

nằm sát m. Thả nhẹ m để hai vật chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên, khoảng cách giữa hai vật m và M là:

A. 9 cm.

B. 4,5 cm.

C. 4,19 cm.

D. 18 cm.

**Giải 1:**

Khi qua vị trí cân bằng, vận tốc 2 vật là v

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho quá trình hai vật chuyển động từ vị trí lò xo bị nén  $\Delta l$  đến khi hai vật qua vị trí cân bằng:

$$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}(m+M)v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m+M}}\Delta l \quad (1)$$

Đến vị trí cân bằng, vật m chuyển động chậm dần, M chuyển động thẳng đều, hai vật tách ra, hệ con lắc lò xo chỉ còn m gắn với lò xo.

Khi lò xo có độ dài cực đại thì m đang ở vị trí biên, thời gian chuyển động từ vị trí cân bằng đến vị trí biên là  $T/4$

Khoảng cách của hai vật lúc này:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = v \cdot \frac{T}{4} - A \quad (2), \text{ với } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

$$A = \sqrt{\frac{m}{k}}v, \quad M = 0,5m$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } \Delta x = \sqrt{\frac{k}{1,5m}} \cdot \Delta l \cdot \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{m}{k}} - \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \sqrt{\frac{k}{1,5m}} \cdot \Delta l = \Delta l \cdot \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{1,5}} - \Delta l \sqrt{\frac{1}{1,5}} = 4,19 \text{ cm}$$

**Giải 2:**

\* Khi hệ vật chuyển động từ VT biên ban đầu đến VTCB: CLLX ( $m+M=1,5m$ ):  $v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{1,5m}}$

\* Khi đến VTCB, hai vật tách khỏi nhau do m bắt đầu chuyển động chậm dần, lúc này M chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_{\max}$  ở trên.

+ Xét CLLX có vật m (vận tốc cực đại không thay đổi):  $v_{\max} = A'\omega' = A'\sqrt{\frac{k}{m}} = A\sqrt{\frac{k}{1,5m}} \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{1,5}} = \frac{9}{\sqrt{1,5}} \text{ cm}$

+ Từ khi tách nhau (qua VTCB) đến khi lò xo có chiều dài cực đại thì m đến vị trí biên  $A'$ , thời gian dao động là

$$\Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{2\pi}{4\omega'} = \frac{\pi}{2\omega'}; \text{ với } \omega' = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega\sqrt{1,5} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{\omega \cdot 2\sqrt{1,5}}. \text{ Trong thời gian này, M đi được:}$$

$$s = v_{\max} \cdot \Delta t = \omega A \cdot \frac{\pi}{\omega \cdot 2\sqrt{1,5}} = \frac{4,5\pi}{\sqrt{1,5}} \text{ cm} \Rightarrow \text{Khoảng cách hai vật: } \Delta d = s - A' \approx 4,19 \text{ cm}$$

**Cách 3:** Ban đầu khi m và M còn dính nhau thì con lắc lò xo gồm (k, m và M) có biên độ  $A = 9 \text{ cm}$ .

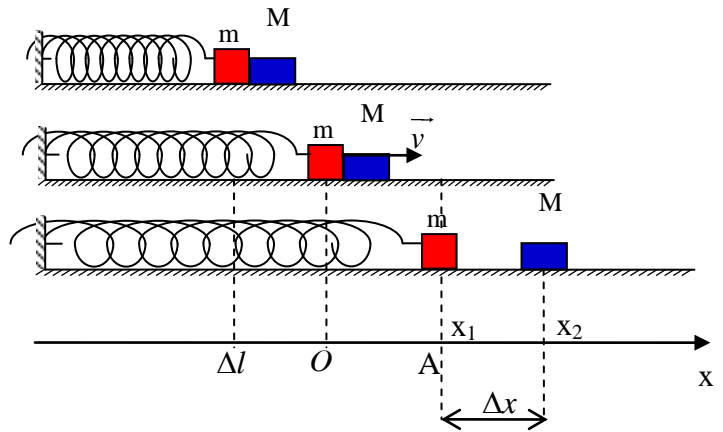
vận tốc của hệ tại VTCB là  $v_m = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m+M}}A$ . từ VTCB trở đi m chuyển động chậm dần còn M chuyển động đều với  $v_{\max}$ . Khi đó M tách khỏi m.

Khi M tách khỏi m: Ta có con lắc lò xo (k, m): có biên độ  $A' = \frac{v_m}{\omega'} = \sqrt{\frac{m}{m+M}}A$

thời gian m đi từ VTCB đến VT lò xo giãn cực đại lần đầu tiên:

$$t = T'/4 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}. \text{ Suy ra quãng đường mà M đi được trong thời gian trên: } s = v_{\max} t = \frac{\pi}{2} A \sqrt{\frac{m}{m+M}}$$

khoảng cách từ m đến M là  $d = s - A' = A \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \sqrt{\frac{m}{m+M}}$  với  $M = m/2$  Thay số:  $d = 4,19 \text{ cm}$ . **Đáp án C**





**Câu 21:** Cho hệ con lắc lò xo có độ cứng  $100\text{N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$ , người ta treo vật có khối lượng  $m_2 = 2\text{kg}$  dưới  $m_1$  bằng sợi dây ( $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$ ). Khi hệ đang cân bằng thì người ta đốt dây nối. Chọn chiều dương hướng lên, mốc thời gian là lúc hệ bắt đầu chuyển động. Số lần vật qua vị trí lò xo không biến dạng theo chiều dương kể từ lúc vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất đến thời điểm  $t = 10\text{s}$  là

- A. 19 lần      B. 16 lần      C. 18 lần      D. 17 lần

**Giải:** Độ giãn của lò xo khi treo cả 2 vật:  $\Delta l = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{k} = \frac{(1+2) \cdot 10}{100} = 0,3\text{m} = 30\text{cm}$

Độ giãn của lò xo khi treo vật  $m_1$ :  $\Delta l_1 = \frac{m_1 \cdot g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{100} = 0,1\text{m} = 10\text{cm}$

Khi đốt dây nối: -Suy ra biên độ dao động của vật  $m_1$ :  $A = 20\text{cm}$

-Tần số góc dao động của vật  $m_1$ :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\text{rad/s} = \pi^2\text{rad/s}$

-Chu kỳ dao động của vật  $m_1$ :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}\text{s} = \frac{2}{\pi}\text{s}$

-Chọn chiều dương hướng lên, mốc thời gian lúc hệ bắt đầu chuyển động thì PT dao động của vật  $m_1$ :

$$x = 20\cos(10t + \pi)\text{cm}$$

thời gian từ lúc đầu đến lúc vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất là  $T/4$

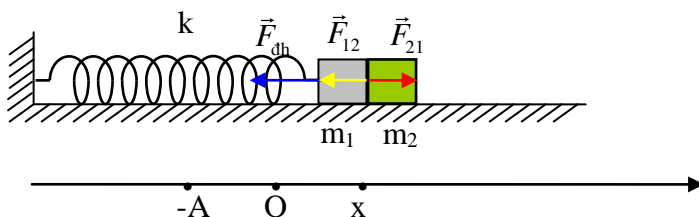
Ta có thể viết lại PT dao động của vật  $m_1$  kể từ lúc vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất:  $x = 20\cos(10t - \pi/2)\text{cm}$

Sau thời gian  $t = 10\text{s} = 5\pi \cdot T = 15,7T$

Dễ dàng thấy ;Số lần vật qua vị trí lò xo không biến dạng ( $x=10\text{cm}$ ) theo chiều dương kể từ lúc vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất là 16 lần. **Đáp án B**

**Câu 22:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, hệ số đàn hồi  $k = 100\text{N/m}$  được đặt nằm ngang, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại được gắn với chất điểm  $m_1 = 0,5\text{kg}$ . Chất điểm  $m_1$  được gắn với chất điểm thứ hai  $m_2 = 0,5\text{kg}$ . Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục  $Ox$  nằm ngang (gốc  $O$  ở vị trí cân bằng của hai vật) hướng từ điểm cố định giữ lò xo về phía các chất điểm  $m_1, m_2$ . Tại thời điểm ban đầu giữ hai vật ở vị trí lò xo nén  $2\text{cm}$  rồi buông nhẹ. Bỏ qua sức cản của môi trường. Hệ dao động điều hòa. Gốc thời gian chọn khi buông vật. Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đó đạt đến  $1\text{N}$ . Thời điểm mà  $m_2$  bị tách khỏi  $m_1$  là

- A.  $\frac{\pi}{2}\text{s}$ .      B.  $\frac{\pi}{6}\text{s}$ .      C.  $\frac{1}{10}\text{s}$ .      D.  $\frac{\pi}{10}\text{s}$ .



Giả sử tại thời điểm thời điểm vật  $m_2$  bắt đầu rời khỏi  $m_1$  thì ly độ của hai vật là  $x$ .

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho  $m_1$ , ta có:  $F_{21} - F_{dh} = m_1 a_1 \Rightarrow F_{21} = F_{dh} + m_1 a_1 = kx - m_1 \omega^2 x$

Theo bài toán:  $\Rightarrow x = \frac{F_{21}}{k - m_1 \omega^2} = \frac{F_{21}}{k - m_1 \frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{100 - 0,5 \cdot \frac{100}{0,5 + 0,5}} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$

Vậy khi vật  $m_2$  bị bong ra khỏi  $m_1$  thì 2 vật đang ở vị trí biên dương.

Thời gian cần tìm:  $\Delta t = \frac{T}{2}$ , với  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{5}\text{(s)}$ . Vậy  $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{10}\text{(s)}$  **Chọn D**

**Câu 23.** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k$ , chiều dài  $l$ , một đầu gắn cố định, một đầu gắn vào vật

có khối lượng  $m$ . Kích thích cho lò xo dao động điều hòa với biên độ  $A = \frac{l}{2}$  trên mặt phẳng ngang không ma sát.

Khi lò xo dao động và bị giãn cực đại, tiến hành giữ chặt lò xo tại vị trí cách vật một đoạn  $l$ , khi đó tốc độ dao động cực đại của vật là:

A.  $\ell \sqrt{\frac{k}{m}}$       B.  $\ell \sqrt{\frac{k}{6m}}$       C.  $\ell \sqrt{\frac{k}{2m}}$       D.  $\ell \sqrt{\frac{k}{3m}}$

**Giải:** Độ dài tự nhiên của phần lò xo sau khi bị giữ  $l' = \frac{2}{3}l$ .

Độ cứng của phần lò xo sau khi giữ là  $k'$ :  $\frac{k'}{k} = \frac{l}{l'} = \frac{3}{2} \Rightarrow k' = \frac{3}{2}k$

Vị trí cân bằng mới cách điểm giữ lò xo  $l'$ , khi đó vật

cách VTCB mới chính là biên độ dao động mới:  $A' = l - \frac{2}{3}l = \frac{1}{3}l$

Tốc độ dao động cực đại của vật tính theo công thức:  $\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{k'A'^2}{2}$

$$\Rightarrow v_{\max} = A' \sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{1}{3}l \sqrt{\frac{3k}{2m}} = l \sqrt{\frac{k}{6m}} \text{ . Chọn B}$$

**Câu 24.** Hai vật A và B lần lượt có khối lượng là  $2m$  và  $m$  được nối với nhau và treo vào lò xo thẳng đứng bằng các sợi dây mảnh, không dẫn.  $g$  là gia tốc rơi tự do. Khi hệ đang đứng yên ở vị trí cân bằng người ta cắt đứt dây nối hai vật. Gia tốc của A và B ngay sau khi dây đứt lần lượt là;

A  $g/2$  và  $g/2$       B  $g$  và  $g/2$       C  $g/2$  và  $g$       D  $g$  và  $g$

**Giải:**

\* Tại VTCB của 2 vật A,B thì  $F_{\text{đh}} = P_{AB} = 3mg$

\* Cắt đứt dây nối A, B thì B rơi tự do nên gia tốc của B là  $g$

\* Gia tốc của A tính theo ĐL II Newton  $a_A = F_{\text{hợp lực}} / m_A = (F_{\text{đh}} - P_A) / m_A = (3mg - mg) / 2mg = g/2 \rightarrow \text{Đáp án C}$

**Câu 25.** Hai vật A và B lần lượt có khối lượng là  $2m$  và  $m$  được nối với nhau và treo vào lò xo thẳng đứng bằng các sợi dây mảnh, không dẫn.  $g$  là gia tốc rơi tự do. Khi hệ đang đứng yên ở vị trí cân bằng người ta cắt đứt dây nối hai vật. Gia tốc của A và B ngay sau khi dây đứt lần lượt là;

A  $g/2$  và  $g/2$       B  $g$  và  $g/2$       C  $g/2$  và  $g$       D  $g$  và  $g$

**Giải:**

+ Độ biến dạng của lò xo khi hệ 2 vật ở VTCB:  $\Delta l_0 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{3mg}{k}$

+ Độ biến dạng của lò xo khi chỉ vật 1 (tại vị trí cân bằng):  $\Delta l_{01} = \frac{m_1 g}{k} = \frac{2mg}{k}$

+ Tại thời điểm cắt đứt dây nối hai vật thì vật 1 cách VTCB một đoạn là:  $x = \Delta l_0 - \Delta l_{01} = \frac{mg}{k}$

Ngay sau khi cắt thì vật 1 sẽ dao động điều hòa với tần số góc là:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ . Do đó gia tốc của vật 1 sẽ là:

$$|a| = \omega^2 x = \frac{k}{2m} \cdot \frac{mg}{k} = \frac{g}{2} \text{ . Còn vật 2 sẽ rơi tự do với gia tốc } g.$$

**Câu 26.** Hai vật A và B lần lượt có khối lượng là  $m$  và  $2m$  được nối với nhau và treo vào lò xo thẳng đứng bằng các sợi dây mảnh, không dẫn.  $g$  là gia tốc rơi tự do. Khi hệ đang đứng yên ở vị trí cân bằng người ta cắt đứt dây nối hai vật. Gia tốc của A và B ngay sau khi dây đứt lần lượt là;

A.  $g/3$  và  $g$       B.  $3g$  và  $g$       C.  $g$  và  $g$       D.  $2g$  và  $g$

**Giải:** Tại vị trí cân bằng ta có:  $kA = 3mg \Rightarrow A = \frac{3mg}{k}$

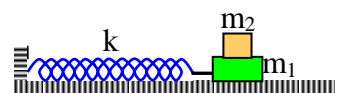
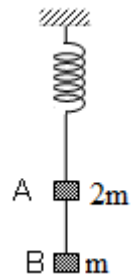
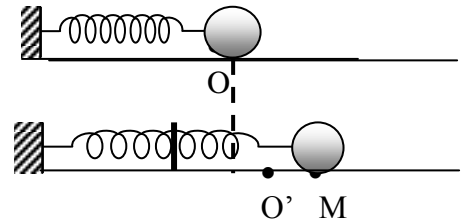
khi dây đứt B rơi tự do với gia tốc  $g$ ; A chịu lực quán tính trái đất và lực đàn hồi

$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} \cdot \frac{3mg}{k} = 3g \Rightarrow g_A = 3g - g = 2g$$

**Câu 27.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ ,  $m_1 = 100 \text{ g}$ ,  $m_2 = 150 \text{ g}$ . Bỏ qua ma sát giữa  $m_1$  và mặt sàn nằm ngang, ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu_{12} = 0,8$ . Biên độ dao động của vật  $m_1$  bằng bao nhiêu để hai vật không trượt lên nhau:

A.  $A \leq 0,8 \text{ cm}$       B.  $A \leq 2 \text{ cm}$       C.  $A \leq 7,5 \text{ cm}$       D.  $A \leq 5 \text{ cm}$

**Giải:** để không trượt: Lực quán tính cực đại nhỏ hơn lực ma sát





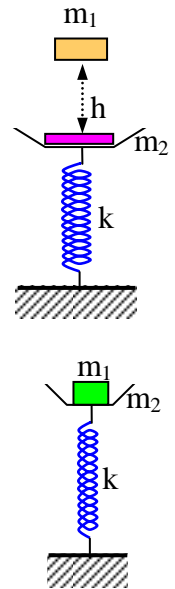
$$(m_2)\omega_2^2 A \leq \mu m_2 g \Rightarrow A \leq \frac{g \cdot \mu}{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{10,0,8}{\frac{100}{0,25}} = 2\text{cm} . \text{Đáp án B}$$

**Câu 28.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$ . vật  $m_1 = 200 \text{ g}$  vật  $m_2 = 300 \text{ g}$ . Khi  $m_2$  đang cân bằng thả  $m_1$  từ độ cao  $h$  (so với  $m_2$ ). Sau va chạm  $m_2$  dính chặt với  $m_1$ , cả hai cùng dao động với biên độ  $A = 10 \text{ cm}$ . Độ cao  $h$  là:

**A.**  $h = 0,2625 \text{ m}$     **B.**  $h = 25 \text{ cm}$     **C.**  $h = 0,2526 \text{ m}$     **D.**  $h = 2,5 \text{ cm}$

**Giải:** Trước va chạm lò xo nén  $6 \text{ cm}$ . Sau va chạm lò xo nén  $10 \text{ cm}$  (VTCB)  
vị trí tọa độ va chạm  $x = 4 \text{ cm}$ . vận tốc của hệ ngay lúc va chạm:

$$v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{2gh} = 0,4\sqrt{20h} \Rightarrow A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow h = 0,2625 \text{ Đáp án A}$$



**Câu 29.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ . vật  $m_1 = 150 \text{ g}$  vật  $m_2 = 100 \text{ g}$ . Bỏ qua lực cản của không khí, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .  $m_1$  và  $m_2$  cùng dao động. Hỏi biên độ của hai vật bằng bao nhiêu thì  $m_1$  không rời khỏi  $m_2$ ?

**A.** A bất kì.    **B.**  $A \leq 2 \text{ cm}$     **C.**  $A \leq 2,5 \text{ cm}$     **D.**  $A \leq 5 \text{ cm}$

**Giải:** làm giống bài 22  $\Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = 2,5 \text{ cm}$

**Câu 30.** Một vật nhỏ khối  $m$  đặt trên một tấm ván nằm ngang hệ số ma sát nghỉ giữa vật và tấm ván là  $\mu = 0,2$ . Cho tấm ván dao động điều hòa theo phương ngang với tần số  $f = 2 \text{ Hz}$ . Để vật không bị trượt trên tấm ván trong quá trình dao động thì biên độ dao động của tấm ván phải thỏa mãn điều kiện nào:

**A.**  $A \leq 1,25 \text{ cm}$     **B.**  $A \leq 1,5 \text{ cm}$     **C.**  $A \leq 2,5 \text{ cm}$     **D.**  $A \leq 2,15 \text{ cm}$

**Giải :**

Để vật không trượt trên tấm ván , thì vật và tấm ván cùng gia tốc ( vật luôn đứng yên trên tấm ván ).

Áp dụng điều kiện cân bằng cho vật trên tấm ván

$$\vec{F}_{MS} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \quad \text{với lực quán tính là } \vec{F}_{qt} = -m\vec{a} \text{ và gia tốc } a = -\omega^2 x$$

$$F_{MS} - F_{qt} = 0 \Rightarrow F_{MS} = -ma = -m\omega^2 x$$

Để vật không trượt thì  $F_{MS} \leq$  Lực ma sát nghỉ cực đại  $= \mu N$

Vì vật ở trên mặt phẳng nằm ngang  $N = mg$

$$\text{Từ (1); (2)} \Rightarrow \text{về độ lớn } |m\omega^2 x| \leq \mu mg$$

Khi li độ cực đại  $|x| = A \Rightarrow A \leq \mu g / \omega^2$  (3) với  $\omega = 2\pi f$ . Thay số :  $A \leq 1,26 \text{ cm} \Rightarrow$  chọn A

**Cách khác:** đơn giản theo định luật II Newton áp dụng cho vật  $m$  :

$$F = ma = m\omega^2 A \leq \text{Lực ma sát nghỉ cực đại} = \mu mg \Rightarrow A \leq \mu g / \omega$$

**Câu 31.** Cho một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Một học sinh tiến hành hai lần kích thích dao động. Lần thứ nhất, nâng vật lên rồi thả nhẹ thì gian ngắn nhất vật đến vị trí lực đàn hồi triệt tiêu là  $x$ . Lần thứ hai, đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ thì thời gian ngắn nhất đến lúc lực hồi phục đổi chiều là  $y$ . Tỉ số  $x/y = 2/3$ . Tỉ số gia tốc vật và gia tốc trọng trường ngay khi thả lần thứ nhất là

**A.** 1/5    **B.** 3    **C.** 3/2    **D.** 2

**Giải:**

+Ở TN 1 thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí ban đầu đến vị trí lực đàn hồi triệt tiêu tương ứng với từ vị trí biên âm đến vị trí  $-\Delta l$  lúc này vật thực hiện góc quay  $\varphi = \omega x$  (1)

$$\text{Và } \cos \varphi = \frac{\Delta l}{A} \quad (2)$$

+TN 2 vật đi từ vị trí ban đầu đến vị trí lực hồi phục đổi chiều đầu tiên tương ứng với từ vị trí biên về vị trí cân bằng.

$$\text{thời gian này là } y = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega}; \text{Do } \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{3\omega} \quad (3)$$

$$\text{Từ 1 và 3 } \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ kết hợp với 2 : } \frac{\Delta l}{A} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mặt khác ở thí nghiệm lần 1 vật ở VTB nên gia tốc của vật là cực đại : } a = \omega^2 A = \frac{g}{\Delta l} A \rightarrow \frac{a}{g} = \frac{A}{\Delta l} = 2$$

**Câu 32.** Con lắc lò xo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ . Nâng vật lên cho lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ để con lắc dao động. Bỏ qua mọi lực cản. Khi vật  $m$  tới vị trí thấp nhất thì nó tự động được gắn thêm vật  $m_0 = 500\text{g}$  một cách nhẹ nhàng. Chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Hỏi năng lượng dao động của hệ thay đổi một lượng bằng bao nhiêu?

- A.** Giảm 0,375J                      **B.** Tăng 0,125J  
**C.** Giảm 0,25J                      **D.** Tăng 0,25J

**Giải:**

$$\Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 0,1m = 10cm = A_1$$

Tại vị trí thấp nhất của m<sub>1</sub>:  $F_{\text{đh}} = k(\Delta l_1 + A_1) = 20N > P + P_0 = 15N$

Do đó vị trí gắn  $m_0$  cũng là vị trí biên lúc sau của hệ con lắc có hai vật  $(m + m_0)$

$$\Delta l_2 = \frac{(m + m_0)g}{k} = 0,15m$$

Từ hình vẽ, ta có:  $O_1O_2 = 5cm \Rightarrow A_2 = 5cm$

Độ biến thiên cơ năng:

$$W_2 - W_1 = \frac{1}{2}k(A_2^2 - A_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (0,05^2 - 0,1^2) = -0,375J \text{ .Đáp án A}$$

**Câu 33:** Con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang không ma sát. Khi vật ở vị trí biên, ta giữ chặt một phần của lò xo làm cơ năng của vật giảm 10% thì biên độ dao động của vật sẽ:

- A.** giảm  $\sqrt{10}$  %      **B.** tăng  $\sqrt{10}$  %      **C.** giảm 10%      **D.** tăng 10%

**Giải 1:**

- Gọi chiều dài tự nhiên của lò xo là  $l_0$
- Chiều dài tự nhiên của đoạn cố định là  $l_{01}$ .
- Chiều dài tự nhiên của đoạn nối với vật là  $l_{02}$ .
- $l + A$ : Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí biên.
- $l_1$ : chiều dài của đoạn cố định.
- $l_2$ : Chiều dài của đoạn còn lại khi vật ở vị trí biên:
- Đặt  $l_2 = n.l_1 \Rightarrow l_{02} = n.l_{01}; \Delta l_{02} = n.\Delta l_{01}$ .

( $\Delta l_{01}, \Delta l_{02}$ : lần lượt là độ biến dạng của lò xo của đoạn cố định, của đoạn còn lại khi vật đang ở vị trí biên  $\Delta l_{02} = A'$ )

+ Ta có:  $k.l_0 = k.l_{o_1} = k.l_{o_2} \Rightarrow k(l_{o_1} + l_{o_2}) = k.l_{o_2}$  hay  $kl_{o_2}(\frac{1}{n} + 1) = k.l_{o_2} \Rightarrow k_2 = (\frac{1}{n} + 1)k$  <sup>(1)</sup>

+ Lại có:  $A = \Delta l_{01} + \Delta l_{02} = (\frac{1}{n} + 1)\Delta l_{02} = (\frac{1}{n} + 1)A' \Rightarrow A' = \frac{n}{n+1}A$  <sup>(2)</sup>

+ Theo giả thiết  $W' = 0,9W \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 0,9 \cdot \frac{1}{2}k_2A'^2 \quad (3)$

+ Từ (1), (2) và (3) suy ra:  $A' = 0,9A \Rightarrow$  Biên độ giảm 10%

**Giải 2:** Từ một lò xo luôn có tích:  $k_0 l_0 = k_1 l_1 = \text{hằng số}$ . Do đó  $k_0 \Delta l_0 = k \Delta l$

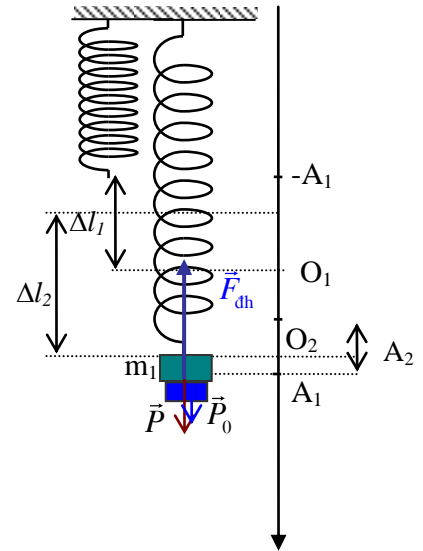
Với con lắc lò xo nằm ngang có:  $\Delta l = A$ ;  $\Delta l_0 = A_0$ .

$$\Rightarrow k_0 A_0 = kA \Rightarrow \frac{E_0}{E} = \frac{\frac{1}{2} k_0 A_0 A_0}{\frac{1}{2} k A A} = \frac{A_0}{A} \quad \text{Tóm lại cơ giảm 10\% thì biên cũng giảm 10\%}$$

**Câu 34.** Một lò xo nhẹ độ cứng  $k = 20\text{N/m}$  đặt thẳng đứng, đầu dưới gắn cố định, đầu trên gắn với 1 cái đĩa nhỏ khối lượng  $M = 600\text{g}$ , một vật nhỏ khối lượng  $m = 200\text{g}$  được thả rơi từ độ cao  $h = 20\text{cm}$  so với đĩa, khi vật nhỏ chạm đĩa thì chúng bắt đầu dao động điều hòa, coi va chạm hoàn toàn không đàn hồi. Chọn  $t = 0$  ngay lúc va chạm, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của hệ vật  $M + m$ , chiều dương hướng xuống. Phương trình dao động của hệ vật là.

- A.  $x = 20\sqrt{2}\cos(5t - \frac{3\pi}{4})\text{cm}$
- B.  $x = 10\sqrt{2}\cos(5t - \frac{3\pi}{4})\text{cm}$
- C.  $x = 10\sqrt{2}\cos(5t + \frac{\pi}{4})\text{cm}$
- D.  $x = 20\sqrt{2}\cos(5t - \frac{\pi}{4})\text{cm}$

**Giải:**



+ Khi chỉ có đĩa M thì trạng thái cân bằng lò xo nén:  $\Delta l_1 = \frac{Mg}{k}$

+ Khi có hệ M + m thì vị trí cân bằng lò xo nén;  $\Delta l_2 = \frac{(M+m)g}{k}$

+ Khi xảy ra va chạm thì hệ M+m đang ở li độ  $x_0 = \Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 10\text{cm}$

+ Vận tốc của m ngay trước khi va chạm là:  $v = \sqrt{2gh} = 2\text{m/s}$ .

+ Bảo toàn động lượng cho hệ hai vật trong thời gian va chạm ta có:  $mv = (M+m)v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{mv}{M+m} = 0,5\text{m/s}$

+ Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 5(\text{rad/s}) \Rightarrow$  Biên:  $A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} = 10\sqrt{2}\text{ cm}$ .

+  $t_0 = 0$  có:  $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  và  $v_0 > 0$  (chiều dương hướng xuống)  $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 20\sqrt{2}\cos(5t - \frac{\pi}{4})\text{cm}$ , **Đáp án: B**

**Câu 35.** Con lắc lò xo thẳng đứng, lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ . Nâng vật lên cho lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ để con lắc dao động. Bỏ qua mọi lực cản. Khi vật m tới vị trí thấp nhất thì nó tự động được gắn thêm vật  $m_0 = 500\text{g}$  một cách nhẹ nhàng. Chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Hỏi năng lượng dao động của hệ thay đổi một lượng bằng bao nhiêu?

A. Giảm 0,25J    B. Tăng 0,25J    C. Tăng 0,125J    D. Giảm 0,375J

**Giải:** Gọi O là VTCB lúc đầu. Biên độ dao động của vật:  $A = \Delta l = \frac{mg}{k} = 0,1\text{m} = 10\text{cm}$

Khi vật ở điểm thấp nhất M vật có li độ  $x = A$   
Năng lượng dao động của hệ bằng cơ năng của vật ở VTCB O

$$W_0 = W_d + W_t = \frac{kA^2}{2} + 0 = \frac{kA^2}{2} = 0,5\text{J}$$

(Vì chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng)  
Sau khi thêm vật  $m_0$  VTCB mới tại O'

$$\text{Với } M'O' = \Delta l' = \frac{(m+m_0)g}{k} = 0,15\text{m} = 15\text{ cm} = 1,5A$$

Tại M vật tốc của  $(m+m_0)$  bằng 0 nên biên độ dao động mới của hệ  
 $A' = MO' = 0,5A$

Năng lượng dao động của hệ bằng cơ năng của vật ở VTCB O'

$$W = W_d + W_t = \frac{kA'^2}{2} + 0 = \frac{kA^2}{8} \quad (\text{Vì chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng}).$$

$$\Delta W = W_0 - W = \frac{kA^2}{2} - \frac{kA^2}{8} = \frac{3kA^2}{8} = \frac{1,5}{4} = 0,375\text{ J}$$

Năng lượng dao động của hệ giảm một lượng bằng 0,375J. Chọn D

**Câu 36.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 4cm. Biết lò xo nhẹ có độ cứng 100N/m và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Khi vật đến vị trí cao nhất, ta đặt nhẹ nhàng lên nó một gia trọng  $\Delta m = 150\text{g}$  thì cả hai cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động sau khi đặt là

A. 2,5 cm    B. 2 cm    C. 5,5 cm    D. 5 cm

**Giải:** Khoảng cách giữa vị trí cân bằng lúc chưa đặt gia trọng và

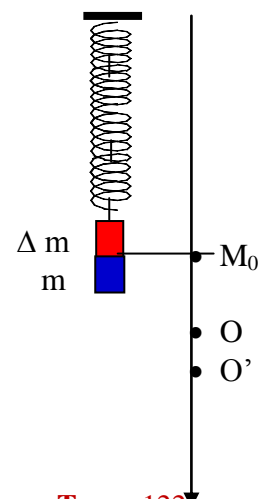
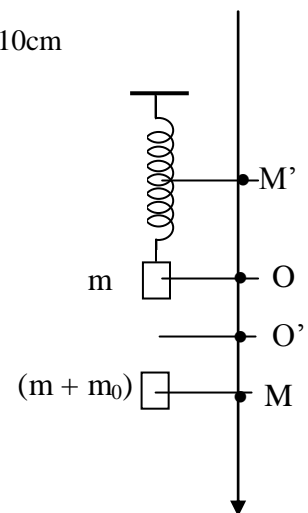
$$\text{sau khi đặt gia trọng là } OO' = \frac{\Delta m}{k} g = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,5\text{cm}$$

Do đó biên độ dao động lúc đầu là  $A = OM_0 = 4\text{cm}$

Biên độ dao động lúc sau  $A' = O'M_0 = OM_0 + OO' = 5,5\text{ cm}$ .

**Đáp án C**

**Câu 37.** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm vật M có khối lượng 400g và lò xo có hệ số cứng 40N/m đang dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng với biên độ 5cm. Khi M qua vị trí cân bằng người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 100g lên M (m dính chặt ngay vào M),



sau đó hệ m và M dao động với biên độ

A.  $2\sqrt{5}\text{cm}$

B.  $4,25\text{cm}$

C.  $3\sqrt{2}\text{cm}$

D.  $2\sqrt{2}\text{cm}$

**Giải:** Tần số góc của con lắc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{40}{0,4}} = 10 \text{ rad/s}$ .

Tốc độ của M khi qua VTCB  $v = \omega A = 50 \text{ cm/s}$ ; Tốc độ của (M + m) khi qua VTCB  $v' = \frac{Mv}{M+m} = 40 \text{ cm/s}$

Tần số góc của hệ:  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \sqrt{\frac{40}{0,5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} \text{ rad/s}$ . Biên độ dao động của hệ:  $A' = \frac{v'}{\omega'} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$ . **Đáp án A**

**Câu 38:** Một quả cầu có khối lượng  $M = 0,2\text{kg}$  gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng  $20\text{N/m}$ , đầu dưới của lò xo gắn với đế có khối lượng  $M_d$ . Một vật nhỏ có khối lượng  $m = 0,1 \text{ kg}$  rơi từ độ cao  $h = 0,45\text{m}$  xuống va chạm đàn hồi với M. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Sau va chạm vật M dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn đế không bị nhấc lên thì  $M_d$  không nhỏ hơn

A.  $300 \text{ g}$

B.  $200 \text{ g}$

C.  $600 \text{ g}$

D.  $120 \text{ g}$

**Giải:** Gọi O là VTCB.

Vận tốc của m trước khi chạm M:  $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}$

Gọi V và v là vận tốc của M và m sau va chạm

$$MV + mv = mv_0 \quad (1) \quad \text{với } v_0 = -3\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $V = \frac{2}{3}v_0 = -2\sqrt{2} \text{ m/s} \Rightarrow V_{\max} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$

Tần số góc của dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$

Độ nén của lò xo khi vật ở VTCB:  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{20} = 0,1\text{m} = 10 \text{ cm}$

Biên độ của dao động:  $A = \frac{V_{\max}}{\omega} = \frac{2\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

Muốn đế không bị nhấc lên  $F_{\text{dhmax}} \leq gM_d$

$F_{\text{dhmax}} = k(A - \Delta l) = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ N}$  Do đó  $M_d \geq \frac{F_{\text{dhmax}}}{g} = 0,2 \text{ kg} = 200\text{g}$ . **Chọn B**

**Câu 39.** Một vật có khối lượng  $m_1 = 1,25 \text{ kg}$  mắc vào lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 200 \text{ N/m}$ , đầu kia của lò xo gắn chặt vào tường. Vật và lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang ma sát không đáng kể. Đặt vật thứ hai có khối lượng  $m_2 = 3,75 \text{ kg}$  sát với vật thứ nhất rồi đẩy chậm cả hai vật cho lò xo nén lại  $8 \text{ cm}$ . Khi thả nhẹ chúng ra, lò xo đẩy hai vật chuyển động về một phía. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên thì hai vật cách xa nhau một đoạn là

A.  $(4\pi - 4) \text{ cm}$ .

B.  $(2\pi - 4) \text{ cm}$ .

C.  $16 \text{ cm}$ .

D.  $(4\pi - 8) \text{ cm}$ .

**Giải:** Thế năng ban đầu của hệ  $E = kA_1^2/2 = 200 \cdot (8 \cdot 10^{-2})^2/2 = 0,64\text{J}$

Vận tốc của hai vật khi về vị trí cân bằng có:  $v^2 = 2E/(m_1 + m_2) = 2 \cdot 0,64/5 = 0,256 = 16^2 \cdot 10^{-3}$

Suy ra  $v = 0,16\pi \text{ (m/s)}$

Khi về đến vị trí cân bằng vật 2 chuyển động thẳng đều với vận tốc v

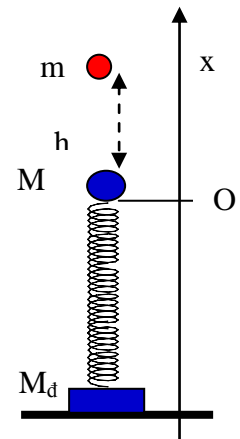
Vật 1 dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,25}{200}} = 0,5 \text{ s}$

Khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên thì vật 1 đi đến vị trí biên và thời gian chuyển động  $t = T/4 = 0,125\text{s}$

Biên độ dao động  $A' = \sqrt{\frac{m_1 v^2}{k}} = \sqrt{\frac{1,25 \cdot 0,256}{200}} = 0,04\text{m} = 4\text{cm}$

Quãng đường vật 2 đi được khi đó ( trong thời gian  $t = 0,125\text{s}$ ):  $S = v \cdot t = 0,16\pi \cdot 0,125 = 0,02 \cdot \pi \text{ (m)} = 2\pi \text{ cm}$

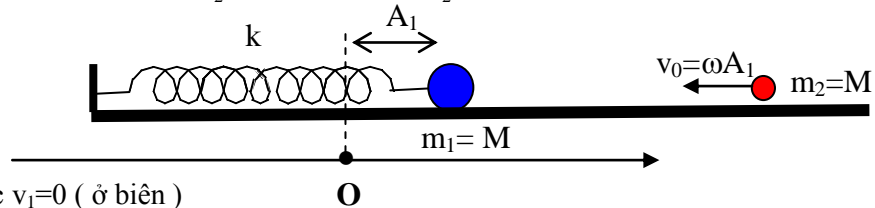
Khoảng cách giữa hai vật  $L = S - A' = (2\pi - 4) \text{ cm} = 2(\pi - 2) \text{ cm}$ . **Đáp án B**



**Câu 40.** Một con lắc lò xo gồm vật M và lò xo có độ cứng k đang dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhẵn với biên độ  $A_1$ . Đúng lúc vật M đang ở vị trí biên thì một vật m có khối lượng bằng khối lượng vật M, chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $v_0$  bằng vận tốc cực đại của vật M, đến va chạm với M. Biết va chạm giữa hai vật là đàn hồi xuyên tâm, sau va chạm vật M tiếp tục dao động điều hòa với biên độ  $A_2$ . Tính tỉ số biên độ dao động của vật M trước và sau va chạm:

A  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$       B  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$       C  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3}$       D  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2}$

**Giải:**



\* Trước va chạm  $m_1 = M$  có vận tốc  $v_1 = 0$  (ở biên)

$m_2 = M$  có vận tốc  $v_2 = v_0 = v_{1\max} = \omega A_1$

\* Gọi  $v'_1$  và  $v'_2$  là vận tốc của 2 vật sau va chạm

\* Áp dụng ĐLBT động lượng và cơ năng ta có

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'_1 = v_2 = \omega A_1 \\ v'_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{sau va chạm 2 vật trao đổi vận tốc cho nhau})$$

\* Như vậy đối với vật  $m_2 = M$ , có tại vị trí  $x = A_1$ , được truyền vận tốc  $v'_1 = -\omega A_1$  (vì chiều + Ox như hình vẽ)

$$\rightarrow A_2^2 = \left(\frac{v'_1}{\omega}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{\omega A_1}{\omega}\right)^2 + (A_1)^2 = 2A_1^2 \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{Đáp án A}$$

**Câu 41.** Con lắc lò xo gồm vật nặng  $M = 300\text{g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 200\text{N/m}$  lồng vào một trục thẳng đứng như hình bên. Khi M đang ở vị trí cân bằng, thả vật  $m = 200\text{g}$  từ độ cao  $h = 3,75\text{cm}$  so với M. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua ma sát. Va chạm là mềm. Sau va chạm cả hai vật cùng dao động điều hòa. Chọn trục tọa độ thẳng đứng hướng lên, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của M trước khi va chạm, gốc thời gian là lúc va chạm. Phương trình dao động của hai vật là

A.  $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) - 1 \quad (\text{cm})$

B.  $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) + 1 \quad (\text{cm})$

C.  $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) \quad (\text{cm})$

D.  $x = 2\cos(2\pi t - \pi/3) \quad (\text{cm})$

**Hướng dẫn:**

+ Chọn mốc thế năng tại O (Vị trí cân bằng của M trước va chạm)

+ Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho m ta có:  $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \approx 0,866\text{m/s}$

+ AD định luật bảo toàn động lượng ta có:  $mv = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv}{m + M} = 0,3464\text{m/s}$

+ Khi có thêm vật m vị trí cân bằng mới O' cách O một đoạn:  $\Delta l = mg/k = 1\text{cm}$

+ Như vậy hệ (m + M) sẽ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O' cách O một đoạn 1cm.

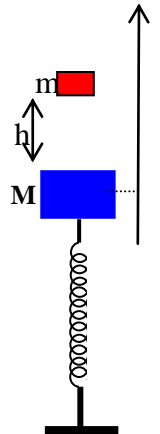
+ Phương trình dao động của hệ (m + M) khi gốc tọa độ tại O có dạng là:  $x = A\cos(\omega t + \varphi) - 1$

+ Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}} = 20(\text{rad/s})$

$$\text{+ Khi } t = 0 \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = -V \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A\cos\varphi - 1 = 0 \\ -\omega A\sin\varphi = -34,64 \end{cases}$$

+ Giải hệ phương trình trên ta được:  $A = 2\text{cm}$ ;  $\varphi = \pi/3$

+ Phương trình dao động là:  $x = 2\cos(2\pi t + \pi/3) - 1 \quad (\text{cm})$



**CHỦ ĐỀ 3: CÁC DẠNG TOÁN VỀ CON LẮC ĐƠN****I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Phương trình dao động :** (khi  $\alpha \leq 10^\circ$ ):

$$s = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ hoặc } \alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ với } s = a l, S_0 = \alpha_0 l$$

$$\Rightarrow v = s' = -\omega S_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega \alpha_0 l \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow a = v' = -\omega^2 S_0 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \alpha_0 l \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2 a l$$

**Lưu ý:**  $S_0$  đóng vai trò như A còn  $s$  đóng vai trò như  $x$

**2. Chu kỳ và tần số của con lắc đơn**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \text{ chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \text{ tần số: } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Trong đó:  $s = l\alpha$  : là hệ thức liên hệ giữa độ dài cung và bán kính cung.

**3. Hệ thức độc lập:**

$$* \boxed{a = -\omega^2 s = -\omega^2 a l} \quad \text{Trong đó: } s = l\alpha \text{ là hệ thức liên hệ giữa độ dài cung và bán kính cung.}$$

$$* \boxed{S_0^2 = s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} \quad \text{Với } S_0 \text{ là biên độ cung như là biên độ A}$$

$$* \boxed{\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2 l^2} = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}}$$

$$4. \text{ Năng lượng của con lắc đơn: } \boxed{W = \frac{1}{2} m \omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{l} S_0^2 = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 l^2 \alpha_0^2}$$

$$+ \text{ Động năng: } W_d = \frac{1}{2} m v^2. \quad + \text{ Thế năng: } W_t = mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} mgl \alpha^2 \quad (\alpha \leq 10^\circ, \alpha \text{ (rad)}).$$

$$+ \text{ Cơ năng: } W = W_t + W_d = mgl(1 - \cos \alpha_0) = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2.$$

Cơ năng của con lắc đơn được bảo toàn nếu bỏ qua ma sát.

**5. Tại cùng một nơi con lắc đơn chiều dài  $l_1$  có chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn chiều dài  $l_2$  có chu kỳ  $T_2$ , thì:**

$$+ \text{ Con lắc đơn chiều dài } l_1 + l_2 \text{ có chu kỳ là: } \boxed{T^2 = T_1^2 + T_2^2}$$

$$+ \text{ Con lắc đơn chiều dài } l_1 - l_2 (l_1 > l_2) \text{ có chu kỳ là: } \boxed{T^2 = T_1^2 - T_2^2}$$

**6. Khi con lắc đơn dao động với  $\alpha_0$  bất kỳ.**

$$a/ \text{ Cơ năng: } \boxed{W = mgl(1 - \cos \alpha_0)}$$

$$b/ \text{ Vận tốc: } \boxed{v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}}$$

$$c/ \text{ Lực căng của sợi dây: } \boxed{T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)}$$

**Lưu ý:** - Các công thức này áp dụng đúng cho cả khi  $\alpha_0$  có giá trị lớn

- Khi con lắc đơn dao động điều hoà ( $\alpha_0 \ll 1 \text{ rad}$ ) thì:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} mgl \alpha_0^2; v^2 = gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} \quad (\text{đã có ở trên})$$

$$\boxed{T_c = mg(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2} \alpha^2)}$$

\* Nhận xét:

- Khi con lắc đi qua vị trí cân bằng ( $\alpha = 0$ ) thì khi đó cả tốc độ và lực căng dây đều đạt giá trị lớn nhất:

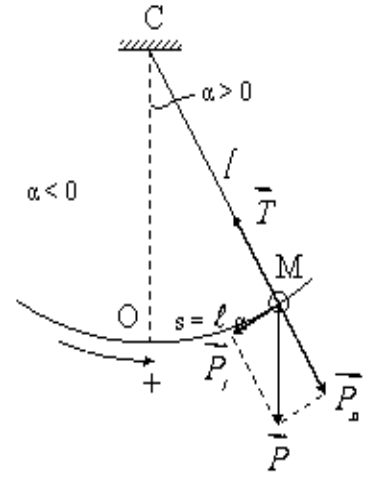
$$\boxed{v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}}$$

$$\boxed{T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)}$$

- Khi con lắc đi qua vị trí biên ( $\alpha = \alpha_0$ ) thì khi đó cả tốc độ và lực căng dây đều đạt giá trị nhỏ nhất:

$$\boxed{v_{\min} = \sqrt{2gl(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_0)} = 0}$$

$$\boxed{T_{\min} = mg(3 \cos \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0) = mg \cos \alpha_0}$$





**7. Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ cao  $h_1$ , nhiệt độ  $t_1$ . Khi đưa tới độ cao  $h_2$ , nhiệt độ  $t_2$  thì ta có:**

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta h}{R} + \frac{\alpha \Delta t}{2}$$

Với  $R = 6400\text{km}$  là bán kính Trái Đất, còn  $\alpha$  là hệ số nở dài của thanh con lắc.

**8. Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ sâu  $d_1$ , nhiệt độ  $t_1$ . Khi đưa tới độ sâu  $d_2$ , nhiệt độ  $t_2$  thì ta có:**

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta d}{2R} + \frac{\alpha \Delta t}{2}$$

Lưu ý: \* Nếu  $\Delta T > 0$  thì đồng hồ chạy chậm (đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn)

\* Nếu  $\Delta T < 0$  thì đồng hồ chạy nhanh

\* Nếu  $\Delta T = 0$  thì đồng hồ chạy đúng

\* Thời gian chạy sai mỗi ngày ( $24\text{h} = 86400\text{s}$ ):  $\theta = \frac{|\Delta T|}{T} 86400(\text{s})$

## II. CÁC DẠNG BÀI TẬP CON LẮC ĐƠN

### Dạng 1: Chu kỳ và tần số dao động của con lắc đơn

$$\text{Tần số: } \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ rad; Chu kì: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ s; Tần số: } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ Hz}$$

$$\text{Từ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g} \text{ và } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{f^2} = \frac{4\pi^2}{g} \ell$$

$$\text{Nhận xét: } T^2 \text{ tỉ lệ với } \ell: \Rightarrow \text{Nếu } \ell = \ell_1 + \ell_2 + \dots \text{ Thì } T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots$$

$$\frac{1}{f^2} \text{ tỉ lệ với } \ell: \Rightarrow \text{Nếu } \ell = \ell_1 + \ell_2 + \dots \text{ Thì } \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \dots$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2\text{s}$ . Nếu tăng chiều dài  $\ell$  của con lắc thêm  $20,5\text{cm}$  thì chu kỳ dao động mới của con lắc là  $2,2\text{s}$ . Tìm chiều dài  $\ell$  và gia tốc trọng trường  $g$ .

**Giải:** Gọi  $T$  và  $T'$  là chu kỳ dao động của con lắc trước và sau khi tăng chiều dài.

Ta có:

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell'}{g}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell + 0,205}{g}} \end{cases} \rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell + 0,205}{\ell}} = \frac{2,2}{2} = 1,1 \Leftrightarrow \frac{\ell + 0,205}{\ell} = 1,21 \Leftrightarrow \ell =$$

$$0,976 \text{ m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2} =$$

Thay  $\ell$  vào công thức tính  $T$  ta có  $9,632\text{m/s}^2$ .

**Ví dụ 2 :** Hai con lắc đơn có hiệu chiều dài là  $14\text{cm}$ . Trong cùng một khoảng thời gian con lắc thứ nhất thực hiện được 15 dao động thì con lắc thứ hai thực hiện được 20 dao động. Tính chiều dài  $\ell$  và chu kỳ  $T$  của mỗi con lắc. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải :** Ta có số dao động  $N$  và khoảng thời gian  $\Delta t$  mà các con lắc thực hiện được liên hệ với nhau theo phương trình:  $\Delta t = N.T$

$$\Delta t = N_1 T_1 = N_2 T_2 \Leftrightarrow 15 T_1 = 20 T_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{3}$$

Theo bài ta có :

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{16}{9} > 1 \Rightarrow \ell > \ell_2 \Rightarrow \ell_1 - \ell_2 = 14\text{cm}$$

Mà:

$$\begin{cases} \ell_1 - \ell_2 = 14\text{cm} \\ \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{16}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell_1 = 32\text{cm} \\ \ell_2 = 18\text{cm} \end{cases}$$

Từ đó ta có:

$$\ell_1 = 32\text{cm} = 0,32\text{m} \rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,32}{9,86}} = 1,13\text{s}$$

Với:

$$\ell_2 = 18\text{cm} = 0,18\text{m} \rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,18}{9,86}} = 0,85\text{s}$$

Với

## Dạng 2: Tính tốc độ và lực căng dây của con lắc đơn

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 50$  gam, treo vào dây mảnh dài  $l$ . lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi buông ra không vận tốc ban đầu.

- Xác định tốc độ quả nặng tại vị trí có góc lệch  $\alpha = 45^\circ, \alpha = 30^\circ, \alpha = 0^\circ$ . Có nhận xét gì?
- Xác định sức căng dây treo tại vị trí có góc lệch  $\alpha = 60^\circ; \alpha = 45^\circ, \alpha = 30^\circ, \alpha = 0^\circ$  (so với phương thẳng đứng)

**Giải:** Dễ dàng chứng minh và đưa ra kết quả

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \quad (1)$$

$$T = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0) \quad (2)$$

- Thay  $\alpha_0, \alpha$  vào (1)  $\rightarrow$  tìm được các giá trị tương ứng.
- Thay  $\alpha$  vào phương trình (2)  $\rightarrow$  tìm được các giá trị tương ứng.

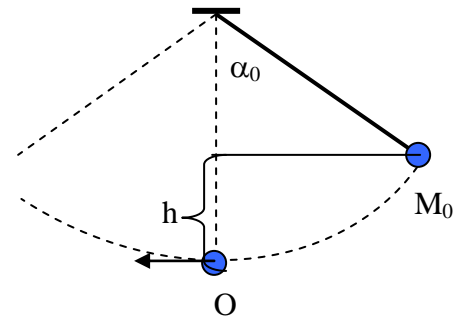
**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc là  $60^\circ$  ở nơi có gia tốc trọng lực bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Vận tốc của con lắc khi qua vị trí cân bằng là  $4 \text{ m/s}$ . Tính độ dài của dây treo con lắc.

- 0,8m
- 1m
- 1,6m
- 3,2m

**Giải:** Dùng bảo toàn cơ năng lớp 10! đề không sai!

$$\frac{mv^2}{2} = mgh \quad \text{Với biên độ góc là } 60^\circ \text{ em vẽ hình sẽ thấy độ cao } h = \frac{l}{2}$$

$$\text{Nên: } \frac{mv^2}{2} = mg \frac{l}{2} \Rightarrow l = \frac{v^2}{g} = \frac{4^2}{10} = 1,6\text{m} \quad \text{Chọn C}$$



**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình li độ dài:  $s = 2\cos 7t$  (cm,  $t$  s), tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Tỷ số giữa lực căng dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cân bằng là

- 1,08
- 0,95
- 1,01
- 1,05

$$\text{Giải: HD: } \begin{cases} \alpha_{\max} = \frac{s_{\max}}{l} = \frac{\omega^2 s_{\max}}{g} = 0,1 \text{ rad} \Rightarrow \frac{F_c}{mg} = 3 - 2\cos 0,1 \approx 1,01 \\ F_c = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_{\max}) \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu  $m_1 = 200\text{g}$  treo vào một sợi dây không giãn và có khối lượng không đáng kể. Con lắc đang nằm yên tại vị trí cân bằng thì một vật khối lượng  $m_2 = 300\text{g}$  bay ngang với vận tốc  $400\text{cm/s}$  đến va chạm mềm với vật treo  $m_1$ . Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Độ cao cực đại mà con lắc mới đạt được là

- 28,8cm
- 20cm
- 32,5cm
- 25,6cm

**Giải:** Gọi  $v$  là vận tốc hai vật sau va chạm.

Va chạm mềm dùng định luật bảo toàn động lượng  $m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$

$$\Leftrightarrow v = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,3 \cdot 400}{0,3 + 0,2} = 240\text{cm/s}$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho 2 vị trí: Vị trí va chạm và vị trí cao nhất

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 + m_2)gh \rightarrow h = \frac{1}{2g}v^2 = \frac{2,4^2}{2 \cdot 10} = 0,288m = 28,8cm$$

**Ví dụ 5:** một con lắc đơn dao động với chu kì 2s. Trong mỗi chu kì dao động thời gian lực căng dây lớn hơn trọng lượng của vật là bao nhiêu?"

**Khi con lắc đơn dao động với  $\alpha_0$  bất kỳ.**

a/ Cơ năng:

$$W = mgl(1 - \cos\alpha_0)$$

b/Vận tốc :

$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

c/Lực căng của sợi dây:

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

**Lưu ý:** - Các công thức này áp dụng đúng cho cả khi  $\alpha_0$  có giá trị lớn

- Khi con lắc đơn dao động điều hoà ( $\alpha_0 \ll 1\text{rad}$ ) thì:

$$W = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2; v^2 = gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)$$

$$T_c = mg(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2)$$

$$\text{Theo đề: } T_c = mg(1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2) > mp \Rightarrow (1 + \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2) > 1 \Rightarrow \alpha_0^2 > \frac{3}{2}\alpha^2 \Rightarrow \alpha_0 > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\alpha$$

**Giải:** Ta có tần số góc :  $\omega = 2\pi/T = \pi \text{ rad/s}$

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \approx mg\left(1 - \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2\right)$$

Lực căng dây ở vị trí bất kì là:

$$T > P \Rightarrow 1 - \alpha_0^2 - \frac{3}{2}\alpha^2 > 1 \Rightarrow \alpha \leq \alpha_0 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

do vật dao động điều hòa góc rất nhỏ.

$$t = 4 \frac{\varphi}{\omega} = 4 \frac{\arccos\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)}{\pi} = 0,78365s$$

Thời gian mà lực căng dây lớn hơn trọng lực là:

### **Dạng 3: Lập phương trình dao động của con lắc đơn.**

\* Chú ý : Khi lập phương trình dao động của con lắc đơn có hai dạng phương trình:

- Viết theo li độ dài:  $S = S_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ cm}$

- Viết theo li độ góc:  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ rad}$  với  $S = \alpha \ell$

**Bước 1:** Xác định  $\omega$ :  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

**Bước 2:** Xác định  $S_0$  và  $\alpha_0$ , sử dụng công thức độc lập với thời gian.

$$S_0^2 = S^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \quad \alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{\omega^2 \ell^2} \quad \text{hoặc} \quad \alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{g\ell}$$

**Bước 3:** Xác định  $\varphi$  dựa vào các điều kiện ban đầu

$$\text{Khi } t = 0, \text{ ta có: } \begin{cases} S = S_0 \cos\varphi \\ v = -\omega S_0 \sin\varphi \end{cases}$$

**Ví dụ 1 :** Một con lắc đơn dao động điều hòa có chu kỳ dao động  $T = 2s$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của con lắc biết rằng tại thời điểm ban đầu vật có li độ góc  $\alpha = 0,05 \text{ (rad)}$  và vận tốc  $v = -15,7 \text{ (cm/s)}$ .

**Giải :** Gọi phương trình dao động theo li độ dài của con lắc là:  $s = A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad/s)}$$

Trong đó:

Áp dụng hệ thức liên hệ ta tính được biên độ dài của con lắc đơn:

$$\left(\frac{s}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow A = \sqrt{s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{(\ell \cdot \alpha)^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} =$$

$$\sqrt{(0,05 \cdot 100)^2 + \left(\frac{-15,7}{\pi}\right)^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$$

Khi đó tại  $t = 0$  ta có:

$$\begin{cases} s = 5\text{cm} \\ v = -15,7(\text{cm/s}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \cos \varphi = 5\text{cm} \\ -\omega A \sin \varphi = -15,7(\text{cm/s}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}(\text{rad})$$

$$s = 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(\text{cm})$$

Vậy phương trình dao động của con lắc là:

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động điều hòa có chiều dài  $\ell = 20\text{cm}$ . Tại  $t = 0$ , từ vị trí cân bằng truyền cho con lắc một vận tốc ban đầu  $14\text{cm/s}$  theo chiều dương của trục tọa độ. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ , viết phương trình dao động của con lắc.

**Giải:** Gọi phương trình dao động theo li độ dài của con lắc là:  $s = A \cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = 7(\text{rad/s})$

Vận tốc tại vị trí cân bằng là vận tốc cực đại nên ta có:  $v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{14}{7} = 2(\text{cm})$

Khi đó tại  $t = 0$  ta có:  $\begin{cases} s = 0 \\ v = 14(\text{cm/s}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \cos \varphi = 0 \\ -\omega A \sin \varphi = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ \sin \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}(\text{rad})$

$$s = 2 \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$$

Vậy phương trình dao động của con lắc là

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng  $m$  treo vào sợi dây có chiều dài  $l = 40\text{ cm}$ . Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng góc  $\alpha_0 = 0,15\text{ rad}$  rồi thả nhẹ, quả cầu dao động điều hòa. Quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian  $2T/3$  là

**A. 18 cm. B. 16 cm. C. 20 cm. D. 8 cm.**

Ta có:  $s_0 = l \cdot \alpha_0 = 40 \cdot 0,15 = 6\text{cm}$

Quãng đường cực đại mà quả cầu đi được là khi vật qua vùng có tốc độ cực đại qua VTCB.

Coi vật dao động theo hàm cos. Ta lấy đối xứng qua trục Oy

Ta có: Góc quét:  $\Delta \varphi = \Delta t \cdot \omega = \frac{2T}{3} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$

Trong góc quét:  $\Delta \varphi_1 = \pi$  thì quãng đường lớn nhất vật đi được là:

$$S_{\max 1} = 2A = 12\text{cm}$$

Trong góc quét:  $\Delta \varphi_1 = \pi/3$  từ M đến N: thì  $S_{\max 2} = 2 \cdot 3 = 6\text{cm}$

$$\text{Vậy } S_{\max} = S_{\max 1} + S_{\max 2} = 18\text{cm}$$

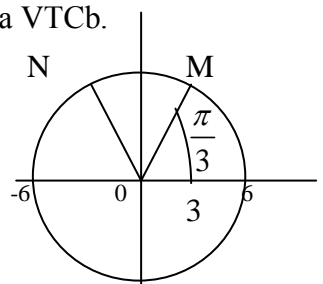
**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1(\text{rad})$  tại nơi có  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài  $s = 8\sqrt{3}(\text{cm})$  với vận tốc  $v = 20\text{ cm/s}$ . Độ lớn gia tốc của vật khi nó đi qua vị trí có li độ  $8\text{ cm}$  là

**A. 0,075m/s<sup>2</sup>. B. 0,506 m/s<sup>2</sup>. C. 0,5 m/s<sup>2</sup>. D. 0,07 m/s<sup>2</sup>.**

**Giải:**

+ Biên độ dài  $s_0 = l \cdot \alpha_0 = \frac{g \cdot \alpha_0}{\omega^2}$

Lại có  $s_0^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega = 2,5(\text{rad/s})$



+ Khi  $s = 8\text{cm} \Rightarrow |a| = \omega^2 \cdot s = 0,5\text{m/s}^2 \Rightarrow \text{Đáp án C.}$

**Trắc nghiệm:**

**Câu 1:** Con lắc đơn dao động điều hòa có  $S_0 = 4\text{cm}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Biết chiều dài của dây là  $\ell = 1\text{m}$ . Hãy viết phương trình dao động biết lúc  $t = 0$  vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương?

A.  $S = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

B.  $S = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

$$\text{C. } S = 4\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

D.  $S = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm

**Câu 2:** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1$  rad có chu kì dao động  $T = 1$  s. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, khi vật bắt đầu chuyển động vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Phương trình dao động của con lắc là:

A.  $\alpha = 0,1 \cos 2\pi t$  rad

B.  $\alpha = 0,1 \cos(2\pi t + \pi)$  rad

$$\text{C. } \alpha = 0,1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad}$$

**D.**  $\alpha = 0,1\text{Cos}\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{rad}$

**Câu 3:** Con lắc đơn có chiều dài  $l = 20\text{ cm}$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , từ vị trí cân bằng con lắc được truyền vận tốc  $14\text{ cm/s}$  theo chiều dương của trục tọa độ. Lấy  $g = 9,8\text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

$$\mathbf{A. \text{ } S = 2\text{Cos}\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}}$$

B.  $S = 2\cos 7t$  cm

C.  $S = 10 \cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$

D.  $S = 10 \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$

**Câu 4:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T = \frac{\pi}{5}$  s. Biết rằng ở thời điểm ban đầu con lắc ở vị trí có biên độ góc  $\alpha_0$  với  $\cos \alpha_0 = 0,98$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

**A.**  $\alpha = 0,2\text{Cos}10t$  rad

B.  $\alpha = 0, 2 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad}$

C.  $\alpha = 0,1\text{Cos}(10t)\text{rad}$

$$D. \alpha = 0,1 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad}$$

**Câu 5:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l = 20\text{cm}$  treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc bằng  $0,1\text{ rad}$  về phía bên phải, rồi truyền cho nó vận tốc bằng  $14\text{cm/s}$  theo phương vuông góc với sợi dây về phía vị trí cân bằng thì con lắc sẽ dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ vị trí cân bằng sang phía bên phải, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Lấy  $g = 9,8\text{ m/s}^2$ . Phương trình dao động của con lắc là:

A.  $S = 2\sqrt{2}\cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

**B.**  $S = 2\sqrt{2}\cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

$$\text{C. } S = 3\cos\left(7t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{cm}$$

D.  $S = 3\cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm

**Câu 6 :** Một con lắc đơn có chiều dài 1m dao động tại nơi có  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Ban đầu kéo vật khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$  rồi thả nhẹ, chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu dao động thì phương trình li độ dài của vật là :

A.  $S = 1\text{Cos}(\pi t)$  m.

$$\text{B. } S = 0,1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ m.}$$

**C.  $S = 0,1 \text{Cos}(\pi t) \text{ m.}$**

D.  $S = 0,1 \cos(\pi t + \pi)$  m.

**Câu 7:** Một con lắc đơn dao động điều hòa có chu kỳ dao động  $T = 2\text{s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của con lắc biết rằng tại thời điểm ban đầu vật có li độ góc  $\alpha = 0,05$  (rad) và vận tốc  $v = -15,7$  (cm/s).

$$\text{A. } S = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$$

$$\text{B. } S = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$$

$$\text{C. } S = 5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$$

$$\text{D. } S = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$$

**Câu 8:** Con lắc đơn có chu kì  $T = 2$  s. Trong quá trình dao động, góc lệch cực đại của dây treo là  $\alpha_0 = 0,04$  rad. Cho rằng quỹ đạo chuyển động là thẳng, chọn gốc thời gian là lúc vật có li độ  $\alpha = 0,02$  rad và đang đi về phía vị trí cân bằng. Viết phương trình dao động của vật?

$$\text{A. } \alpha = 0,04\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ rad}$$

$$\text{B. } \alpha = 0,02\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ rad}$$

$$\text{C. } \alpha = 0,02\cos(\pi t) \text{ rad}$$

$$\text{D. } \alpha = 0,04\cos(\pi t) \text{ rad}$$

**Câu 9:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $\ell = 62,5$  cm đang đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại  $t = 0$ , truyền cho quả cầu một vận tốc bằng  $30 \text{ cm/s}$  theo phương ngang cho nó DĐĐH. Tính biên độ góc  $\alpha_0$ ?

$$\text{A. } 0,0322 \text{ rad}$$

$$\text{B. } 0,0534 \text{ rad}$$

$$\text{C. } 0,0144 \text{ rad}$$

$$\text{D. } 0,0267 \text{ rad}$$

**Câu 10:** Con lắc đơn DĐĐH theo phương trình:  $S = 4\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$ . Sau khi vật đi được quãng đường  $2 \text{ cm}$  ( kể từ  $t = 0$ ) vật có vận tốc bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } 20 \text{ cm/s}$$

$$\text{B. } 30 \text{ cm/s}$$

$$\text{C. } 10 \text{ cm/s}$$

$$\text{D. } 40 \text{ cm/s}$$

#### **Dạng 4 : Năng lượng dao động của con lắc đơn**

**1. Động năng:**  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \quad (\text{J})$

$$\Rightarrow W_{d\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 \quad (\text{J})$$

**2. Thế năng:**  $W_t = \frac{1}{2}mg\ell\alpha^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow W_t = \frac{1}{2}mg\frac{\ell^2}{\ell}\alpha_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (\text{J}) \quad (\text{Với } \omega^2 = \frac{g}{\ell} \text{ và } S_0^2 = \ell^2 \alpha_0^2)$$

$$\Rightarrow W_{t\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 \quad (\text{J})$$

**3. Cơ năng:**  $W = W_d + W_t = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = W_{t\max} = W_{d\max} = \text{hằng số}$

**4. Tỉ số giữa Động năng và Thế năng:**  $\frac{W_d}{W_t} = \frac{S_0^2}{S^2} - 1 = \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} - 1 = n$

$\Rightarrow$  Công thức xác định vị trí của vật khi biết trước tỉ số giữa Động năng và Thế năng là:



$$S = \pm \frac{S_0}{\sqrt{n+1}} \quad \text{Hoặc} \quad \alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$$

### 5. Công thức xác định vận tốc của vật tại vị trí mà Động năng bằng $\frac{1}{n}$ Thế năng là:

Nếu ta có:  $\frac{W_d}{W_t} = \frac{1}{n}$  hay  $W_d = \frac{1}{n} W_t$

thì:  $v = \pm \frac{\omega S_0}{\sqrt{n+1}} = \pm S_0 \sqrt{\frac{g}{\ell(n+1)}}$  Hoặc  $v = \pm \frac{\omega \alpha_0 \ell}{\sqrt{n+1}} = \pm \alpha_0 \sqrt{\frac{g\ell}{(n+1)}}$

#### Chú ý :

- Tính toán năng lượng dao động khi góc lệch lớn (Dao động của con lắc khi này là dao động tuần hoàn chứ

$$\begin{cases} W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_t = mg\ell(1 - \cos\alpha) \\ W = \frac{mv^2}{2} + mg\ell(1 - \cos\alpha) \end{cases}$$

không phải dao động điều hòa) :

- Tính toán năng lượng dao động khi góc lệch nhỏ (lúc này dao động của con lắc là dao động điều hòa,

$$\begin{cases} W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_t = mg\ell \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2} m\omega^2 s^2 \\ W = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \end{cases}$$

thường thì trong kỳ thi Đại học sẽ là :

- Khi đề cho mối quan hệ giữa động năng và thế năng (ví dụ  $W_d = k.W_t$ , với  $k$  là một hệ số tỉ lệ) thì:

+ Tính li độ dài (s) hay li độ góc ( $\alpha$ ) chúng ta quy hết về theo Thế năng ( $W_t$ ). Cụ thể như sau:

$$\begin{cases} W_d = k.W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow (k+1)W_t = W \Leftrightarrow (k+1).mg\ell \frac{\alpha^2}{2} = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{k+1}} \quad (1)$$

+ Tương tự để tính tốc độ  $v$  thì chúng ta quy hết theo động năng ( $W_d$ ) :

$$\begin{cases} W_d = k.W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{1}{k}+1\right)W_d = W \Leftrightarrow \left(\frac{1}{k}+1\right).\frac{mv^2}{2} = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g\ell}{\frac{1}{k}+1}}.\alpha_0$$

#### Nhận xét :

- Nhìn biểu thức thì có vẻ phức tạp nhưng thực ra trong bài toán cụ thể chúng ta thực hiện phép giản ước sẽ được biểu thức hay kết quả đẹp hơn nhiều.

- Trong các đề thi để cho việc tính toán đơn giản thì ở (1) thường cho các giá trị của  $k$  là  $k=1$  hoặc  $k=3$ .

**Ví dụ 1 :** Một con lắc đơn có  $\ell = 1\text{m}$ , dao động điều hòa tại nơi có  $g = 10\text{m/s}^2$  và góc lệch cực đại là  $90^\circ$ . Chọn gốc thế tại vị trí cân bằng. Giá trị của vận tốc con lắc tại vị trí động năng bằng thế năng là bao nhiêu ?

**Giải :** Năng lượng dao động của con lắc đơn là:  $W = \frac{mg\ell\alpha_0^2}{2}$

Khi động năng bằng thế năng (tính vận tốc nên nhớ quy về Động năng nhé) ta có:

$$\begin{cases} W_d = W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow 2W_d = W \Leftrightarrow 2.\frac{mv^2}{2} = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow v = \alpha_0 \sqrt{\frac{g\ell}{2}} = 9.\frac{\pi}{180}.\sqrt{\frac{10.1}{2}} = 0,35(\text{m/s})$$

**Ví dụ 2 :** Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng  $500\text{g}$  treo vào một sợi dây mảnh, dài  $60\text{cm}$ . Khi con lắc đang ở vị trí cân bằng thì cung cấp cho nó một năng lượng  $0,015\text{J}$ , khi đó con lắc dao động điều hòa. Tính biên độ dao động của con lắc. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải :** Biên độ góc dao động của con lắc được tính từ phương trình của năng lượng:

$$W = \frac{mg\ell\alpha_0^2}{2} \Rightarrow \alpha_0 = \sqrt{\frac{2W}{mg\ell}} = \sqrt{\frac{2.0,015}{0,5.10.0,6}} = 0,1(\text{rad})$$

**Ví dụ 3 :** Một con lắc đơn có  $m = 200\text{g}$ ,  $g = 9,86 \text{ m/s}^2$ ; dao động với phương trình:  $\alpha = 0,05\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})\text{rad}$

a. Tìm chiều dài  $\ell$  và năng lượng dao động của con lắc.

b. Tại  $t = 0$  vật có li độ và vận tốc bằng bao nhiêu?

c. Tính vận tốc của con lắc khi nó ở vị trí:  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$

d. Tìm thời gian nhỏ nhất ( $t_{\min}$ ) để con lắc đi từ vị trí có Động năng cực đại đến vị trí mà  $W_d = 3W_t$

**Giải :**

a. Ta có:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \ell = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9,86}{4\pi^2} \approx 0,25\text{m} = 25\text{cm}$

Biên độ dài của con lắc là  $A = \ell\alpha_0 = 25.0,05 = 1,25\text{cm}$

Năng lượng dao động của con lắc là:  $W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 0,5.0,2.4\pi^2.(1,25.10^{-2})^2$

b. Từ giả thiết ta có phương trình theo li độ dài của con lắc:

$$s = \ell\alpha = 0,25.0,05\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 1,25\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$$

$$v = s' = -2\pi.1,25\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -2,5\pi\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm/s})$$

Từ đó phương trình vận tốc :

$$\begin{cases} s_0 = 1,25\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1,25\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm} \\ v_0 = -2,5\pi\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1,25\pi(\text{cm/s}) \end{cases}$$

Tại  $t = 0$  thì

c. Khi  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow W_t = mg\ell\frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2}mg\ell\frac{\alpha_0^2}{3} = \frac{1}{3}mg\ell\frac{\alpha_0^2}{2} = \frac{1}{3}W$

$$W_d = \frac{2}{3}W \Leftrightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3}W \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4W}{3m}}$$

Từ đó ta được:

Thay giá trị  $m = 0,2\text{kg}$  và  $W$  tính được ở câu a ta tìm được  $v$ .

d. Áp dụng công thức ở (1) ta có : Khi động năng cực đại vật ở Vị trí cân bằng ( $\alpha = 0$ ).

Khi động năng bằng 3 lần thế năng ta có :

$$\begin{cases} W_d = 3W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow 4W_t = W \Leftrightarrow 4mg\ell\frac{\alpha^2}{2} = mg\ell\frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{2}$$

Bài toán trở thành tìm  $t_{\min}$  khi vật đi từ vị trí có  $\alpha = 0$  đến vị trí có  $\alpha = \frac{\alpha_0}{2}$  Ta có:  $t_{\min} = \frac{T}{12} = \frac{2\pi/\omega}{12} = \frac{1}{12}(s)$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ , có mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng của vật nặng. Tính tỉ số giữa thế năng và động năng của vật nặng tại vị trí mà lực căng dây treo có độ lớn bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng.

A.  $\frac{W_t}{W_d} = 3$ .      B.  $\frac{W_t}{W_d} = 4$       C.  $\frac{W_t}{W_d} = 2$       D.  $\frac{W_t}{W_d} = 6$

**Giải :**  $T = mg \Leftrightarrow mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = mg \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1+2\cos\alpha_0}{3}$

$$W_t = mg\ell(1 - \cos\alpha) = \frac{2mg\ell}{3}(1 - \cos\alpha_0) \Rightarrow \frac{W_t}{W_d} = 2$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{mg\ell}{3}(1 - \cos\alpha_0)$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong trường trọng lực. Biết trong quá trình dao động, độ lớn lực căng dây lớn nhất gấp 1,1 lần độ lớn lực căng dây nhỏ nhất. Con lắc dao động với biên độ góc là:

- A.  $\sqrt{\frac{3}{35}}$  rad      B.  $\sqrt{\frac{4}{33}}$  rad      C.  $\sqrt{\frac{3}{31}}$  rad      D.  $\sqrt{\frac{2}{31}}$

**Giải:** Công thức tính lực căng dây treo

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

$$T = T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \text{ khi } \alpha = 0 \text{ vật qua VTCB}$$

$$T = T_{\min} = mg\cos\alpha_0 \text{ khi } \alpha = \alpha_0 \text{ vật ở biên}$$

$$T_{\max} = 1,1 T_{\min} \Rightarrow 3 - 2\cos\alpha_0 = 1,1\cos\alpha_0$$

$$\cos\alpha_0 = \frac{3}{3,1} \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha_0}{2} = \frac{3}{3,1} \Rightarrow 2\sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx 2 \frac{\alpha_0^2}{4} = 1 - \frac{3}{3,1} = \frac{0,1}{3,1} = \frac{1}{31}$$

$$\alpha_0^2 = \frac{2}{31} \Leftrightarrow \alpha_0 = \sqrt{\frac{2}{31}}. \text{Đáp án D}$$

**Ví dụ 6:** Quả cầu kim loại của con lắc đơn có khối lượng 0,1 kg tích điện  $q = 10^{-7} \text{C}$  được treo bằng sợi dây không dẫn, mảnh, có chiều dài  $l$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  và được đặt trong một điện trường đều nằm ngang có độ lớn  $2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ . Ban đầu người ta giữ quả cầu để cho sợi dây có phương thẳng đứng vuông góc với phương của điện trường rồi buông nhẹ với vận tốc ban đầu bằng 0. Lực căng của sợi dây khi quả cầu đi qua vị trí cân bằng mới của nó là:

- A. 1,02N      B. 1,04N      C. 1,36N      D. 1,39N

**Giải:** Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi dây treo và phương thẳng đứng khi quả cầu ở vị trí cân bằng mới

$$\text{Ta có } \tan \alpha = F_d/mg = (q \cdot E)/(m \cdot g) = 0,2/0,98 = 1/4,9 \approx 0,2$$

$$\text{Gia tốc lực điện trường truyền cho vật: } a = F_d/m = (q \cdot E)/m = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Gia tốc mà vật thực hiện dao động điều hòa xác định theo công thức: } g'^2 = g^2 + a^2$$

$$\text{Thay số ta có } g' \approx 10 \text{ m/s}^2$$

Lực căng của sợi dây khi vật qua vị trí cân bằng tính theo công thức:

$$T = mg'(3 - 2\cos\alpha) \text{ (Do } \alpha \text{ nhỏ nên } \cos^2\alpha \approx 1 - \alpha^2 \text{ vậy } \cos\alpha \approx 0,98)$$

$$\text{Do vậy } T \approx 0,1 \cdot 10(3 - 2 \cdot 0,98) \approx 1,04 \text{ N}. \text{Đáp án B}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc đơn gồm hòn bi nhỏ bằng kim loại được tích điện  $q > 0$ . Khi đặt con lắc vào trong điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường nằm ngang thì tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$  với  $\tan\alpha = 3/4$ , lúc này con lắc dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$ . Nếu đổi chiều điện trường này sao cho véc tơ cường độ điện trường có phương thẳng đứng hướng lên và cường độ không đổi thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc lúc này là:

- A.  $T_1 \sqrt{\frac{5}{7}}$       B.  $\frac{T_1}{\sqrt{5}}$       C.  $T_1 \sqrt{\frac{7}{5}}$       D.  $T_1 \sqrt{5}$

$$\text{Giải: Ta có Gia tốc do lực điện trường gây ra cho vật } a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m} \text{ (E là độ lớn cường độ điện trường)}$$

Khi điện trường nằm ngang:

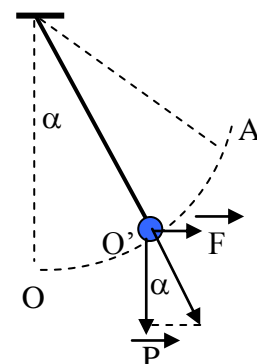
$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}} \text{ Với } g_1 = \sqrt{g^2 + a^2}. \tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} = \frac{3}{4} \rightarrow a = \frac{3}{4}g$$

$$g_1 = \frac{5}{4}g$$

Khi điện trường hướng thẳng đứng hướng lên trên

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}} \text{ Với } g_2 = g - a = g - \frac{3}{4}g = \frac{1}{4}g$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{4}g}{\frac{1}{4}g}} = \sqrt{5} \rightarrow T_2 = T_1 \sqrt{5}. \text{Chọn D}$$



**Ví dụ 8:** Cho một con lắc đơn có vật nặng 100 g, tích điện 0,5 mC, dao động tại nơi có gia tốc  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Đặt con lắc trong điện trường đều có véc tơ điện trường nằm ngang, độ lớn  $2000\sqrt{3} \text{ V/m}$ . Đưa con lắc về vị trí thấp nhất rồi thả nhẹ. Tìm lực căng dây treo khi gia tốc vật nặng cực tiểu

- A. 2,19 N      B. 1,46 N      C. 1,5 N

D. 2 N

**Giải:** Biên độ góc là  $\alpha$

$$\text{Tại vị trí cân bằng dây treo lệch góc } \alpha : \tan \alpha = \frac{qE}{mg} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{Gia tốc hướng tâm } a_{ht} = 2g(\cos \varphi - \cos \alpha) \text{ ĐK: } 0 \leq \varphi \leq 60$$

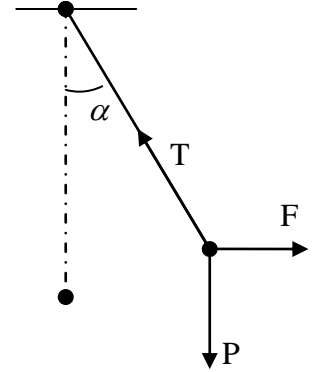
$$\text{Gia tốc tiếp tuyến } a_{tt} = g \sin \varphi$$

Gia tốc của con lắc:

$$a^2 = a_{tt}^2 + a_{ht}^2 = g^2 \sin^2 \varphi + 4g^2 \left( \cos \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \rightarrow a = g\sqrt{3} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} - \cos \varphi \right)^2$$

$$a_{\min} \text{ khi } \cos \varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow T = mg_{hd}$$

$$\text{Với } g_{hd} = \sqrt{g^2 + \frac{(qE)^2}{m^2}} = 20 \rightarrow T = 0,1.20 = 2N$$



**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có khối lượng 50g đặt trong một điện trường đều có vectơ cường độ điện trường E hướng thẳng đứng lên trên và có độ lớn  $5.10^3 \text{ V/m}$ . Khi chưa tích điện cho vật, chu kì dao động của con lắc là 2s. Khi tích điện cho vật thì chu kì dao động của con lắc là  $\pi/2 \text{ s}$ . Lấy  $g=10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2=10$ . Điện tích của vật là

- A.  $4.10^{-5} \text{ C}$       B.  $-4.10^{-5} \text{ C}$       C.  $6.10^{-5} \text{ C}$       D.  $-6.10^{-5} \text{ C}$

**Giải:** Khi chưa tích điện chu kỳ:  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}} = 2(s) \quad (g_1 = g)$

$$\text{Sau khi tích điện chu kỳ: } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_2}} \quad (\text{với } \vec{g}_2 = \vec{g}_1 + \vec{a} \text{ và } m\vec{a} = q\vec{E})$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \frac{4}{\pi} \Leftrightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{16}{10} > 1 \text{ Nên } q\vec{E} \text{ cùng dấu với } \vec{g}_1 \Rightarrow q < 0$$

$$\Rightarrow g_1 + a = \frac{8}{5}g_1 \Rightarrow a = \frac{3}{5}g_1 \Rightarrow 0,05.0,6.10 = q.5.10^{-3} \Rightarrow q = -6.10^{-5} (C)$$

**Chọn D**

**Ví dụ 10:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g=9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 100mJ, thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết rằng thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng 0, con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng

- A. 200mJ.      B. 74,49mJ.      C. 100mJ.      D. 94,47mJ.

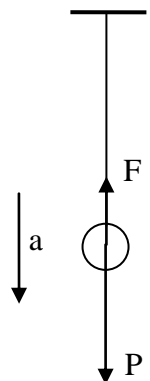
**Giải:**

$$+ W = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2$$

$$+ g' = g - a = 7,3 \text{ m/s}^2$$

+ thang máy bắt đầu chuyển động khi con lắc có vận tốc bằng 0  $\Rightarrow$  VT biên  $\Rightarrow \alpha_0$  không đổi.

$$W' = \frac{1}{2} mgl'\alpha_0^2; \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g} \Rightarrow W' = 74,49 \text{ mJ}$$



**6. Trắc nghiệm:**

**Câu 1:** Một con lắc đơn DĐĐH với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng?

- A.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$       B.  $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$       C.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$       D.  $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

**Câu 2:** Con lắc đơn có dây dài  $l = 50\text{cm}$ , khối lượng  $m = 100\text{g}$  dao động tại nơi  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng. Tỷ số lực căng cực đại và cực tiểu của dây treo bằng 4. Cơ năng của con lắc là?

- A. 1,225J      B. 2,45J      C. 0,1225J      D. 0,245J

**Câu 3:** Một con lắc đơn có dây treo dài 1 m và vật có khối lượng 1 kg dao động với biên độ góc 0,1 rad. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của vật, lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Tính cơ năng toàn phần của con lắc?

- A. 0,05 J      B. 0,02 J      C. 0,24 J      D. 0,64 J

**Câu 4:** Một con lắc đơn dây dài  $l = 1\text{m}$  dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0 = 4^\circ$ . Khi qua vị trí cân bằng dây treo bị giữ lại ở một vị trí trên đường thẳng đứng. Sau đó con lắc dao động với dây dài  $l'$  và biên độ góc  $\alpha' = 8^\circ$ . Cơ năng của dao động sẽ

- A. Giảm 2 lần      B. Không đổi      C. Tăng 2 lần      D. Giảm 4 lần

**Câu 5:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Tại thời điểm động năng của con lắc lớn gấp hai lần thế năng của nó thì li độ góc  $\alpha$  xấp xỉ bằng

- A.  $2,98^\circ$       B.  $3,54^\circ$       C.  $3,45^\circ$       D.  $2,89^\circ$

**Câu 6:** Một con lắc đơn có dây treo dài 1m và vật có khối lượng  $m = 1\text{kg}$  dao động với biên độ góc 0,1rad. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của vật, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Cơ năng của con lắc là:

- A. 0,1J.      B. 0,01J.      C. 0,05J.      D. 0,5J.

**Câu 7:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0$ . Con lắc có động năng bằng  $n$  lần thế năng tại vị trí có li độ góc.

- A.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{n}$  .      B.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{n+1}$  .      C.  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$  .      D.  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{n+1}$  .

**Câu 8:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0$ . Con lắc có động năng bằng thế năng tại vị trí có li độ góc.

- A.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{2}$  .      B.  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{2\sqrt{2}}$  .      C.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$  .      D.  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$  .

**Câu 9:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Với li độ góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu thì động năng của con lắc gấp 2 lần thế năng?

- A.  $\alpha = \pm 3,45^\circ$  .      B.  $\alpha = 2,89^\circ$  .      C.  $\alpha = \pm 2,89^\circ$  .      D.  $\alpha = 3,45^\circ$  .

**Câu 10:** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương tới vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng:

- A.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$  .      B.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$  .      C.  $\alpha = -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$  .      D.  $\alpha = -\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$  .

**Câu 11:** Hai con lắc đơn có cùng khối lượng vật nặng, chiều dài dây treo lần lượt là  $l_1 = 81\text{cm}$ ,  $l_2 = 64\text{cm}$  dao động với biên độ góc nhỏ tại cùng một nơi với cùng một năng lượng dao động. Biên độ góc của con lắc thứ nhất là  $\alpha_{01} = 5^\circ$ .

Biên độ góc của con lắc thứ hai là:

- A.  $5,625^\circ$  .      B.  $3,951^\circ$  .      C.  $6,328^\circ$  .      D.  $4,445^\circ$  .

**Câu 12:** Một con lắc đơn chuyển động với phương trình:  $S = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm. Tính li độ góc  $\alpha$  của con lắc lúc

động năng bằng 3 lần thế năng. Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$

- A. 0,08 rad      B. 0,02 rad      C. 0,01 rad      D. 0,06 rad

**Câu 13:** Con lắc đơn gồm vật nặng treo vào dây có chiều dài  $\ell = 1$  m dao động với biên độ  $\alpha_0 = 0,1$  rad . Chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính vận tốc của vật nặng tại vị trí Động năng bằng Thế năng?

- A.  $v = \sqrt{3}$       B.  $v = 0,1\sqrt{5} \text{ m/s}$       C.  $v = \sqrt{5} \text{ m/s}$       D.  $v = \sqrt{2} \text{ m/s}$

**Câu 14:** Một con lắc đơn có dây treo dài  $\ell = 50$  cm và vật nặng khối lượng 1 kg, dao động với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1$  rad tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính năng lượng dao động toàn phần của con lắc?

- A. 0,012J      B. 0,023J      C. 0,025 J      D. 0,002 J

**Câu 15:** Khi qua vị trí cân bằng, vật nặng của con lắc đơn có vận tốc  $v_{\max} = 1 \text{ m/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính độ cao cực đại của vật nặng so với vị trí cân bằng?

- A. 2 cm      B. 4 cm      C. 6 cm      D. 5 cm

**Câu 16:** Con lắc đơn dao động với biên độ góc  $2^\circ$  có năng lượng dao động là 0,2 J. Để năng lượng dao động là 0,8 J thì biên độ góc phải bằng bao nhiêu?

- A.  $\alpha_{02} = 4^\circ$       B.  $\alpha_{02} = 3^\circ$       C.  $\alpha_{02} = 6^\circ$       D.  $\alpha_{02} = 8^\circ$

**Câu 17:** Cho một con lắc đơn, kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0 = 45^\circ$  rồi thả không vận tốc đầu. Tính góc lệch của dây treo khi Động năng bằng 3 lần thế năng?

- A.  $10^\circ$       B.  $22,5^\circ$       C.  $15^\circ$       D.  $12^\circ$

**Câu 18:** Một con lắc đơn dài 0,5 m treo tại nơi có  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0 = 30^\circ$  rồi thả không vận tốc đầu. Tính tốc độ vật khi  $W_d = 2W_t$  ?

- A. 0,22 m/s      B. 0,34 m/s      C. 0,95 m/s      D. 0,2 m/s

### **Dạng 5: So sánh 2 con lắc đơn**

#### **3-1. Chu kỳ, Tần số dao động của con lắc đơn thay đổi khi thay đổi chiều dài của dây treo:**

$$\text{Tần số: } \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ rad;} \quad \text{Chu kỳ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ s;} \quad \text{Tần số: } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ Hz}$$

$$\text{Từ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g} \quad \text{và} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{1}{f^2} = \frac{4\pi^2}{g} \ell$$

$$\text{Nhận xét: } T^2 \text{ tỉ lệ với } \ell : \Rightarrow \text{ Nếu } \ell = \ell_1 + \ell_2 + \dots \text{ Thì } T^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots$$

$$\frac{1}{f^2} \text{ tỉ lệ với } \ell : \Rightarrow \text{ Nếu } \ell = \ell_1 + \ell_2 + \dots \text{ Thì } \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \dots$$

#### **a.Các Ví dụ :**

**Ví dụ 1.** Các con lắc đơn có chiều dài lần lượt  $\ell_1, \ell_2, \ell_3 = \ell_1 + \ell_2, \ell_4 = \ell_1 - \ell_2$  dao động với chu kỳ  $T_1, T_2, T_3 = 2,4\text{s}, T_4 = 0,8\text{s}$ . Chiều dài  $\ell_1$  và  $\ell_2$  nhận giá trị

- A.  $\ell_1 = 0,64\text{m}, \ell_2 = 0,8\text{m}$       B.  $\ell_1 = 1,15\text{m}, \ell_2 = 1,07\text{m}$   
C.  $\ell_1 = 1,07\text{m}, \ell_2 = 1,15\text{m}$       D.  $\ell_1 = 0,8\text{m}, \ell_2 = 0,64\text{m}$

$$\left. \begin{array}{l} T_3^2 = T_1^2 + T_2^2 \\ T_4^2 = T_1^2 - T_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow T_1^2 = \frac{T_3^2 + T_4^2}{2} = 3,2 \Rightarrow T_1 = \frac{T_1^2 g}{4\pi^2} = 0,8(\text{m}) \quad \Rightarrow \text{ĐA: D}$$

**Ví dụ 2.** Hai con lắc đơn chiều dài  $l_1, l_2$  ( $l_1 > l_2$ ) và có chu kỳ dao động tương ứng là  $T_1; T_2$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Biết rằng, cũng tại nơi đó, con lắc có chiều dài  $l_1 + l_2$ , chu kỳ dao động 2s và con lắc đơn có chiều dài  $l_1 - l_2$  có chu kỳ dao động  $0,4\sqrt{7} \text{ (s)} = 1,058(\text{s})$ . Tính  $T_1, T_2, l_1, l_2$

#### **Lời giải**

$$+ \text{ Con lắc chiều dài } l_1 \text{ có chu kỳ } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} \rightarrow l_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} \cdot g \quad (1)$$

$$+ \text{ Co lắc chiều dài } l_2 \text{ có chu kỳ } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} \rightarrow l_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} \cdot g \quad (2)$$

$$+ \text{ Con lắc chiều dài } l_1 + l_2 \text{ có chu kỳ } T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$$



$$\rightarrow l_1 + l_2 = \frac{(T')^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{(2)^2 \cdot \pi^2}{4\pi^2} = 1 \text{ (m)} = 100 \text{ cm} \quad (3)$$

$$+ \text{ Con lắc có chiều dài } l_1 - l_2 \text{ có chu kỳ } T' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1 - l_2}{g}}$$

$$\rightarrow l_1 - l_2 = \frac{(T')^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{(0,4 \cdot \sqrt{7})^2 \cdot \pi^2}{4\pi^2} = 0,28 \text{ (m)} = 28 \text{ cm} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) (4)} \quad l_1 = 64 \text{ cm} \quad l_2 = 36 \text{ cm}$$

$$\text{Thay vào (1) (2)} \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{0,64}{\pi^2}} = 1,6 \text{ (s)} \quad \text{Suy ra } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{0,36}{10}} = 1,2 \text{ (s)}$$

**Ví dụ 3.** Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , con lắc đơn có chiều dài  $l_1$  thực hiện 40 dao động. Vẫn cho con lắc dao động ở vị trí đó nhưng tăng chiều dài sợi dây thêm một đoạn bằng 7,9 (cm) thì trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 39 dao động. Chiều dài của con lắc đơn sau khi tăng thêm là

- A. 152,1cm.                      B. 160cm.                      C. 144,2cm.                      D. 167,9cm.

**Lời giải:** Chọn B HD: Ta có:  $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{39}{40} \Rightarrow \frac{l_1}{39^2} = \frac{l_2}{40^2} = \frac{7,9}{79} = 0,1$   
 $\Rightarrow l_2 = 160 \text{ cm}.$

**Ví dụ 4.** Có hai con lắc đơn mà độ dài của chúng khác nhau 22 cm, dao động ở cùng một nơi. Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc thứ nhất thực hiện được 30 dao động toàn phần, con lắc thứ hai thực hiện được 36 dao động toàn phần. Độ dài của các con lắc nhận giá trị nào sau đây :

- A.  $l_1 = 88 \text{ cm} ; l_2 = 110 \text{ cm}.$                       B.  $l_1 = 78 \text{ cm} ; l_2 = 110 \text{ cm}.$   
 C.  $l_1 = 72 \text{ cm} ; l_2 = 50 \text{ cm}.$                       D.  $l_1 = 50 \text{ cm} ; l_2 = 72 \text{ cm}.$

**Lời giải:** Chọn C /Ta có:  $t_1 = \frac{30}{t} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_1}}, t_2 = \frac{36}{t} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_2}} \Rightarrow \frac{30}{36} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{l_1 - 22}{l_1}}$   
 $l_1 = 72(\text{cm}) \Rightarrow l_2 = 50(\text{cm})$

**Ví dụ 5.** Trong cùng 1 khoảng thời gian, con lắc đơn có chiều dài  $l_1$  thực hiện đc 10 dao động bộ. con lắc đơn có chiều dài  $l_2$  thực hiện đc 6 dao động bs. Hiệu chiều dài của 2 con lắc là 48 cm. tìm  $l_1, l_2$ .

Ta có  $l_2 > l_1$

HD: Ta có:  $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{l_1}{6^2} = \frac{l_2}{10^2} = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$   
 $\Rightarrow l_2 = 75 \text{ cm}; l_1 = 27 \text{ cm}.$

**Ví dụ 6.** Một con lắc đơn thực hiện dao động trong khoảng thời gian  $t$  con lắc thực hiện đc 120 đđ toàn phần, con lắc đơn thứ 2 thực hiện được 100 dao động toàn phần. Tổng chiều dài của 2 con lắc là 122cm. Tìm  $l_1, l_2$

HD: Tương tự câu trên: Ta có:  $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{100}{120} \Rightarrow \frac{l_1}{10^2} = \frac{l_2}{12^2} = \frac{122}{244} = \frac{61}{122}$

$$\text{hay: } 144l_1 = 100l_2 \Rightarrow 144l_1 = 100(122 - l_1)$$

$$244l_1 = 12200 \Rightarrow l_1 = 50 \text{ cm}; l_2 = 72 \text{ cm}$$

**Ví dụ 7.** Một con lắc đơn thực hiện dao động trong khoảng thời gian  $t$  con lắc thực hiện đc 120 đđ toàn phần. Thay đổi độ dài con lắc 1 đoạn 22cm thì cùng trong khoảng thời gian  $t$  đó thì con lắc thực hiện đc 100 đđ toàn phần. Tìm chiều dài ban đầu của con lắc?

Tương tự câu trên: Ta có:  $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{100}{120} \dots$

**Ví dụ 8.** Hai con lắc đơn dao động cùng một nơi, trong cùng một đơn vị thời gian, con lắc đơn thực hiện 30 dao động, con lắc 2 thực hiện 40 dao động. Hiệu số chiều dài của 2 con lắc là 28cm. Tìm chiều dài mỗi con lắc.

A:  $l_1=64\text{cm}, l_2=36\text{cm}$ ; B:  $l_1=36\text{cm}, l_2=64\text{cm}$ ; C:  $l_1=34\text{cm}, l_2=16\text{cm}$ ; D:  $l_1=16\text{cm}, l_2=34\text{cm}$ .

**Ví dụ 9.** Hai con lắc đơn có cùng khối lượng vật nặng, dao động trong hai mặt phẳng song song cạnh nhau và cùng vị trí cân bằng. Chu kì dao động của con lắc thứ nhất bằng hai lần chu kì dao động của con lắc thứ hai và biên độ dao động của con lắc thứ hai bằng ba lần con lắc thứ nhất. Khi hai con lắc gặp nhau thì con lắc thứ nhất có động năng bằng ba lần thế năng. Tỉ số độ lớn vận tốc của con lắc thứ hai và con lắc thứ nhất khi chúng gặp nhau bằng

A. 4.

B.  $\sqrt{\frac{14}{3}}$ .C.  $\sqrt{\frac{140}{3}}$ .

D. 8.

Giải: Biên độ xét ở đây là biên độ cung. Do  $T_1=2T_2 \rightarrow l_1=4l_2$  và  $\omega_2=2\omega_1$ ;  $S_{02}=3S_{01}$

$$\text{Cơ năng của con lắc } E = \frac{1}{2} m \omega^2 S_0^2 \rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\omega_2^2 S_{02}^2}{\omega_1^2 S_{01}^2} = 36 \rightarrow E_2 = 36E_1$$

Tại vị trí 2 con lắc gặp nhau tức là cùng li độ cung s nên: tìm mối liên hệ thế năng của 2 con

$$\text{lắc: } E_t = \frac{1}{2} m \omega^2 s^2 \rightarrow \frac{E_{t2}}{E_{t1}} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 4 \rightarrow E_{t2} = 4E_{t1} (*)$$

Tại vị trí gặp nhau: xét con lắc 1 có thế năng bằng 1/3 lần động năng: Cơ năng là:  $E_1 = E_d + E_{t1} \rightarrow E_1 = \frac{4}{3} E_d (1)$

Cơ năng con lắc 2:  $E_2 = E_d' + E_{t2} \rightarrow 36E_1 = E_d' + 4E_{t1} \rightarrow 36E_1 = E_d' + \frac{4}{3} E_d$  ( từ \* suy ra)

$$\text{Chia 2 vế cho } E_d \text{ và chú ý (1): } \frac{36.4}{3} = \frac{v'^2}{v^2} + \frac{4}{3} \rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{140}{3}}$$

### b. Trắc nghiệm:

**Câu 1:** Con lắc đơn dao động điều hòa. Khi tăng chiều dài con lắc lên 9 lần, tần số dao động của con lắc sẽ:

A. Tăng lên 3 lần. B. Giảm đi 3 lần. C. Tăng lên 4 lần. D. Giảm đi 4 lần.

**Câu 2:** Khi chiều dài dây treo con lắc đơn tăng 20% so với chiều dài ban đầu thì chu kì dao động của con lắc đơn thay đổi như thế nào?

A. Giảm 20%. B. Giảm 9,54%. C. Tăng 20%. D. Tăng 9,54%.

**Câu 3:** Hai con lắc đơn có chu kì  $T_1 = 2\text{s}$  và  $T_2 = 1,5\text{s}$ . Chu kì của con lắc đơn có dây treo dài bằng tổng chiều dài dây treo của ai con lắc trên là:

A. 2,5s. B. 0,5s. C. 2,25s. D. 3,5s.

**Câu 4:** Hai con lắc đơn có chu kì  $T_1 = 2\text{s}$  và  $T_2 = 2,5\text{s}$ . Chu kì của con lắc đơn có dây treo dài bằng hiệu chiều dài dây treo của ai con lắc trên là:

A. 2,25s. B. 1,5s. C. 1,0s. D. 0,5s.

**Câu 5:** Cho biết  $l_3 = l_1 + l_2$  và  $l_4 = l_1 - l_2$ . Con lắc đơn ( $l_3$ ; g) có chu kì  $T_3 = 0,4\text{s}$ . Con lắc đơn ( $l_4$ ; g) có chu kì  $T_4 = 0,3\text{s}$ . Con lắc đơn ( $l_1$ ; g) có chu kì là:

A. 0,1s. B. 0,5s. C. 0,7s. D. 0,35s.

**Câu 6:** Cho biết  $l_3 = l_1 + l_2$  và  $l_4 = l_1 - l_2$ . Con lắc đơn ( $l_3$ ; g) có tần số  $f_3 = 6\text{Hz}$ . Con lắc đơn ( $l_4$ ; g) có tần số  $f_4 = 10\text{Hz}$ . Con lắc đơn ( $l_2$ ; g) có tần số là:

A. 4Hz. B. 10,6s. C. 16Hz. D. 8Hz.

**Câu 7:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ . Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 32cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là:

A. 30 cm. B. 40cm. C. 50cm. D. 60cm.

**Câu 8:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ . Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 16cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là:

A. 30 cm. B. 25cm. C. 40cm. D. 35cm.

**Câu 9:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1\text{m}$ , vật nặng là quả cầu bằng thép khối lượng  $m$ . Phía dưới điểm treo I trên phương thẳng đứng tại điểm I' với  $II' = 75\text{cm}$  được đóng một cái đinh sao cho con lắc vướng vào đinh khi dao động. Chu kì dao động của con lắc là (Lấy  $g = \pi^2$ ).

A. 1s. B. 2s. C. 3s. D. 1,5s.

**Câu 10:** Cho biết mặt trăng có bán kính bằng  $\frac{1}{3,7}$  bán kính Trái đất. Khối lượng mặt trăng bằng  $\frac{1}{81}$  khối lượng Trái

Đất. Một con lắc đơn dao động trên Mặt Trăng có tần số thay đổi ra sao so với lúc dao động trên Trái Đất.

A. Tăng 2,5 lần.

B. Giảm 2,43 lần.

C. Tăng 4 lần.

D. Giảm 4 lần.

**Câu 11:** Gia tốc trọng trường trên mặt trăng nhỏ hơn gia tốc trọng trường trên Trái Đất 6 lần. Kim phút của đồng hồ quả lắc chạy một vòng ở Mặt Đất hết 1 giờ. Nếu đưa đồng hồ trên lên Mặt Trăng, chiều dài quả lắc không đổi, kim phút quay một vòng hết.

A. 6h.

B.  $\frac{1}{\sqrt{6}}$  h.

C. 2h 27 ph.

D.  $\frac{1}{6}$  h.

### **Dạng 6: Chu kỳ con lắc đơn thay đổi khi có thêm lực lạ.**

**Sử dụng một số công thức gần đúng:**

Nếu  $\varepsilon$  rất nhỏ so với 1 thì:  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ ;  $(1 - \varepsilon)^n \approx 1 - n\varepsilon$ ;  $(1 \pm \varepsilon_1)(1 \pm \varepsilon_2) \approx 1 \pm \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2$

**\* Phương pháp:** Ngoài trọng lực  $\vec{P}$  con lắc còn chịu thêm tác dụng của những lực  $\vec{F}$  không đổi thì coi như con lắc chịu tác dụng của trọng lực hiệu dụng  $\vec{P}_{hd}$  với  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$

$\vec{P}_{hd}$  gây ra  $\vec{g}_{hd}$  (ở VTCB nếu cắt dây vật sẽ rơi với gia tốc  $\vec{g}_{hd}$  này)

$\vec{g}_{hd} = \frac{\vec{P}_{hd}}{m}$  Chu kỳ mới của con lắc được xác định bởi:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$

#### **6.1/ Lực lạ là lực đẩy Acsimet.**

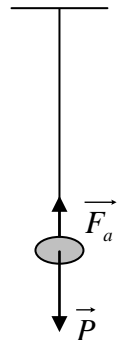
**Ví dụ 1:** Hãy so sánh chu kỳ của con lắc đơn trong không khí với chu kỳ của nó trong chân không biết vật nặng có khối lượng riêng D, không khí có khối lượng riêng là d.

**\* Phương pháp:**

Trong chân không:  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Trong không khí:  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_a$ ;  $P_{hd} = P - F_a$

$$g_{hd} = g - \frac{dVg}{DV} = g - \frac{d}{D}g; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g\left(1 - \frac{d}{D}\right)}} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{d}{D}}}$$



#### **6.2/ Lực lạ là lực điện, lực hút nam châm**

**Ví dụ 1:** Con lắc đơn có chiều dài l, vật nặng m tích điện +q đặt trong điện trường đều có cường độ  $\vec{E}$  ở nơi có gia tốc trọng trường g có chu kỳ dao động như thế nào?

**\* Phương pháp:**

a) Khi cường độ điện trường hướng thẳng đứng xuống dưới:

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}; P_{hd} = P + F$$

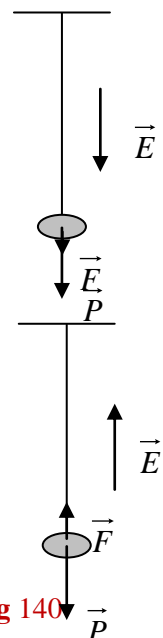
$$g_{hd} = g + \frac{F}{m} = g + \frac{qE}{m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}}$$

b) Khi cường độ điện trường hướng thẳng đứng lên trên:

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}; P_{hd} = P - F; g_{hd} = g - \frac{F}{m} = g - \frac{qE}{m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{qE}{m}}} \quad (\text{điều kiện: } g > \frac{qE}{m})$$



Nếu  $F > P$  thì có hiện tượng như bóng bay và  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\frac{qE}{m} - g}}$

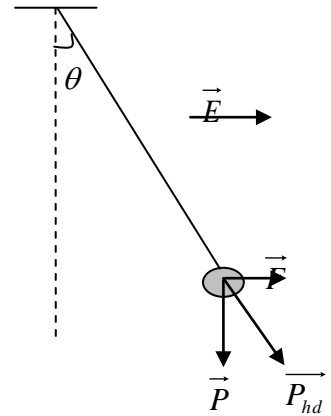
c) Khi cường độ điện trường hướng sang phải:

\* Vị trí cân bằng được xác định bởi  $\theta$ :  $\tan \theta = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg}$

\*  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$

Theo hình vẽ:  $P_{hd} = \sqrt{P^2 + (qE)^2}$ ;  $g_{hd} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$$



### 6.3/ Lực lạ là lực quán tính

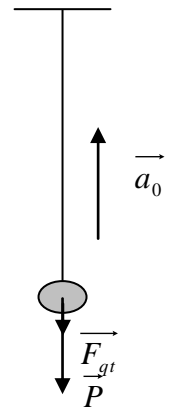
a) Khi điểm treo con lắc có gia tốc  $\vec{a}_0$  hướng thẳng đứng lên trên.

(Tức điểm treo chuyển động thẳng đứng lên trên nhanh dần đều hoặc chuyển động thẳng đứng xuống dưới chậm dần đều)

Ở đây:  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$

$P_{hd} = P + F_{qt}$ ;  $P_{hd} = P + ma_0$ ;  $g_{hd} = g + a_0$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + a_0}}$$

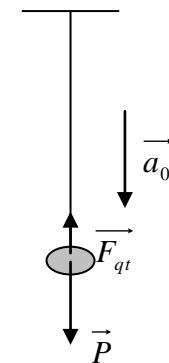


b) Khi điểm treo con lắc có gia tốc  $\vec{a}_0$  hướng thẳng đứng xuống dưới.

(Tức điểm treo chuyển động thẳng đứng đi xuống nhanh dần đều hoặc chuyển động thẳng đứng lên trên chậm dần đều)

Ở đây:  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$ ;  $P_{hd} = P - F_{qt}$ ;  $P_{hd} = P - ma_0$

$g_{hd} = g - a_0$ ;  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - a_0}}$  (điều kiện  $g > a_0$ )



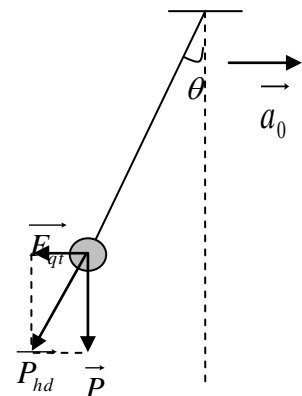
c) Khi điểm treo con lắc có gia tốc  $\vec{a}_0$  hướng ngang sang phải.

\* Vị trí cân bằng được xác định bởi  $\theta$ :

$\tan \theta = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{ma_0}{mg} = \frac{a_0}{g}$ ;  $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$

Theo hình vẽ:  $P_{hd} = \sqrt{P^2 + (ma_0)^2}$ ;  $g_{hd} = \sqrt{g^2 + a_0^2}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a_0^2}}}$$



**Các ví dụ:****Dạng 6-1: Biến thiên chu kỳ của con lắc đơn chịu tác dụng của lực điện trường; Lực hút Nam châm.****Các ví dụ:**

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn treo hòn bi kim loại khối lượng  $m = 0,01\text{kg}$  mang điện tích  $q = 2 \cdot 10^{-7}\text{C}$ . Đặt con lắc trong điện trường đều  $\vec{E}$  có phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Chu kỳ con lắc khi  $E = 0$  là  $T = 2\text{s}$ . Tìm chu kỳ dao động khi  $E = 10^4\text{V/m}$ . Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

A. 1,98s

B. 0,99s

C. 2,02s

D. 1,01s

HD: Do  $q > 0 \rightarrow \vec{E} \uparrow \uparrow \vec{F}_d$  hay  $\vec{F}_d$  hướng xuống dưới  $\rightarrow \vec{E}_d \uparrow \uparrow \vec{P}$

$$\text{Gia tốc: } g' = g + \frac{qE}{m} \rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{g + \frac{qE}{m}}{g}} \Rightarrow T' = T \cdot \sqrt{\frac{g}{g + \frac{qE}{m}}} \quad \text{Thay số ta có: } T = 1,98 \text{ (s)}$$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn dao động bé có chu kỳ  $T$ . Đặt con lắc trong điện trường đều có phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Khi quả cầu của con lắc tích điện  $q_1$  thì chu kỳ của con lắc là  $T_1 = 5T$ . Khi quả cầu của con lắc tích điện  $q_2$  thì chu kỳ là  $T_2 = 5/7 T$ . Tỉ số giữa hai điện tích là

A.  $q_1/q_2 = -7$ .B.  $q_1/q_2 = -1$ .C.  $q_1/q_2 = -1/7$ .D.  $q_1/q_2 = 1$ .

**Nhận xét:** Lực điện trường hướng xuống,  $T_2 < T < T_1 \Rightarrow$  Hai điện tích  $q_1, q_2$  trái dấu nhau

$$\text{Ta có: } F_{\text{điện}} = ma \Rightarrow qE = ma \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

$$* T_1 = 5T \text{ (điện tích } q_1 \text{ âm)} \Rightarrow \frac{T_1}{T} = 5 = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g_1}} = \sqrt{\frac{g}{g - a_1}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{g - a_1}{g} = 1 - \frac{a_1}{g} \Rightarrow \frac{a_1}{g} = \frac{24}{25} \quad (1)$$

$$* T_2 = 5/7 T \text{ (điện tích } q_2 \text{ dương)} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \frac{5}{7} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g_2}} = \sqrt{\frac{g}{g + a_2}} \Rightarrow \frac{49}{25} = \frac{g + a_2}{g} = 1 + \frac{a_2}{g} \Rightarrow \frac{a_2}{g} = \frac{24}{25} \quad (2)$$

$$\text{từ (1),(2)} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{a_1}{a_2} = 1$$

Do hai điện tích  $q_1, q_2$  trái dấu nên tỉ số điện tích của chúng là -1 **Chọn B**

**Ví dụ 3:** Một con lắc đơn mang điện tích dương khi không có điện trường nó dao động điều hòa với chu kỳ  $T$ . Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là  $T_1$ . Khi có điện trường hướng thẳng đứng lên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là  $T_2$ . Chu kỳ  $T$  dao động điều hòa của con lắc khi không có điện trường liên hệ với  $T_1$  và  $T_2$  là:

$$\text{A. } T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \quad \text{B. } T = \frac{2 T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \quad \text{C. } T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{2} \sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \quad \text{D. } T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

$$\text{HD: } \frac{1}{T_1^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g+a}{l}; \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g-a}{l} \Rightarrow \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} = 2 \cdot \frac{1}{T^2} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

**Ví dụ 4:** Một con lắc đơn mang điện tích dương khi không có điện trường nó dao động điều hòa với chu kỳ  $T$ . Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là  $T_1 = 3\text{s}$ . Khi có điện trường hướng thẳng đứng lên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là  $T_2 = 4\text{s}$ . Chu kỳ  $T$  dao động điều hòa của con lắc khi không có điện trường là:

A. 5s

B. 2,4s

C. 7s.

D.  $2,4\sqrt{2}\text{ s}$ 

$$\text{HD: } \frac{1}{T_1^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g+a}{l}; \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g-a}{l} \Rightarrow \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} = 2 \cdot \frac{1}{T^2}$$

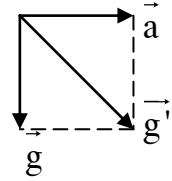
$$\Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \frac{3.4\sqrt{2}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2,4\sqrt{2}s$$

**Ví dụ 5.** Cho một con lắc đơn có dây treo cách điện, quả cầu m tích điện q. Khi đặt con lắc trong không khí thì nó dao động với chu kì T. Khi đặt nó vào trong một điện trường đều nằm ngang thì chu kì dao động sẽ

- A. tăng lên  
B. không đổi  
C. tăng hoặc giảm tùy thuộc vào chiều của điện trường  
D. giảm xuống

HD: Khi đặt con lắc trong điện trường đều  $\vec{E}$  nằm ngang thì con lắc có gia tốc hiệu dụng

$$: g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} > g$$



Ta có:  $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} > 1 \Rightarrow T > T' \Rightarrow T$  giảm. **Câu 4:** Chọn D

**Ví dụ 6.** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang nhẵn, cách điện gồm vật nặng khối lượng 50g, tích điện  $q = 20 \mu C$  và lò xo có độ cứng  $k = 20 N/m$ . Khi vật đang nằm cân bằng thì người ta tạo một điện trường đều  $E = 10^5 V/m$  trong không gian bao quanh con lắc có hướng dọc theo trục lò xo trong khoảng thời gian nhỏ  $\Delta t = 0,01 s$  và coi rằng trong thời gian này vật chưa kịp dịch chuyển. Sau đó con lắc dao động với biên độ là

- A. 10 cm.  
B. 1 cm.  
C. 2 cm.  
D. 20 cm.

**Giải:** Khi có điện trường vật chịu tác dụng của lực điện trường :  $F = Eq$ . Lực F gây ra xung của lực trong thời gian  $\Delta t$ :  $F \cdot \Delta t = \Delta P = mv$  là độ biến thiên động lượng của vật (vì coi rằng trong thời gian này vật chưa kịp dịch chuyển.)  $\Rightarrow v =$

$$\frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{Eq \cdot \Delta t}{m}$$

Sau đó con lắc dao động với biên độ A;  $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$

$$A = v \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{Eq \cdot \Delta t}{m} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-2}}{20}} = 2 \cdot 10^{-2} m = 2 \text{ cm. Chọn C}$$

**Ví dụ 7.** Có ba con lắc đơn cùng chiều dài cùng khối lượng cùng được treo trong điện trường đều có  $\vec{E}$  thẳng đứng. Con lắc thứ nhất và thứ hai tích điện  $q_1$  và  $q_2$ , con lắc thứ ba không tích điện. Chu kỳ dao động nhỏ của chúng lần lượt là  $T_1, T_2, T_3$  có  $T_1 = 1/3 T_3$ ;  $T_2 = 5/3 T_3$ . Tỉ số  $q_1/q_2$ ?

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g_1}}; g_1 = g + \frac{q_1 E}{m} = g(1 + \frac{q_1 E}{mg}); T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g_2}}; g_2 = g + \frac{q_2 E}{m} = g(1 + \frac{q_2 E}{mg}); T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}$$

( chú ý:  $q_1$  và  $q_2$  kể luôn cả dấu )

$$\frac{T_1}{T_3} = \sqrt{\frac{g}{g_1}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{q_1 E}{mg}}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{q_1 E}{mg} = 8 \quad (1)$$

$$\frac{T_2}{T_3} = \sqrt{\frac{g}{g_2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{q_2 E}{mg}}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{q_2 E}{mg} = \frac{-16}{25} \quad (2) \quad \text{Lấy (1) chia (2): } \frac{q_1}{q_2} = -12,5$$

**Ví dụ 8.** Một con lắc đơn gồm hòn bi nhỏ bằng kim loại được tích điện  $q > 0$ . Khi đặt con lắc vào trong điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường nằm ngang thì tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$ , có  $\tan \alpha = 3/4$ ; lúc này con lắc dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$ . Nếu đổi chiều điện trường này sao cho véc tơ cường độ điện trường có phương thẳng đứng hướng lên và cường độ không đổi thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc lúc này là:

- A.  $\frac{T_1}{\sqrt{5}}$ .  
B.  $T_1 \sqrt{\frac{7}{5}}$ .  
C.  $T_1 \sqrt{\frac{5}{7}}$ .  
D.  $T_1 \sqrt{5}$ .

Khi lực điện trường nằm ngang thì ta có  $\tan \alpha = F/P = 3/4 \Leftrightarrow qE/mg = 3/4 \Leftrightarrow qE/m = 3/4 g$  (hay  $g_1 = g/\cos \alpha$ )  
(F là lực điện trường, E cường độ điện trường, q điện tích electron)



$$\text{Lúc này chu kì của con lắc là } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + (qE/m)^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{\frac{25}{16}g^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\frac{5}{4}g}} \quad (1)$$

Khi thay đổi sao cho vectơ cường độ điện trường hướng lên  $g_2 = g - qE/m$  ( do  $q > 0$  , E và F cùng phương cùng chiều)

$$\text{Ta có } g_2 = g - \frac{3}{4}g = \frac{1}{4}g ; \text{ chu kì lúc sau là } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\frac{1}{4}g}} \quad (2) \text{ Lấy (1) chia cho (2) suy ra đáp án (D)}$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn gồm hòn bi nhỏ bằng kim loại được tích điện  $q > 0$ . Khi đặt con lắc vào trong điện trường đều có véc tơ cường độ điện trường nằm ngang thì tại vị trí cân bằng dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$ , có  $\tan \alpha = 3/4$ ; lúc này con lắc dao động nhỏ với chu kỳ  $T_1$ . Nếu đổi chiều điện trường này sao cho vectơ cường độ điện trường có phương thẳng đứng hướng lên và cường độ không đổi thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc lúc này là:

A.  $\frac{T_1}{\sqrt{5}}$  .    B.  $T_1 \sqrt{\frac{7}{5}}$  .    C.  $T_1 \sqrt{\frac{5}{7}}$  .    D.  $T_1 \sqrt{5}$  .

**Giải 1:** Khi điện trường E có phương ngang thì lực điện trường có phương ngang  $\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$

$$\text{Con lắc dao động với gia tốc hiệu dụng: } g_{hd} = \frac{g}{\cos \alpha} = \frac{5g}{4} \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{hd}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\frac{5}{4}g}} \quad (1)$$

Khi điện trường hướng lên thì lực điện trường hướng lên, con lắc dao động với ;

$$g_{hd} = g - \frac{qE}{m} = g(1 - \frac{qE}{mg}) = g(1 - \frac{3}{4}) = \frac{g}{4} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{hd}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cdot 4}{g}} \quad (2) \text{ Lấy (1) chia (2) } T = T_1 \sqrt{5} \text{ Chọn D}$$

**Giải 2:** Gia tốc do lực điện trường gây ra cho vật  $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$  ( E là độ lớn cường độ điện trường)

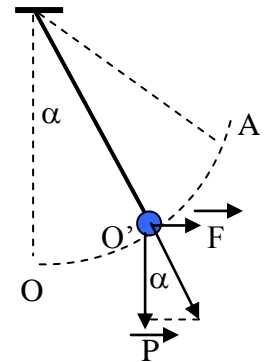
Khi điện trường nằm ngang:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}} \quad \text{Với } g_1 = \sqrt{g^2 + a^2} . \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}g$$

$$g_1 = \frac{5}{4}g$$

$$\text{Khi điện trường hướng thẳng đứng lên trên: } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}}$$

$$\text{Với } g_2 = g - a = g - \frac{3}{4}g = \frac{1}{4}g \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{4}g}{\frac{1}{4}g}} = \sqrt{5} \Rightarrow T_2 = T_1 \sqrt{5} . \text{ Chọn D}$$



**Ví dụ 10:** một con lắc đơn có chiều dài dây treo l, vật nhỏ có trọng lượng P và có chu kì riêng khi nó dao động với biên độ nhỏ là T. tích điện cho vật nhỏ điện tích q rồi đặt con lắc trong điện trường đều có phương thẳng đứng thì chu kì d động điều hòa của con lắc là  $T' = 1.25T$  độ lớn lực tác dụng lên vật nhỏ bằng

**Giải;** Chu kỳ dao động của con lắc đơn khi đó:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$

$$\vec{F} \text{ có phương thẳng đứng thì } g' = g \pm \frac{F}{m}; \text{ Do } T' > T \Rightarrow \vec{F} \updownarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m}$$

$$\text{Ta có: } \frac{T'^2}{T^2} = \frac{g}{g - \frac{F}{m}} = 1,25^2 \text{ hay: } \frac{1}{1 - \frac{F}{mg}} = 1,25^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow 1 - \frac{F}{mg} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{F}{mg} = \frac{9}{25} \Rightarrow$$

$$\text{Lực điện trường: } F = \frac{9}{25}mg = 0,36mg = 0,36P$$

**Ví dụ 11:** Con lắc đơn có vật nhỏ tích điện âm dao động điều hòa trong điện trường đều có vectơ cường độ điện trường thẳng đứng. Độ lớn lực điện tác dụng lên vật nhỏ bằng một phần tư trọng lượng của nó. Khi điện trường hướng xuống chu kỳ dao động bé của con lắc là  $T_1$ . Khi điện trường hướng lên thì chu kỳ dao động bé của con lắc là  $T_2$ . Liên hệ đúng là

A.  $2T_1 = T_2\sqrt{3}$ .      B.  $T_1\sqrt{3} = T_2\sqrt{5}$ .      C.  $T_2\sqrt{3} = T_1\sqrt{5}$ .      D.  $2T_1 = T_2\sqrt{5}$ .

**Giải**

Ta có lực điện  $F = P/4 = mg/4$

Gia tốc biểu kiến: + khi điện trường hướng xuống:  $g_1 = g - F/m = g - g/4 = 3g/4$

+ khi điện trường hướng lên:  $g_2 = g + F/m = 5g/4$

Ta có  $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \Rightarrow T_1\sqrt{3} = T_2\sqrt{5}$       **Đáp án B**

### Trắc nghiệm:

**Câu 1:** Con lắc đơn có chu kỳ  $T_0$  khi đang dao động với biên độ nhỏ. Cho con lắc dao động trong điện trường đều có phương thẳng đứng hướng xuống. Khi truyền cho con lắc điện tích  $q_1$  thì con lắc dao động với chu kỳ  $T_1 = 3T_0$ . Khi truyền cho con lắc điện tích  $q_2$  thì con lắc dao động với chu kỳ  $T_2 = 1/3 T_0$ . Tính tỉ số  $q_1/q_2$ ?

- A. -1/9      B. 1/9      C. -9      D. 9

**Câu 2:** Một con lắc đơn dao động điều hoà trong điện trường đều, có véc tơ cường độ điện trường có phương thẳng đứng, hướng xuống. Khi vật treo chưa tích điện thì chu kỳ dao động là  $T_0 = 2s$ , khi vật treo lần lượt tích điện  $q_1$  và

$q_2$  thì chu kỳ dao động tương ứng là  $T_1 = 2,4s$ ,  $T_2 = 1,6s$ . Tỉ số  $\frac{q_1}{q_2}$  là

- A.  $-\frac{44}{81}$ .      B.  $-\frac{81}{44}$ .      C.  $-\frac{24}{57}$ .      D.  $-\frac{57}{24}$ .

**Câu 3:** Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng 80g, đặt trong điện trường đều có vector cường độ điện trường thẳng đứng, hướng lên có độ lớn 4800 V/m. Khi chưa tích điện cho quả nặng, chu kì dao động của con lắc với biên độ nhỏ 2s, tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi tích điện cho quả nặng điện tích  $6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$  thì chu kì dao động của nó là

- A. 2,5s.      B. 2,33s.      C. 1,6s.      D. 1,54s.

**Câu 4:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng 0,1kg được tích điện  $10^{-5} \text{ C}$  treo vào một dây mảnh dài 20cm, đầu kia của dây cố định tại O trong vùng điện trường đều hướng xuống theo phương thẳng đứng, có cường độ  $2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 0,811s.      B. 10s.      C. 2s.      D. 0,99s.

**Câu 5:** Con lắc đơn gồm dây mảnh dài 10cm, quả cầu kim loại nhỏ khối lượng 10g được tích điện  $10^{-4} \text{ C}$ . Con lắc được treo trong vùng điện trường đều có phương nằm ngang, có cường độ 400V/m. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Vị trí cân bằng mới của con lắc tạo với phương thẳng đứng một góc

- A. 0,3805rad.      B. 0,805rad      C. 0,5rad.      D. 3,805rad.

**Câu 6:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu kim loại nhỏ, khối lượng 1g, tích điện dương có độ lớn  $5,56 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ , được treo vào một sợi dây dài 1m trong điện trường đều có phương nằm ngang có cường độ  $10^4 \text{ V/m}$ , tại nơi có  $g = 9,79 \text{ m/s}^2$ . Con lắc có vị trí cân bằng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc

- A.  $60^\circ$ .      B.  $10^\circ$ .      C.  $20^\circ$ .      D.  $29,6^\circ$ .

**Câu 7:** Một con lắc đơn gồm một sợi dây có chiều dài 0,5m và quả nặng có khối lượng 40g, mang điện tích  $-8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Treo con lắc vào vùng không gian có điện trường đều hướng theo phương nằm ngang với cường độ 40V/cm và gia tốc trọng trường  $g = 9,79 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 1,25s.      B. 2,10s.      C. 1,48s.      D. 1,60s.

**Câu 8:** Đặt con lắc đơn trong điện trường có phương thẳng đứng hướng xuống, có độ lớn  $10^4 \text{ V/m}$ . Biết khối lượng quả cầu 20g, quả cầu được tích điện  $12 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , chiều dài dây treo là 1m. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A.  $\frac{\pi}{4} \text{ s}$ .      B.  $\frac{\pi}{2} \text{ s}$ .      C.  $\pi \text{ s}$ .      D.  $\pi \text{ s}$ .

**Câu 9:** Đặt một con lắc đơn trong điện trường có phương thẳng đứng hướng từ trên xuống, có cường độ  $10^4 \text{ V/m}$ . Biết khối lượng quả cầu là 0,01kg, quả cầu được tích điện  $5 \cdot 10^{-6}$ , chiều dài dây treo 50cm, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2 = \pi^2$ . Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì là

- A. 0,58s.      B. 1,4s.      C. 1,15s.      D. 1,25s.

**Câu 10:** Một con lắc đơn có chiều dài 25 cm, vật nặng có khối lượng 10g, mang điện tích  $10^{-4}\text{C}$ . Treo con lắc vào giữa hai bản tụ đặt song song, cách nhau 22cm. Biết hiệu điện thế hai bản tụ là 88V. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Chu kỳ dao động của con lắc trong điện trường trên là

- A. 0,983s. B. 0,398s. C. 0,659s. D. 0,957s.

**Câu 11:** Một con lắc đơn được tích điện được đặt trường đều có phương thẳng đứng. Khi điện trường hướng xuống thì chu kỳ dao động của con lắc là 1,6s. Khi điện trường hướng lên thì chu kỳ dao động của con lắc là 2s. Khi con lắc không đặt trong điện trường thì chu kỳ dao động của con lắc đơn là

- A. 1,69s. B. 1,52s. C. 2,20s. D. 1,8s.

**Câu 12:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 1\text{s}$  trong vùng không có điện trường, quả lắc có khối lượng  $m = 10\text{g}$  bằng kim loại mang điện tích  $q = 10^{-5}\text{C}$ . Con lắc được đem treo trong điện trường đều giữa hai bản kim loại phẳng song song mang điện tích trái dấu, đặt thẳng đứng, hiệu điện thế giữa hai bản bằng 400V. Kích thước các bản kim loại rất lớn so với khoảng cách  $d = 10\text{cm}$  giữa chúng. Tìm chu kỳ con lắc khi dao động trong điện trường giữa hai bản kim loại.

- A. 0,964s. B. 0,928s. C. 0,631s. D. 0,580s.

**Câu 13:** Có ba con lắc đơn cùng chiều dài dây treo và cùng khối lượng. Con lắc thứ nhất và thứ hai mang điện tích  $q_1$  và  $q_2$ . Con lắc thứ ba không điện tích. Đặt lần lượt ba con lắc vào điện trường đều có vectơ cường độ điện trường theo phương thẳng đứng và hướng xuống. Chu kỳ dao động điều hoà của chúng trong điện trường lần lượt  $T_1, T_2$  và  $T_3$

với  $T_1 = \frac{1}{3} T_3, T_2 = \frac{2}{3} T_3$ . Cho  $q_1 + q_2 = 7,4 \cdot 10^{-8}\text{C}$ . Điện tích  $q_1$  và  $q_2$  có giá trị lần lượt là

- A.  $6,4 \cdot 10^{-8}\text{C}; 10^{-8}\text{C}$ . B.  $-2 \cdot 10^{-8}\text{C}; 9,4 \cdot 10^{-8}\text{C}$ . C.  $5,4 \cdot 10^{-8}\text{C}; 2 \cdot 10^{-8}\text{C}$ . D.  $9,4 \cdot 10^{-8}\text{C}; -2 \cdot 10^{-8}\text{C}$

**Câu 14:** Một con lắc đơn có vật nặng là quả cầu nhỏ làm bằng sắt có khối lượng  $m = 10\text{g}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Nếu đặt

dưới con lắc 1 nam châm thì chu kỳ dao động nhỏ của nó thay đổi đi  $\frac{1}{1000}$  so với khi không có nam châm. Lực hút mà nam châm tác dụng vào con lắc là

- A.  $2 \cdot 10^{-4}\text{N}$ . B.  $2 \cdot 10^{-3}\text{N}$ . C.  $1,5 \cdot 10^{-4}\text{N}$ . D.  $1,5 \cdot 10^{-3}\text{N}$ .

### Dạng 6-2: Biến thiên chu kỳ của con lắc khi có thêm lực quán tính

**Bài 1.** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2\text{s}$  khi treo vào thang máy đứng yên. Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $0,1\text{m/s}^2$  thì chu kỳ dao động của con lắc là A. 2,00s B. 2,10s C. 1,99s D. 1,87s

HD: Thang máy đi lên nhanh dần đều  $\Rightarrow \vec{a}$  hướng lên mà  $\vec{F}_{qt} \uparrow \downarrow \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{qt} \downarrow \vec{P}$

Gia tốc hiệu dụng:  $g' = g + a = 10,1\text{ (m/s}^2\text{)}$

$$\rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} \Rightarrow T' = T \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{10}{10,1}} = 1,99\text{ (s)} \text{ Chọn C}$$

**Bài 2.** Một con lắc đơn được treo vào trần của một xe ô tô đang chuyển động theo phương ngang. Chu kỳ dao động của con lắc đơn trong trường hợp xe chuyển thẳng đều là  $T_1$ , khi xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a$  là  $T_2$  và khi xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a$  là  $T_3$ . Biểu thức nào sau đây đúng? A.  $T_2 = T_3 < T_1$ . B.  $T_2 = T_1 = T_3$ . C.  $T_2 < T_1 < T_3$ . D.  $T_2 > T_1 > T_3$ .

HD: TH: Xe CĐ nhanh dần đều

TH: Xe CĐ chậm dần đều

$$\Rightarrow g' = \vec{g}'' = \sqrt{g^2 + a^2} > g \Rightarrow T_2 = T_3 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + a^2}}} < 1 \Rightarrow T_2 = T_3 < T_1 \text{ Chọn A}$$

**Bài 3.** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1\text{m}$  treo ở trần một thang máy, khi thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc  $a = g/2$  ( $g = \pi^2\text{m/s}^2$ ) thì chu kỳ dao động bé của con lắc là

- A. 4 (s). B. 2,83 (s). C. 1,64 (s). D. 2 (s).

HD: Khi thang máy chuyển động nhanh dần đều thì  $\vec{a}$  cùng chiều chuyển động (hướng xuống) mà  $\vec{F}_{dh}$  ngược chiều

$$\vec{a} \rightarrow \vec{F}_{dh} \text{ hướng lên} \rightarrow \vec{F}_{dh} \downarrow \uparrow \vec{P}$$

Gia tốc hiệu dụng  $g' = g - a = \frac{g}{2} = \frac{\pi^2}{2} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\pi^2}} = 2,83(s)$  : Chọn B

**Bài 4.** Một thang máy có thể chuyển động theo phương thẳng đứng với gia tốc có độ lớn luôn nhỏ hơn gia tốc trọng trường  $g$  tại nơi đặt thang máy. Trong thang máy này có treo một con lắc đơn dao động với biên độ nhỏ. Chu kì dao động của con lắc khi thang máy đứng yên bằng 1,1 lần khi thang máy chuyển động. Điều đó chứng tỏ vectơ gia tốc của thang máy

A. hướng lên trên và có độ lớn là 0,11g      B. hướng lên trên và có độ lớn là 0,21g

C. hướng xuống dưới và có độ lớn là 0,11g      D. hướng xuống dưới và có độ lớn là 0,21g

**Giải:** Theo đề thì chu kỳ giảm khi thang máy có thể chuyển động hướng lên trên nhanh dần đều, để gia tốc  $-a$  hướng xuống làm  $T$  giảm. Ta có  $\vec{g}' = \vec{g} + (-\vec{a}) \Rightarrow g' = g + |a|$

Vậy chu kì dao động của con lắc là:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+|a|}} \Leftrightarrow$  chu kì giảm

Với  $a = 0,21g$  thì  $T' = T/1,1$  Hay  $T = 1,1T'$  . **Chọn B**

**Bài 5.** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$  với năng lượng dao động là 150mJ, góc thể năng là vị trí cân bằng của quả nặng. Đúng lúc vận tốc của con lắc bằng không thì thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc  $2,5\text{m/s}^2$ . Con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng dao động :

A. 150 mJ.

B. 129,5 mJ.

C. 111,7 mJ.

D. 188,3 mJ

**Giai :** Khi chưa chuyển động  $W_1 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$ ; Khi chuyển động  $W_2 = \frac{1}{2}mg'l\alpha_0^2$

Vì thang máy chuyển động nhanh dần nên  $g' = g + a$

$$\text{Ta có } \frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{1}{2}mgl\alpha_0^2}{\frac{1}{2}mg'l\alpha_0^2} = \frac{g}{g'} \Rightarrow W_2 = 188,3\text{mJ} . \text{ đáp an D}$$

**Bài 6.** Một con lắc đơn được treo ở trần một toa xe. Khi toa xe chuyển động thẳng đều trên đường nằm ngang, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T_0 = 2\text{ s}$ . Khi toa xe trượt không ma sát từ trên xuống trên một mặt phẳng nghiêng góc  $30^\circ$  so với mặt nằm ngang thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$  bằng (Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ )

A. 2,019 s.

B. 1,807 s.

C. 1,739 s.

D. 2,149 s.

**Giải:**

Vì xe chuyển động không ma sát nên khi trượt trên mặt phẳng nghiêng toa xe chuyển động nhanh dần với gia tốc  $a = g\sin 30 = 5\text{ m/s}^2$

Khi đó gia tốc biểu kiến lúc này  $g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga.\cos 60^\circ} = \sqrt{75}$

Theo bài ra  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} \Rightarrow T' = 2,149\text{s}$

**Đáp án D**

### **Trắc nghiệm:**

**Câu 1:** Con lắc đơn dao động điều hoà trong thang máy đứng yên. Khi thang máy bắt đầu đi lên nhanh dần đều, vận tốc lúc đó của con lắc bằng 0. Cho con lắc dao động điều hòa thì đại lượng vật lí nào không thay đổi

A. Biên độ.

B. Chu kì.

C. Cơ năng.

D. Tần số góc.

**Câu 2:** Con lắc đơn dao động điều hòa trong một toa xe đứng yên với chu kì  $T$ . chu kì dao động sẽ thay đổi khi

A. toa xe chuyển động thẳng đều lên cao.

B. toa xe chuyển động thẳng đều xuống thấp.

C. toa xe chuyển động thẳng đều theo phương ngang.

D. toa xe chuyển động tròn đều trên mặt phẳng ngang.

**Câu 3:** Một con lắc đơn dao động với chu kì 2s ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Con lắc được treo trên xe ô tô đang chuyển động trên đường nằm ngang với gia tốc có độ lớn  $g/\sqrt{3}$ . Chu kì dao động của con lắc trong ô tô đó là

A. 2,12s.

B. 1,86s.

C. 1,95s.

D. 2,01s.

**Câu 4:** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

A.  $2T$ .

B.  $T/2$ .

C.  $T\sqrt{2}$ .

D.  $T/\sqrt{2}$ .

**Câu 5:** Con lắc đơn dao động với chu kỳ 2s khi treo vào thang máy đứng yên, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $0,5 \text{ m/s}^2$  thì con lắc dao động điều hòa chu kỳ dao động bằng

- A. 1,95s. B. 1,98s. C. 2,15s. D. 2,05s.

**Câu 6:** Một con lắc đơn dài 1,5 m treo trên trần của thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $2,0 \text{ m/s}^2$  tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$  dao động điều hòa với chu kỳ

- A. 2,7 s. B. 2,22 s. C. 2,43 s D. 5,43 s

**Câu 7:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2\text{s}$  khi treo vào thang máy đứng yên. Chu kỳ của con lắc đơn dao động điều hòa khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $0,1 \text{ m/s}^2$  là

- A. 2,1s . B. 2,02s. C. 1,99s. D. 1,87s.

**Câu 8:** Một con lắc đơn có chu kỳ 2s. Treo con lắc vào trần một chiếc xe đang chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang thì khi ở vị trí cân bằng dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0 = 30^\circ$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc trong thang máy là

- A. 1,4s. B. 1,54s. C. 1,86s. D. 2,12s.

**Câu 9:** Một con lắc đơn có chu kỳ 2s khi treo vào thang máy đứng yên. Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc đơn khi thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc có độ lớn  $1 \text{ m/s}^2$  tại nơi có  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$  bằng.

- A. 4,70s. B. 1,89s. C. 1,58s. D. 2,11s.

**Câu 10:** Một con lắc đơn có chu kỳ dao động 2s. Nếu treo con lắc vào trần một toa xe đang chuyển động nhanh dần đều trên mặt phẳng nằm ngang thì thấy ở vị trí cân bằng mới, dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $30^\circ$ . Gia tốc của toa xe và chu kỳ dao động điều hòa mới của con lắc là

- A.  $10 \text{ m/s}^2$ ; 2s. B.  $10 \text{ m/s}^2$ ; 1,86s. C.  $5,55 \text{ m/s}^2$ ; 2s. D.  $5,77 \text{ m/s}^2$ ; 1,86s.

**Câu 11:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,5m treo ở trên trần một ô tô đang xuống dốc nghiêng với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc đơn khi ô tô xuống dốc không ma sát là

- A. 1,51s. B. 2,03s. C. 1,97s. D. 2,18s.

**Câu 12:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,5m treo ở trên trần một ô tô đang xuống dốc nghiêng với phương ngang một góc  $30^\circ$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc khi ô tô xuống dốc có hệ số ma sát 0,2 là

- A. 1,51s. B. 1,44s. C. 1,97s. D. 2,01s.

**Câu 13:** Một con lắc dao động điều hòa trong thang máy đứng yên nơi có gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 150mJ, thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết rằng tại thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không. Con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng

- A. 200mJ. B. 141mJ. C. 112,5mJ. D. 83,8mJ

**Câu 14:** Một con lắc đơn được treo trên trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 2s. Khi thanh máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc có cùng độ lớn  $a$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 3s. Khi thang máy đứng yên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là

- A. 2,35s. B. 1,29s. C. 4,60s. D. 2,67s

**Câu 15:** Một con lắc đơn được treo trên trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi xuống nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 4s. Khi thanh máy chuyển động thẳng đứng đi xuống chậm dần đều với gia tốc có cùng độ lớn  $a$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 2s. Khi thang máy đứng yên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là

- A. 4,32s. B. 3,16s. C. 2,53s. D. 2,66s.

**Câu 16:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2\text{s}$  khi treo ở vị trí cố định trên mặt đất. Người ta treo con lắc lên trên trần một chiếc ô tô đang chuyển động nđđ lên một dốc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  với gia tốc  $5 \text{ m/s}^2$ . Góc nghiêng của dây treo quả lắc so với phương thẳng đứng là

- A.  $16^\circ 34'$ . B.  $15^\circ 37'$ . C.  $19^\circ 06'$ . D.  $18^\circ 52'$

**Câu 17:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1,73 \text{ m}$  thực hiện dao động điều hoà trên một chiếc xe đang lăn tự do xuống dốc không ma sát. Dốc nghiêng một góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang. Lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

a. Tại vị trí cân bằng của con lắc dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc

- A.  $75^\circ$ . B.  $15^\circ$ . C.  $30^\circ$ . D.  $45^\circ$ .

b. Chu kỳ dao động của con lắc là

- A. 1,68s. B. 2,83s. C. 2,45s. D. 1,93s.

### **Dạng 6-3: Biến thiên chu kỳ của con lắc khi có thêm lực đẩy Ác - Si – Mét.**

**Câu 1:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là  $l$  và vật nặng có khối lượng  $m$ , khối lượng riêng  $D$ . Đặt con lắc trong chân không thì chu kỳ dao động của nó là  $T$ . Nếu đặt nó trong không khí có khối lượng riêng  $D_0$  thì chu kỳ dao động

$$\text{của con lắc là: } T' = T \cdot \sqrt{\frac{D}{D - D_0}} = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{D_0}{D}}}$$

**Chứng minh:** Con lắc chịu tác dụng của lực phụ là lực đẩy Ácsimet hướng lên:



$$g' = g - \frac{F}{m} = g - \frac{D_0 \cdot V \cdot g}{D \cdot V} = g - \frac{D_0 \cdot g}{D} = g \left(1 - \frac{D_0}{D}\right) \quad \text{do } m = D \cdot V \text{ (V là thể tích của vật)}$$

Ta có:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$  và  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  Lập tỉ số giữa  $T'$  và  $T$ :  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow T' = T \sqrt{\frac{D}{D - D_0}}$

**Câu 2:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2s$  khi đặt trong chân không. Quả lắc làm bằng một hợp kim khối lượng riêng  $D = 8,67 \text{ g/cm}^3$ . Tính chu kỳ  $T'$  của con lắc khi đặt con lắc trong không khí; sức cản của không khí xem như không đáng kể, quả lắc chịu tác dụng của sức đẩy Archimède, khối lượng riêng của không khí là  $d = 1,3 \text{ g/lít}$ .

A. 2,00024s.

B. 2,00015s.

C. 1,99993s.

D. 1,99985s.

**Giải:** Lực đẩy Acsimet:  $\vec{F}_p = -\rho V \vec{g}$  ( $\rho = D_0$  là khối lượng riêng của chất lỏng hoặc chất khí (ở đây là không khí),

$V$  là thể tích bị vật chiếm chỗ), lực đẩy Acsimet luôn có phương thẳng đứng, hướng lên trên  $\Rightarrow \vec{g}' = \vec{g} + \frac{-\rho V \vec{g}}{m}$

$$\Rightarrow g' = g - \frac{\rho g}{D} = g \left(1 - \frac{D_0}{D}\right)$$

Ta có:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{1 - \frac{D_0}{D}} \Rightarrow T' = T \cdot \sqrt{\frac{D}{D - D_0}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{8,67}{8,67 - 1,3 \cdot 10^{-3}}} = 2,000149959s$  Hay  $T = 2,00015s$ .

**Câu 3:** Một con lắc đơn có chu kỳ  $T = 2s$  khi đặt trong chân không. Quả lắc làm bằng một hợp kim có khối lượng  $m = 50g$  và khối lượng riêng  $D = 0,67 \text{ kg/dm}^3$ . Khi đặt trong không khí, có khối lượng riêng là  $D_0 = 1,3 \text{ g/lít}$ . Chu kỳ  $T'$  của con lắc trong không khí là

A. 1,9080s.

B. 1,9850s.

C. 2,1050s.

D. 2,0019s

**Giải:** Tương tự trên:  $T' = T \cdot \sqrt{\frac{D}{D - D_0}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,67}{0,67 - 1,3 \cdot 10^{-3}}} = 2,001943127s = 2,0019s$  Đáp án D

**Câu 4:** Cho một con lắc đơn treo ở đầu một sợi dây mảnh dài bằng kim loại, vật nặng làm bằng chất có khối lượng riêng  $D = 8 \text{ g/cm}^3$ . Khi dao động nhỏ trong bình chân không thì chu kỳ dao động là  $2s$ . Cho con lắc đơn dao động trong một bình chứa một chất khí thì thấy chu kỳ tăng một lượng  $250\mu s$ . Khối lượng riêng của chất khí đó là

A.  $0,004 \text{ g/cm}^3$ .B.  $0,002 \text{ g/cm}^3$ .C.  $0,04 \text{ g/cm}^3$ .D.  $0,02 \text{ g/cm}^3$ .

**Câu 5:** Một con lắc đơn gồm vật có khối lượng  $m$ , dây treo có chiều dài  $l = 2m$ , lấy  $g = \pi^2$ . Con lắc dao động điều hòa dưới tác dụng của ngoại lực có biểu thức  $F = F_0 \cos(\omega t + \pi/2)$  (N). Nếu chu kỳ  $T$  của ngoại lực tăng từ  $2s$  lên  $4s$  thì biên độ dao động của vật sẽ:

A. tăng rồi giảm

B. giảm rồi tăng

C. chỉ giảm

D. chỉ tăng

**Giải:** Chu kỳ dao động riêng của con lắc đơn:  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{\pi^2}} = 2\sqrt{2}$  (giây)

Khi chu kỳ  $T$  của ngoại lực tăng từ  $2s$  lên  $4s$  thì biên độ dao động của vật sẽ giảm

Vì khi  $T = 2s = T_0 \Rightarrow f = f_0$  thì biên độ đạt cực đại do có sự cộng hưởng; biên độ đạt cực đại.

Chọn đáp án C

### Dạng 6-4: Con lắc trùng phùng:

**Phương pháp:** Khoảng thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp:  $\theta = \frac{T \cdot T_0}{T - T_0} \Rightarrow T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0}$

**Bài 1:** Dùng các chớp sáng tuần hoàn chu kỳ  $2s$  để chiếu sáng một con lắc đơn đang dao động. Ta thấy, con lắc dao động biểu kiến với chu kỳ  $30$  phút với chiều dao động biểu kiến cùng chiều dao động thật. Chu kỳ dao động thật của con lắc là:

A. 2,005s

B. 1,978s

C. 2,001s

D. 1,998s

**Giải:** Chu kỳ dao động biểu kiến chính là thời gian “trùng phùng” của hai dao động

$$t = nT = (n+1) T_{\text{thật}} \quad \text{Với } n = 30 \cdot 60 / 2 = 900 \rightarrow T_{\text{thật}} = 1800 / 901 = 1,99778 \approx 1,998(s) \quad \text{Chọn D.}$$

**Bài 2:** Một con lắc đơn có chu kỳ dao động  $T$  chưa biết dao động trước mặt một con lắc đồng hồ có chu kỳ  $T_0 = 2s$ . Con lắc đơn dao động chậm hơn con lắc đồng hồ một chút nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp bằng  $7$  phút  $30$  giây. Hãy tính chu kỳ  $T$  của con lắc đơn và độ dài con lắc đơn. lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

A. 1,98s và 1m

B. 2,009s và 1m

C. 2,009s và 2m

D. 1,98s và 2m

Giai: Đối với bài toán con lắc trùng phùng ta có khoảng thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp:



$$\theta = \frac{T.T_0}{T-T_0} \Rightarrow T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0} = 2,009 \text{ s từ đó tính chiều dài } l = 1 \text{ m}$$

**Bài 3:** Con lắc đơn chu kì T hơi lớn hơn 2s dao động song song trước 1 con lắc đơn gỗ giầy chu kỳ  $T_0 = 2\text{s}$ . Thời gian giữa 2 lần trùng phùng thứ nhất và thứ 5 là 28 phút 40 giây. Chu kì T là:

- A. 2,015 s.      B. 2,009 s.      C. 1,995 s.      D. 1,002 s.

**Giải:** Thời gian trùng phùng của hai con lắc  $t = 28 \text{ phút } 40\text{s} / 4 = 1720\text{s} / 4 = 430\text{s}$

$$\theta = \frac{T.T_0}{T-T_0} \Rightarrow T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0} \quad \text{Thế số: } T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0} = \frac{430.2}{430 - 2} = \frac{215}{107} = 2,009345794\text{s}. \quad \text{Chọn B}$$

$$\text{Hay: } (n+1)T_0 = nT = 430 \Rightarrow n = \frac{430}{2} - 1 = 214 \Rightarrow T = \frac{430}{n} = \frac{430}{214} = 2,009\text{s}. \quad \text{Chọn B}$$

### Trắc nghiệm:

**Câu 1:** Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là  $T_1 = 4\text{s}$  và  $T_2 = 4,8\text{s}$ . Kéo hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ. Hỏi sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này: A. 8,8s      B. 12s.      C. 6,248s.      D. 24s

**Câu 2:** Với bài toán như trên hỏi thời gian để hai con lắc trùng phùng lần thứ 2 và khi đó mỗi con lắc thực hiện bao nhiêu dao động

- A. 24s; 10 và 11 dao động.      B. 48s; 10 và 12 dao động.  
C. 22s; 10 và 11 dao động.      D. 23s; 10 và 12 dao động.

**Câu 3:** Hai con lắc đơn có chu kỳ dao động lần lượt là  $T_1 = 0,3\text{s}$  và  $T_2 = 0,6\text{s}$  được kích thích cho bắt đầu dao động nhỏ cùng lúc. Chu kỳ dao động trùng phùng của bộ đôi con lắc này bằng

- A. 1,2 s.      B. 0,9 s.      C. 0,6 s.      D. 0,3 s.

**Câu 4:** Hai con lắc lò xo treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là  $T_1 = 2\text{s}$  và  $T_2 = 2,1\text{s}$ . Kéo hai con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn như nhau rồi đồng thời buông nhẹ. Hỏi sau thời gian ngắn nhất bao nhiêu thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này

- A. 42s.      B. 40s.      C. 84s.      D. 43s.

**Câu 5:** Đặt con lắc đơn dài hơn dao động với chu kì T gần 1 con lắc đơn khác có chu kỳ dao động  $T_1 = 2\text{s}$ . Cứ sau  $\Delta t = 200\text{s}$  thì trạng thái dao động của hai con lắc lại giống nhau. Chu kỳ dao động của con lắc đơn là

- A.  $T = 1,9\text{s}$ .      B.  $T = 2,3\text{s}$ .      C.  $T = 2,2\text{s}$ .      D.  $2,02\text{s}$ .

**Câu 6:** Một con lắc đơn dao động tại nơi có  $g = 9,8\text{m/s}^2$ , có chu kỳ T chưa biết, dao động trước mặt một con lắc đồng hồ có chu kỳ  $T_0 = 2\text{s}$ . Con lắc đơn dao động chậm hơn con lắc đồng hồ một chút nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp bằng 7 phút 30 giây. Tính chu kỳ T của con lắc đơn và độ dài của con lắc đơn.

- A. 2,009s; 1m.      B. 1,999s; 0,9m.      C. 2,009s; 0,9m.      D. 1,999s; 1m.

**Câu 7:** Hai con lắc đơn dao động với các chu kỳ  $T_1 = 6,4\text{s}$  và  $T_2 = 4,8\text{s}$ . Khoảng thời gian giữa hai lần chúng cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía liên tiếp là:

- A. 11,2s.      B. 5,6s.      C. 30,72s.      D. 19,2s.

**Câu 8:** Hai con lắc đơn dao động trong hai mặt phẳng thẳng đứng // với chu kỳ lần lượt là 2s, và 2,05s. Xác định chu kỳ trùng phùng của hai con lắc :

- A. 0,05 s.      B. 4,25.      C. 82.      D. 28.

### Dạng 6-5: Con lắc đơn đứt dây, vướng đinh

**Bài 1.** Một con lắc đơn có chiều dài 1m, đầu trên cố định đầu dưới gắn với vật nặng có khối lượng m. Điểm cố định cách mặt đất 2,5m. Ở thời điểm ban đầu đưa con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc ( $\alpha = 0,09 \text{ rad}$  (góc nhỏ) rồi thả nhẹ khi con lắc vừa qua vị trí cân bằng thì sợi dây bị đứt. Bỏ qua mọi sức cản, lấy  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ của vật nặng ở thời điểm  $t = 0,55\text{s}$  có giá trị gần bằng:

- A. 5,5 m/s      B. 0,5743m/s      C. 0,2826 m/s      D. 1 m/s

**Giải:** Chu kỳ dao động của con lắc đơn  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ (s)}$ .

Khi qua VTCB sợi dây đứt chuyển động của vật là CĐ ném ngang từ độ cao  $h_0 = 1,5\text{m}$  với vận tốc ban đầu xác định

$$\text{theo công thức: } \frac{mv_0^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha) = mgl2\sin^2 \frac{\alpha}{2} = mgl \frac{\alpha^2}{2} \rightarrow v_0 = \pi\alpha$$

Thời gian vật CĐ sau khi dây đứt là  $t = 0,05s$ . Khi đó vật ở độ cao:  $h = h_0 - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h_0 - h = \frac{gt^2}{2}$

$$mgh_0 + \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2g(h_0 - h) = v_0^2 + 2g \frac{gt^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + (gt)^2 \Rightarrow v^2 = (\pi\alpha)^2 + (gt)^2 \Rightarrow v = 0,5753 \text{ m/s}$$

**Bài 2:** Một con lắc đơn có chiều dài 2m được treo vào trần nhà cách mặt bàn nằm ngang 12m. Con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha = 0,1\text{rad}$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Khi vật đang đi qua vị trí thấp nhất thì dây bị đứt. Xác định khoảng cách từ hình chiếu của điểm treo con lắc lên mặt sàn đến điểm mà vật rơi lên trên sàn?

ĐS:  $20\sqrt{10}\text{cm}$

**Giải:** Khi vật đang đi qua vị trí thấp nhất thì dây bị đứt, lúc này vật có vận tốc

$$V_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{l}}(l\alpha_0) = \sqrt{\frac{9,8}{2}}(2,0,1) = \frac{7\sqrt{10}}{50} (\text{m/s}) = 14\sqrt{10}(\text{cm/s})$$

Lúc này là bài toán vật ném ngang từ độ cao  $h=10\text{m}$  (do trừ 2m chiều dài dây treo con lắc), với vận tốc đầu

$$V_0 = 14\sqrt{10}(\text{cm/s}) \quad \text{và xác định tầm xa} \quad L = V_0 t = V_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 14\sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9,8}} = 20\sqrt{10}\text{cm}$$

(xem bài toán ném ngang SGK vật lý 10)

**Bài 3 :** Một con lắc đơn dao động điều hòa có chiều dài  $\ell = 20\text{cm}$ . Tại  $t = 0$ , từ vị trí cân bằng truyền cho con lắc một vận tốc ban đầu  $14\text{cm/s}$  theo chiều dương của trục tọa độ. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Trên đường thẳng đứng qua O có vật cản ( vd : đinh), khi vật DĐĐH qua vị trí cân bằng, dây sẽ bị vướng bởi vật cản. Thì biên độ góc  $\alpha'_0$  của con lắc nhỏ có chiều dài  $\ell'$  được xác định như sau:

$$\text{HD:} \quad \cos \alpha'_0 = \frac{\ell \cos \alpha_0 - OO'}{\ell - OO'}$$

### Dạng 6-6: Con lắc va chạm

**Bài 1:** Một con lắc đơn: có khối lượng  $m_1 = 400\text{g}$ , có chiều dài 160cm. ban đầu người ta kéo vật lệch khỏi VTCB một góc  $60^\circ$  rồi thả nhẹ cho vật dao động, khi vật đi qua VTCB vật va chạm mềm với vật  $m_2 = 100\text{g}$  đang đứng yên, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Khi đó biên độ góc của con lắc sau khi va chạm là

- A.  $53,13^\circ$ .      B.  $47,16^\circ$ .      C.  $77,36^\circ$ .      D.  $53^\circ$ .

**Giải 1:** Gọi  $v_0$  vận tốc của  $m_1$  trước khi va chạm với  $m_2$ ;  $v$  vận tốc của hai vật ngay sau va chạm

Theo ĐL bảo toàn động lượng ta có:  $m_1 v_0 = (m_1 + m_2)v \Rightarrow v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{4}{5} v_0$  (1)

Theo ĐL bảo toàn cơ năng cho hai trường hợp:  $\frac{m_1 v_0^2}{2} = m_1 gl(1 - \cos \alpha_0)$  (2)

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 + m_2)gl(1 - \cos \alpha) \quad (3)$$

Từ (2) và (3):  $\frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha_0} = \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{16}{25} \Rightarrow 1 - \cos \alpha = \frac{16}{25} (1 - \cos \alpha_0) = \frac{16}{25} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{25} = 0,32$

$\cos \alpha = 0,68 \Rightarrow \alpha = 47,156^\circ = 47,16^\circ$ . Chọn đáp án B

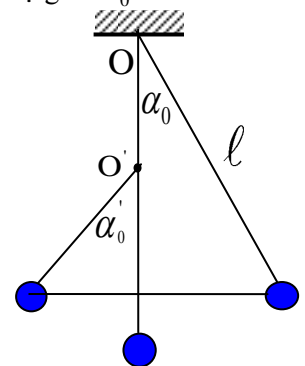
**Giải 2:** Vận tốc  $m_1$  khi qua VTCB là  $v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos 60^\circ)} = 4\text{m/s}$

Vận tốc 2 vật sau va chạm mềm  $v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 3,2\text{m/s}$

Biên độ góc: Áp dụng ĐLBTCN ta có:  $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 + m_2)gl(1 - \cos \alpha_{\max}) \Rightarrow \alpha_{\max} = 47,16^\circ$

**Bài 2.** Một con lắc đơn gồm một quả cầu  $m_1 = 200\text{g}$  treo vào một sợi dây không giãn và có khối lượng không đáng kể. Con lắc đang nằm yên tại vị trí cân bằng thì một vật khối lượng  $m_2 = 300\text{g}$  bay ngang với vận tốc  $400\text{cm/s}$  đến va chạm mềm với vật treo  $m_1$ . Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Độ cao cực đại mà con lắc mới đạt được là

- A.  $28,8\text{cm}$       B.  $20\text{cm}$       C.  $32,5\text{cm}$       D.  $25,6\text{cm}$



**Giải :** Gọi v là vận tốc hai vật sau va chạm

$$\text{Va chạm mềm dùng định luật bảo toàn động lượng } m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \Leftrightarrow v = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,3 \cdot 400}{0,3 + 0,2} = 240 \text{ cm/s}$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho 2 vị trí: Vị trí va chạm và vị trí cao nhất

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 + m_2)gh \rightarrow h = \frac{1}{2g}v^2 = \frac{2,4^2}{2 \cdot 10} = 0,288 \text{ m} = 28,8 \text{ cm}$$

**Bài 3.** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 64 \text{ cm}$  treo tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số  $1,25 \text{ Hz}$ , con lắc dao động với biên độ A. Nếu ta tăng tần số của ngoại lực thì :

- A. Biên độ dao động không đổi      B. Không thể xác định  
C. Biên độ dao động giảm      D. Biên độ dao động tăng.

**Giải:** Chu kỳ dao động con lắc đơn:  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,64}{10}} = 1,6 \text{ s} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{1,6} = 0,625 \text{ Hz}$

Khi cộng hưởng thì  $f = f_0$  lúc đó Biên độ dao động cực đại.

Do  $f_0 < f = 1,25 \text{ Hz}$  nên ta tăng tần số của ngoại lực thì biên độ dao động giảm. **Đáp án C**

### Trắc nghiệm tổng hợp con lắc đơn:

**Câu 1.** Tại cùng một nơi trên mặt đất có một con lắc đơn với chiều dài dây treo là  $\ell$  và một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Biết khi con lắc lò xo cân bằng thì lò xo bị dãn một đoạn  $\Delta\ell_0$ . Để dao động điều hòa của hai con lắc trên có cùng chu kì thì  $\ell$  và  $\Delta\ell_0$  phải thỏa hệ thức

A.  $\ell = \sqrt{\Delta\ell_0}$       B.  $\ell = \Delta\ell_0$       C.  $\Delta\ell_0 = \sqrt{\frac{1}{\ell}}$       D.  $\Delta\ell_0 = \frac{1}{\ell}$

**Câu 2.** Một con lắc đơn gồm một sợi dây có khối lượng không đáng kể, không co dãn, có chiều dài  $\ell$  và vật nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ , ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Tốc độ  $v$  của con lắc khi nó ở vị trí có li độ góc  $\alpha$  được xác định bởi biểu thức

A.  $v^2 = g\ell(\cos\alpha + \cos\alpha_0)$       B.  $v^2 = g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$   
C.  $v^2 = \frac{1}{2}g\ell(\cos\alpha + \cos\alpha_0)$       D.  $v^2 = 2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

**Câu 3.** Một con lắc đơn gồm một sợi dây có khối lượng không đáng kể, không co dãn, có chiều dài  $\ell$  và vật nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ góc  $s_0$ , tần số  $f$ , tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi vật nhỏ qua vị trí cân bằng, lực căng  $T$  của dây treo con lắc có biểu thức

A.  $T = m\left(\frac{4\pi^2 s_0^2 f^2}{\ell} + g\right)$       B.  $T = mg(4\pi^2 f^2 s_0^2 + \ell)$       C.  $T = mg\left(\frac{1}{4\pi^2 f^2 s_0^2} + \ell\right)$       D.  $T = m\left(\frac{\ell}{4\pi^2 f^2 s_0^2} + g\right)$

**Câu 4.** Một con lắc đơn gồm sợi dây có khối lượng không đáng kể, không co dãn và vật nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ , ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Lực căng dây treo con lắc có độ lớn lớn nhất là

A.  $mg\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)$       B.  $mg\left(1 - \frac{3\alpha_0^2}{2}\right)$       C.  $mg(1 + \alpha_0)$       D.  $mg(1 + \alpha_0^2)$

**Câu 5.** Khi nói về dao động điều hòa của con lắc đơn gồm sợi dây mảnh không dãn và vật nhỏ, câu nào dưới đây sai?

- A. Lực căng của sợi dây có độ lớn nhỏ nhất khi vật nhỏ ở vị trí cao nhất  
B. Khi đưa con lắc lên cao thì chu kì của nó giảm vì giá trị gia tốc trọng trường giảm  
C. Tại một nơi nhất định, chu kì dao động của con lắc chỉ phụ thuộc chiều dài sợi dây  
D. Khi qua vị trí cân bằng thì vận tốc của vật nhỏ có độ lớn lớn nhất

**Câu 6.** Xét dao động điều hòa của một con lắc đơn gồm vật nhỏ treo vào một sợi dây nhẹ, không dãn, dài  $2,25 \text{ cm}$ . Khi con lắc thực hiện được một dao động toàn phần thì vật nhỏ của nó đi được quãng đường  $8 \text{ cm}$ . Lấy  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Thời gian để vật nhỏ đi được  $1 \text{ cm}$ , kể từ vị trí cân bằng là

A.  $0,125 \text{ s}$       B.  $0,500 \text{ s}$       C.  $0,715 \text{ s}$       D.  $0,250 \text{ s}$

**Câu 7.** Một vật nhỏ có khối lượng 30g, dao động điều hòa với chu kì 0,5s. Khi qua vị trí cân bằng, vật có tốc độ  $46\pi\text{cm/s}$ . Khi lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn  $0,03312\pi^2\text{N}$  thì nó có tốc độ là

- A.  $34,6\pi\text{cm/s}$       B.  $30,4\pi\text{cm/s}$       C.  $36,8\pi\text{cm/s}$       D.  $42,5\pi\text{cm/s}$

**Câu 8.** Một vật dao động điều hòa với độ lớn lớn nhất của vận tốc và của gia tốc lần lượt là  $8\pi\text{cm/s}$  và  $16\pi^2\text{m/s}^2$ . Trong khoảng thời gian  $\frac{1}{4}$  chu kì dao động, vật đi được quãng đường ngắn nhất là

- A. 6cm      B. 4cm      C.  $4(2-\sqrt{2})\text{cm}$       D.  $4\sqrt{2}\text{cm}$

**Câu 9.** Một vật có khối lượng 100g dao động điều hòa theo phương trình  $x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm). Vào thời điểm

$t = \frac{1}{30}\text{s}$ , vật qua vị trí có li độ  $\frac{A\sqrt{3}}{2}$  theo chiều âm lần thứ nhất. Khi vật cách vị trí cân bằng 2cm thì nó có tốc độ là  $40\pi\sqrt{3}\text{cm/s}$ . Động năng của vật khi nó qua vị trí cân bằng là

- A. 0,0458J      B. 0,5128J      C. 0,0789J      D. 0,3158J

**Câu 10.** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đi xuống thẳng đứng chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì T. Nếu thang máy đứng yên thì con lắc sẽ dao động điều hòa với chu kì bằng

- A.  $T\sqrt{\frac{2}{3}}$       B.  $T\sqrt{\frac{3}{2}}$       C.  $T\sqrt{2}$       D.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$

**Câu 11.** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy chuyển động theo phương thẳng đứng. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Để chu kì dao động điều hòa của con lắc tăng 2% so với chu kì dao động điều hòa của nó khi thang máy đứng yên thì thang máy phải chuyển động đi lên

- A. nhanh dần đều với gia tốc  $0,388\text{m/s}^2$       B. nhanh dần đều với gia tốc  $3,88\text{m/s}^2$   
C. chậm dần đều với gia tốc  $0,388\text{m/s}^2$       D. chậm dần đều với gia tốc  $3,88\text{m/s}^2$

**Câu 12.** Một con lắc đơn treo vào trần ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Khi ô tô đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2s. Nếu ô tô chuyển động nhanh dần đều trên đường ngang với giá tốc  $2\text{m/s}^2$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 1,98s      B. 2,02s      C. 1,82s      D. 2,00s

**Câu 13.** Một con lắc đơn gồm sợi dây nhẹ, không dẫn có chiều dài 50cm và vật nhỏ có khối lượng 10g mang điện tích  $q = +5 \cdot 10^{-6}\text{C}$ , được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường hướng thẳng đứng từ trên xuống dưới và có độ lớn  $10^4\text{V/m}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ;  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 1,15s      B. 1,40s      C. 1,99s      D. 0,58s

**Câu 14.** Một con lắc đơn có chu kì dao động điều hòa 1,60000s tại một nơi trên mặt đất. Coi Trái Đất hình cầu có bán kính bằng 6400km. Khi đưa con lắc lên độ cao 720m so với mặt đất thì chu kì dao động điều hòa của nó là

- A. 1,60002s      B. 1,60018s      C. 1,60024s      D. 1,60009s

**Câu 15.** Nếu đưa con lắc đơn (có chiều dài dây treo không đổi) lên độ cao bằng 1% bán kính Trái Đất thì so với lúc dao động tại mặt đất, chu kì dao động điều hòa của nó sẽ

- A. tăng 0,1%      B. giảm 1%      C. tăng 1%      D. giảm 0,1%

**Câu 16.** Xét dao động điều hòa của một con lắc đơn ta thấy: Tại địa điểm A con lắc có chu kì 2s. Đưa con lắc tới địa điểm B thì nó thực hiện 100 dao động hết 200,2s. Coi chiều dài dây treo không đổi. So với gia tốc trọng trường tại A thì gia tốc trọng trường tại B đã

- A. tăng 0,2001%      B. giảm 0,1997%      C. giảm 0,2001%      D. tăng 0,1997%

**Câu 17.** Một con lắc đơn có chu kì dao động điều hòa tại một nơi ngang mặt biển là  $T_0$ . Coi Trái Đất hình cầu có bán kính 6400km. Khi đưa con lắc lên độ cao 720cm so với mặt biển, muốn chu kì dao động điều hòa của nó vẫn bằng  $T_0$  thì chiều dài dây treo con lắc phải

- A. giảm 0,0075%      B. giảm 0,0025%      C. tăng 0,0075%      D. tăng 0,0025%

## CHỦ ĐỀ 4: TỔNG HỢP CÁC DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

### A. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ :

✚ Xét hai dao động điều hòa cùng phương dao động, cùng tần số, cùng biên độ  $A_1 = A_2 = a$  có dạng

$$\begin{cases} x_1 = a \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = a \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

✚ Dao động tổng hợp  $x = x_1 + x_2 = a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2)$

✚ Áp dụng công thức lượng giác  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$  ta có

$x = 2a \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \cdot \cos \left( \omega t + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \right)$ . Như vậy dao động tổng hợp là một dao động điều hòa cùng tần số,

có biên độ  $A = \left| 2a \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right|$  có pha ban đầu sẽ là :

✓  $\varphi = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$  nếu  $0 < \cos \left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right)$

✓  $\varphi = \pi + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$  nếu  $\cos \left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) < 0$

✓ **Chú ý thường trong biểu thức dao động điều hòa pha ban đầu thường được viết dưới dạng có giá trị nhỏ hơn  $\pi$  nên nếu như  $\pi < \pi + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$  thì pha ban đầu có thể là viết là  $(\pi - \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2})$ . ( ví dụ**

**$\pi + \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \frac{7\pi}{6}$  thì  $\varphi$  có thể là  $-\frac{5\pi}{6}$  )**

### B. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số :

✚ Xét hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số :  $\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$ .

✚ Dao động tổng hợp của hai dao động là  $x = x_1 + x_2$ .

✚ Để tổng hợp hai dao động ta áp dụng tính chất mối liên hệ giữa dao động điều hòa và hình chiếu của chuyển động tròn đều xuống trục ox.

✚ **Phương pháp giản đồ vectơ :**

Một dao động điều hòa được thay thế bằng một vectơ hay :  $x = A \cos(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \vec{A}$

$\vec{A}$  có :   
 | Góc tại O   
 | Phương : hợp với Ox một góc  $\varphi$    
 | Độ dài bằng A hay tỉ lệ với A

- Biểu diễn  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  bằng véc tơ  $\vec{A}_1$   $\begin{cases} |\vec{A}_1| = A_1 \\ (\vec{A}_1, ox) = \varphi_1 (t=0) \end{cases}$  ;  $x_2 =$

$A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  bằng véc tơ  $\vec{A}_2$   $\begin{cases} |\vec{A}_2| = A_2 \\ (\vec{A}_2, ox) = \varphi_2 (t=0) \end{cases}$  ;

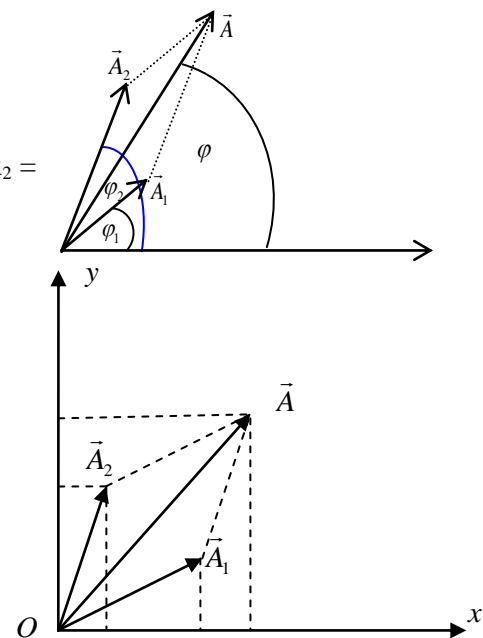
cả hai véc tơ quay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi bằng  $\omega$

- Hình chiếu của điểm đầu Véc tơ  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  mô tả dao động tổng hợp  $x$  là một dao động điều hòa  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

- Biên độ A được xác định:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta \varphi}$ ,

- pha ban đầu được xác định  $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$ .

**- Độ lệch pha hai dao động :**



**Xét hai dao động điều hòa:**  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

Độ lệch pha giữa hai dao động:  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

Nếu:  $\Delta\varphi > 0 \Leftrightarrow \varphi_1 > \varphi_2$ : dao động 1 sớm pha hơn dao động 2

$\Delta\varphi < 0 \Leftrightarrow \varphi_1 < \varphi_2$ : dao động 1 trễ pha hơn dao động 2

$\Delta\varphi = 0; K2\pi$ : Hai dao động cùng pha

$\Delta\varphi = \pi, (2K+1)\pi$ : Hai dao động ngược pha

$\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}, (2K+1)\frac{\pi}{2}$ : Hai dao động vuông pha

-Nếu  $\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow$  hai dao động cùng pha  $\Leftrightarrow$  biên độ dao động tổng hợp đạt cực đại  $A = A_1 + A_2$

-Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow$  hai dao động ngược pha  $\Leftrightarrow$  biên độ dao động tổng hợp cực tiểu  $A = |A_1 - A_2|$

-Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$  hai dao động vuông pha  $\Leftrightarrow$  biên độ dao động tổng hợp  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ .

Như vậy biên độ dao động tổng hợp  $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$ .

### C. Phương pháp giải quyết các bài toán về tổng hợp dao động:

#### 1. Tổng hợp hai dao động nhờ giản đồ vectơ:

Giả sử một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ và } x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Dao động tổng hợp  $x = x_1 + x_2$

Dùng phương pháp giản đồ vectơ:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \Leftrightarrow \vec{A}_1$ ;  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \Leftrightarrow \vec{A}_2$

$$x = x_1 + x_2 \Leftrightarrow \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

Cho vectơ  $A_1$  và  $A_2$  quay theo chiều dương lượng giác với tốc độ góc  $\omega$  thì vectơ tổng  $A$  có độ dài không đổi cũng quay xung quanh O với tốc độ góc  $\omega$  và hình chiếu của nó xuống Ox cũng biểu diễn dao động điều hòa

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Vì vậy tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số là một dao động điều hòa cùng phương cùng tần số

Trong đó  $A_x = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2$  và  $A_y = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2$

Biên độ:  $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$  hay  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\varphi}$

Pha ban đầu  $\varphi$ :  $\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$

Lưu ý: biên độ dao động tổng hợp phụ thuộc vào

#### Các trường hợp đặc biệt:

- Hai dao động cùng pha:  $\Delta\varphi = 0, K2\pi \rightarrow A_{\max} = A_1 + A_2$
- Hai dao động ngược pha:  $\Delta\varphi = \pi, (2K+1)\pi \rightarrow A_{\min} = |A_1 - A_2|$

- Hai dao động vuông pha:  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}, (2K+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

- Hai dao động có biên độ bằng nhau:  $A = 2A_1 \cos \frac{\Delta\varphi}{2}$  và  $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

→ 3 trường hợp nhỏ:  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow A = A_1 \sqrt{3}$ ;  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow A = A_1 \sqrt{2}$ ;  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} \rightarrow A = A_1$

**Tổng quát**

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max}$$



**2. Tổng hợp hai dao động nhờ số phức:****a. Cơ sở lý thuyết:**

+ Dao động điều hoà  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  có thể được biểu diễn bằng vector quay  $\vec{A}$  có độ dài tỉ lệ với biên độ  $A$  và tạo với trục hoành một góc bằng góc pha ban đầu  $\varphi$ . Hoặc cũng có thể biểu diễn bằng số phức dưới dạng:  $z = a + bi$ . Trong tọa độ cực:  $z = A(\sin\varphi + i \cos\varphi)$  (với môđun:  $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ ) hay  $Z = Ae^{j(\omega t + \varphi)}$ .

+ Vì các dao động có cùng tần số góc  $\omega$  nên thường viết quy ước  $z = Ae^{j\varphi}$ ,

Trong các máy tính CASIO fx- 570ES, ESPlus kí hiệu dưới dạng là:  $r \angle \theta$  (ta hiểu là:  $A \angle \varphi$ ).

+ Đặc biệt giá trị số  $\varphi$  trong phạm vi:  $-180^\circ < \varphi < 180^\circ$  hay  $-\pi < \varphi < \pi$  rất phù hợp với bài toán tổng hợp dao động trên. Vậy tổng hợp các dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số bằng phương pháp Frexnen đồng nghĩa với việc **cộng các số phức** biểu diễn của các dao động đó.

**b. Giải pháp thực hiện phép cộng và trừ số phức:**

**Cộng các số phức:**  $A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi$

**Trừ các số phức:**  $A \angle \varphi - A_2 \angle \varphi_2 = A_1 \angle \varphi_1$ ;  $A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 = A_2 \angle \varphi_2$

**D. Các dạng bài tập :****1/. Các bài toán liên quan tới biên độ dao động tổng hợp, pha ban đầu :**

- Bước đầu tiên hãy tính nhanh  $\Delta\varphi$
- Dựa vào  $\Delta\varphi$  để áp dụng tính toán nhanh cho phù hợp với các trường hợp đặc biệt, cuối cùng mới sử dụng công thức tổng quát khi mà  $\Delta\varphi$  không lọt vào trường hợp đặc biệt nào.

**Dạng 1:**

**Tìm dao động tổng hợp xác định  $A$  và  $\varphi$  bằng cách dùng máy tính thực hiện phép cộng:**

**+ Cộng các véc tơ:**  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$

**+ Cộng các số phức:**  $A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 = A \angle \varphi$

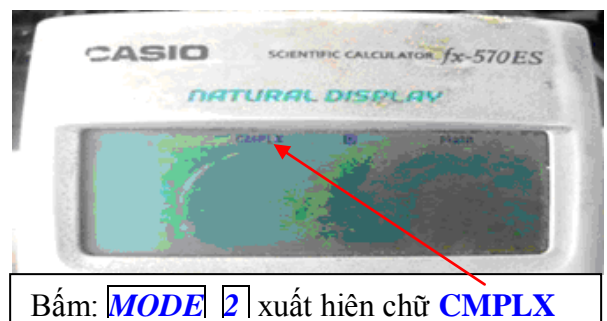
**a. Chọn chế độ thực hiện phép tính về số phức của máy tính: CASIO fx – 570ES, 570ES Plus**

Các bước Chọn chế độ	Nút lệnh	Ý nghĩa- Kết quả
Chỉ định dạng nhập / xuất toán	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>1</b>	Màn hình xuất hiện <b>Math</b> .
Thực hiện phép tính về số phức	Bấm: <b>MODE</b> <b>2</b>	Màn hình xuất hiện <b>CMPLX</b>
Dạng tọa độ cực: $r \angle \theta$ (ta hiểu: $A \angle \varphi$ )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>▼</b> <b>3</b> <b>2</b>	Hiện thị số phức kiểu $r \angle \theta$
Chọn đơn vị đo góc là độ ( <b>D</b> )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>3</b>	Màn hình hiện thị chữ <b>D</b>
Chọn đơn vị đo góc là Rad ( <b>R</b> )	Bấm: <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>	Màn hình hiện thị chữ <b>R</b>
Để nhập ký hiệu góc $\angle$	Bấm <b>SHIFT</b> <b>(-)</b> .	Màn hình hiện thị ký hiệu $\angle$

**Kinh nghiệm:** Nhập với đơn vị **độ** nhanh hơn đơn vị **rad** nhưng kết quả sau cùng cần phải chuyển sang đơn vị **rad** cho những bài toán theo đơn vị **rad**. (Vì nhập theo đơn vị rad phải có dấu ngoặc đơn ‘( )’ nên thao tác nhập lâu hơn, ví dụ: Nhập 90 độ thì nhanh hơn nhập  $(\pi/2)$ ).

**Nhưng theo tôi, nên nhập đơn vị rad.**

**Bảng chuyển đổi đơn vị góc:**  $\varphi(\text{Rad}) = \frac{\varphi(\text{D}) \cdot \pi}{180}$



Đơn vị góc (Độ)	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	360
Đơn vị góc (Rad)	$\frac{1}{12}\pi$	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{9}{12}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{11}{12}\pi$	$\pi$	$2\pi$

**b. Lưu ý:** Khi thực hiện phép tính kết quả được hiển thị dạng đại số:  $a + bi$  (hoặc dạng cực:  $A \angle \varphi$ ).

- Chuyển từ dạng:  $a + bi$  sang dạng:  $A \angle \varphi$ , bấm **SHIFT** **2** **3** **=**

Ví dụ: Nhập:  $8 \text{ [SHIFT] } (-) (\pi:3)$  -> Nếu hiển thị:  $4 + 4\sqrt{3}i$ . Ta bấm  $\text{[SHIFT] } 2 \text{ [3] } [=]$  kết quả:  $8\angle\frac{1}{3}\pi$

-Chuyển từ dạng  $A\angle\varphi$  sang dạng  $a + bi$ : bấm  $\text{[SHIFT] } 2 \text{ [4] } [=]$

Ví dụ: Nhập:  $8 \text{ [SHIFT] } (-) (\pi:3)$  -> Nếu hiển thị:  $8\angle\frac{1}{3}\pi$ , ta bấm  $\text{[SHIFT] } 2 \text{ [4] } [=]$  kết quả:  $4 + 4\sqrt{3}i$

Bấm  $\text{[SHIFT] } 2$  màn hình xuất hiện như hình bên  
 Nếu bấm tiếp phím  $3 [=]$  kết quả dạng cực ( $r\angle\theta$ )  
 Nếu bấm tiếp phím  $4 [=]$  kết quả dạng phức ( $a+bi$ )  
 (đang thực hiện phép tính)



### c. Tìm dao động tổng hợp xác định A và $\varphi$ bằng cách dùng máy tính thực hiện phép cộng:

+Với máy FX570ES: Bấm  $\text{[MODE] } 2$  màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**.

-Chọn đơn vị đo góc là độ bấm:  $\text{[SHIFT] } \text{[MODE] } 3$  màn hình hiển thị chữ **D**  
 (hoặc Chọn đơn vị góc là Rad bấm:  $\text{[SHIFT] } \text{[MODE] } 4$  màn hình hiển thị chữ **R**)

Thực hiện phép cộng số phức:  $A_1\angle\varphi_1 + A_2\angle\varphi_2 = A\angle\varphi$  Ta làm như sau:

-Nhập  $A_1 \text{ [SHIFT] } (-) \varphi_1 + A_2 \text{ [SHIFT] } (-) \varphi_2 [=]$  hiển thị kết quả.....  
 (Nếu hiển thị số phức dạng:  $a+bi$  thì bấm  $\text{[SHIFT] } 2 \text{ [3] } [=]$  hiển thị kết quả:  $A\angle\varphi$ )

+Với máy FX570MS : Bấm chọn  $\text{[MODE] } 2$  màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**.

Thực hiện phép cộng số phức:  $A_1\angle\varphi_1 + A_2\angle\varphi_2 = A\angle\varphi$  Ta làm như sau:

-Nhập  $A_1 \text{ [SHIFT] } (-) \varphi_1 + A_2 \text{ [SHIFT] } (-) \varphi_2 [=]$   
 Sau đó bấm  $\text{[SHIFT] } + [=]$  hiển thị kết quả là: **A**.  $\text{[SHIFT] } [=]$  hiển thị kết quả là:  **$\varphi$**

### + Lưu ý Chế độ hiển thị màn hình kết quả:

Sau khi nhập ta ấn dấu  $[=]$  có thể hiển thị kết quả dưới dạng số **vô tỉ**, muốn kết quả dưới dạng **thập phân** ta ấn  $\text{[SHIFT] } [=]$  (hoặc dùng phím  $\text{[S] } \leftrightarrow \text{[D]}$ ) để chuyển đổi kết quả **Hiển thị**.

### d. Các ví dụ:

**Ví dụ 1:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình:

$x_1 = 5\cos(\pi t + \pi/3)$  (cm);  $x_2 = 5\cos\pi t$  (cm). Dao động tổng hợp của vật có phương trình

A.  $x = 5\sqrt{3}\cos(\pi t - \pi/4)$  (cm)      B.  $x = 5\sqrt{3}\cos(\pi t + \pi/6)$  (cm)

C.  $x = 5\cos(\pi t + \pi/4)$  (cm)      D.  $x = 5\cos(\pi t - \pi/3)$  (cm)

Đáp án B

Phương pháp truyền thống	Phương pháp dùng số phức
<p>Biên độ: <math>A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2.\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}</math></p> <p>Pha ban đầu <math>\varphi</math>: <math>\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}</math></p> <p>Thế số:(Bấm máy tính)</p> <p><math>A = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2.5.5.\cos(\pi/3)} = 5\sqrt{3}</math> (cm)</p> <p><math>\tan \varphi = \frac{5.\sin(\pi/3) + 5.\sin 0}{5.\cos(\pi/3) + 5.\cos 0} = \frac{5.\sqrt{3}/2}{5.\frac{1}{2} + 5} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow</math></p> <p><math>\varphi = \pi/6</math>. Vậy: <math>x = 5\sqrt{3}\cos(\pi t + \pi/6)</math> (cm)</p>	<p><b>Giải 1: Với máy FX570ES:</b> Bấm: <math>\text{[MODE] } 2</math></p> <p>-Đơn vị đo góc là độ (<b>D</b>)bấm: <math>\text{[SHIFT] } \text{[MODE] } 3</math></p> <p>Nhập: <math>5 \text{ [SHIFT] } (-) \angle (60) + 5 \text{ [SHIFT] } (-) \angle 0 [=]</math></p> <p>Hiển thị kết quả: <math>5\sqrt{3}\angle 30</math></p> <p>Vậy: <math>x = 5\sqrt{3}\cos(\pi t + \pi/6)</math> (cm)</p> <p>(Nếu Hiển thị dạng đề các: <math>\frac{15}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i</math> thì</p> <p>Bấm <math>\text{[SHIFT] } 2 \text{ [3] } [=]</math> Hiển thị: <math>5\sqrt{3}\angle 30</math>).</p> <p>Chọn B</p>

**Giải 2: Dùng đơn vị đo góc là Rad (R):** **SHIFT** **MODE** **4**

Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện: **CMPLX**. Tìm dao động tổng hợp:

Nhập: **5** **SHIFT** **(-)** **∠** **(π/3)** **+** **5** **SHIFT** **(-)** **∠** **0** **=** Hiển thị:  $5\sqrt{3} \angle \frac{1}{6}\pi$  Hay:  $x = 5\sqrt{3} \cos(\pi t + \pi/6)$  (cm)

**Ví dụ 2:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình:

$x_1 = \sqrt{3}\cos(\omega t + \pi/2)$  cm,  $x_2 = \cos(\omega t + \pi)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp:

A.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$  cm B.  $x = 2\cos(\omega t + 2\pi/3)$  cm C.  $x = 2\cos(\omega t + 5\pi/6)$  cm D.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/6)$  cm

**Cách 1:**

$$HD: \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2cm \\ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \sin \pi}{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \cos \pi} = -\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{3} \\ \varphi = \frac{-\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

**Đáp án B**

**Cách 2: Dùng máy tính:** Với máy FX570ES : Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn chế độ máy tính theo độ: **SHIFT** **MODE** **3**

Tìm dao động tổng hợp: Nhập máy: **√3** **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **(90)** **+** **1** **SHIFT** **(-)** **∠** **180** **=** **Hiển thị: 2∠120**

**Ví dụ 3:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình:

$x_1 = \sqrt{3}\cos(\omega t - \pi/2)$  cm,  $x_2 = \cos(\omega t)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp:

A.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/3)$  cm B.  $x = 2\cos(\omega t + 2\pi/3)$  cm C.  $x = 2\cos(\omega t + 5\pi/6)$  cm D.  $x = 2\cos(\omega t - \pi/6)$  cm

**Cách 1:**

$$HD: \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2cm \\ \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{\sqrt{3} \sin \frac{-\pi}{2} + 1 \cdot \sin 0}{\sqrt{3} \cos \frac{-\pi}{2} + 1 \cdot \cos 0} = -\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{3} \\ \varphi = \frac{-\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

**Đáp án A**

**Cách 2: Dùng máy tính:** Với máy FX570ES : Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn chế độ máy tính theo radian(R): **SHIFT** **MODE** **4**

Tìm dao động tổng hợp: Nhập máy: **√3** **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **(-π/2)** **+** **1** **SHIFT** **(-)** **∠** **0** **=** **Hiển thị: 2∠-π/3**

**Ví dụ 4:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương có phương trình dao động:  $x_1 = 2\sqrt{3} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$  cm,  $x_2 = 4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})$  cm ;  $x_3 = 8\cos(2\pi t - \frac{\pi}{2})$  cm. Giá trị vận tốc cực đại của vật và pha ban đầu của dao động lần lượt là:

A.  $12\pi$ cm/s và  $-\frac{\pi}{6}$  rad. B.  $12\pi$ cm/s và  $\frac{\pi}{3}$  rad. C.  $16\pi$ cm/s và  $\frac{\pi}{6}$  rad. D.  $16\pi$ cm/s và  $-\frac{\pi}{6}$  rad.

**HD: Cách 1:** Tổng hợp  $x_2$  và  $x_3$  có:  $\tan \varphi_{23} = \frac{4 \sin \frac{\pi}{6} + 8 \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right)}{4 \cos \frac{\pi}{6} + 8 \cos \left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -\sqrt{3} \rightarrow \varphi_{23} = -\frac{\pi}{3}$

$$A_{23} = \sqrt{4^2 + 8^2 + 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \cos \Delta \varphi} = 4\sqrt{3} \Rightarrow x_{23} = 4\sqrt{3} \sin \left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Tổng hợp  $x_{23}$  và  $x_1$  có:  $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} + 4\sqrt{3} \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} + 4\sqrt{3} \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

**Đáp án A**

$$A = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cos \Delta \varphi} = 6 \Rightarrow x = 6\cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm}) \Rightarrow v_{\max} = A\omega = 12\pi; \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

**Cách 2: Với máy FX570ES:** Bấm: **MODE** **2** ; Đơn vị đo góc là độ (**D**)bấm: **SHIFT** **MODE** **3**

Nhập: **2** **√3** **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **60** **+** **4** **SHIFT** **(-)** **∠** **30** **+** **8** **SHIFT** **(-)** **∠** **-90** **=** Hiện thị kết quả: **6∠-30**

( Nếu hiển thị dạng :  $3\sqrt{3} - 3i$  thì bấm **SHIFT** **2** **3** **=** Hiện thị: **6 ∠-30** )  $\Rightarrow v_{\max} = A\omega = 12\pi$  (cm/s) ;  $\varphi = \pi/6$

**Ví dụ 5:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số

$x_1 = \cos(2\pi t + \pi)$ (cm),  $x_2 = \sqrt{3} \cdot \cos(2\pi t - \pi/2)$ (cm). Phương trình của dao động tổng hợp

**A.**  $x = 2 \cdot \cos(2\pi t - 2\pi/3)$  (cm)

**B.**  $x = 4 \cdot \cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm)

**C.**  $x = 2 \cdot \cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm)

**D.**  $x = 4 \cdot \cos(2\pi t + 4\pi/3)$  (cm)

**Giải:** Với máy FX570ES : Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn đơn vị đo góc là rad (**R**): **SHIFT** **MODE** **4**

-Nhập máy: **1** **SHIFT** **(-)** **∠** **π** **+** **√3** **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **(-π/2)** **=** Hiện thị  $2\angle -\frac{2}{3}\pi$  . **Đáp án A**

**Ví dụ 6:** Một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng dọc theo trục x'Ox có li độ

$x = \frac{4}{\sqrt{3}} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm) +  $\frac{4}{\sqrt{3}} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$  (cm). Biên độ và pha ban đầu của dao động là:

**A.**  $4 \text{ cm} ; \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$  **B.**  $2 \text{ cm} ; \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$  **C.**  $4\sqrt{3} \text{ cm} ; \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$  **D.**  $\frac{8}{\sqrt{3}} \text{ cm} ; \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$  **Đáp án A**

**Giải 1:** Với máy FX570ES : Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn đơn vị đo góc là radian(**R**): **SHIFT** **MODE** **4**

Nhập máy:  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **(π/6)** **+**  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **(π/2)** **=** Hiện thị:  $4\angle \frac{1}{3}\pi$

**Giải 2:** Với máy FX570ES : Chọn đơn vị đo góc là độ Degree(**D**): **SHIFT** **MODE** **3**

Nhập máy:  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **30** **+**  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **90** **=** Hiện thị:  $4\angle 60$

**Ví dụ 7:** Ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = 4 \cos(\pi t - \pi/2)$  (cm) ,  $x_2 = 6 \cos(\pi t + \pi/2)$  (cm) và  $x_3 = 2 \cos(\pi t)$  (cm). Dao động tổng hợp của 3 dao động này có biên độ và pha ban đầu là

**A.**  $2\sqrt{2} \text{ cm} ; \pi/4 \text{ rad}$  **B.**  $2\sqrt{3} \text{ cm} ; -\pi/4 \text{ rad}$  **C.**  $12 \text{ cm} ; +\pi/2 \text{ rad}$  **D.**  $8 \text{ cm} ; -\pi/2 \text{ rad}$

**Giải:** Với máy FX570ES : Bấm chọn **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

Chọn đơn vị góc tính rad (**R**). **SHIFT** **MODE** **4** Tìm dao động tổng hợp, nhập máy:

**4** **SHIFT** **(-)** **∠** **(-π/2)** **+** **6** **SHIFT** **(-)** **∠** **(π/2)** **+** **2** **SHIFT** **(-)** **∠** **0** **=** Hiện thị:  $2\sqrt{2} \angle \pi/4$ . **Chọn A**

**Ví dụ 8:** Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số

$x_1 = a\sqrt{2} \cos(\pi t + \pi/4)$ (cm) và  $x_2 = a \cdot \cos(\pi t + \pi/2)$  (cm) có phương trình dao động tổng hợp là

**A.**  $x = a\sqrt{2} \cos(t + 2\pi/3)$ (cm)

**B.**  $x = a \cdot \cos(\pi t + \pi/2)$ (cm)

**C.**  $x = 3a/2 \cdot \cos(\pi t + \pi/4)$ (cm)

**D.**  $x = 2a/3 \cdot \cos(\pi t + \pi/6)$ (cm)

**Chọn B**

**Giải:** Với máy FX570ES : Bấm chọn **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

chọn đơn vị góc tính theo độ (**D**) Bấm : **SHIFT** **MODE** **3** (**Lưu ý : Không nhập a**)

Tìm dao động tổng hợp: Nhập máy : **√2** **▶** **SHIFT** **(-)** **∠** **45** **+** **1** **SHIFT** **(-)** **∠** **180** **=** Hiện thị:  $1\angle 90$ ,

**Dạng 2: Tìm dao động thành phần( xác định  $A_2$  và  $\varphi_2$ ) bằng cách dùng máy tính thực hiện phép trừ:****+Trừ các véc tơ:**  $\vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2; \vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1;$ **+Trừ các số phức:**  $A \angle \varphi - A_2 \angle \varphi_2 = A_1 \angle \varphi_1; A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 = A_2 \angle \varphi_2$ **Ví dụ tìm dao động thành phần  $x_2$ :**  $x_2 = x - x_1$  với:  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ **Xác định  $A_2$  và  $\varphi_2$ ?****a.Với máy FX570ES :** Bấm **[MODE]** **[2]** màn hình xuất hiện : **CMPLX**-Chọn đơn vị đo góc là **độ** bấm: **[SHIFT]** **[MODE]** **[3]** màn hình hiển thị **D**(hoặc Chọn đơn vị đo góc là **Radian** ta bấm: **[SHIFT]** **[MODE]** **[4]** màn hình hiển thị chữ **R**)**Thực hiện phép trừ số phức:**  $A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 = A_2 \angle \varphi_2$ ; hoặc  $A \angle \varphi - A_2 \angle \varphi_2 = A_1 \angle \varphi_1$ Nhập **[A]** **[SHIFT]** **(-)** **[φ]** **[=]** (chú ý dấu trừ), Nhập **[A<sub>1</sub>]** **[SHIFT]** **(-)** **[φ<sub>1</sub>]** **[=]** **kết quả.**(Nếu hiển thị số phức thì bấm **[SHIFT]** **[2]** **[3]** **[=]** kết quả trên màn hình:  **$A_2 \angle \varphi_2$** **b.Với máy FX570MS :** Bấm **[MODE]** **[2]** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX****Thực hiện phép trừ số phức:**  $A \angle \varphi - A_1 \angle \varphi_1 = A_2 \angle \varphi_2$ ; hoặc  $A \angle \varphi - A_2 \angle \varphi_2 = A_1 \angle \varphi_1$ Nhập **[A]** **[SHIFT]** **(-)** **[φ]** **[=]** (chú ý dấu trừ), Nhập **[A<sub>1</sub>]** **[SHIFT]** **(-)** **[φ<sub>1</sub>]** **[=]**Bấm tiếp **[SHIFT]** **[+]** **[=]** hiển thị kết quả:  **$A_2$**  bấm **[SHIFT]** **[=]** hiển thị kết quả :  **$\varphi_2$** **c.Các ví dụ :****Ví dụ 1:** Một chất điểm dao động điều hoà có phương trình dao động tổng hợp  $x = 5\sqrt{2} \cos(\pi t + 5\pi/12)$ (cm) với các dao động thành phần cùng phương, cùng tần số là  $x_1 = A_1 \cos(\pi t + \varphi_1)$  và  $x_2 = 5 \cos(\pi t + \pi/6)$ (cm), Biên độ và pha ban đầu của dao động 1 là:A. 5cm;  $\varphi_1 = 2\pi/3$       B. 10cm;  $\varphi_1 = \pi/2$       C.  $5\sqrt{2}$  (cm)  $\varphi_1 = \pi/4$       D. 5cm;  $\varphi_1 = \pi/3$ **Giải:** Với máy FX570ES : Bấm **[MODE]** **[2]** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**-Chọn đơn vị đo góc là rad (**R**): **[SHIFT]** **[MODE]** **[4]**. Tìm dao động thành phần:Nhập máy : **[5]** **[√2]** **[▶]** **[SHIFT]** **(-)** **[<]** **(5π/12)** **[=]** **[5]** **[SHIFT]** **(-)** **[<]** **(π/6)** **[=]** **Hiển thị:  $5 \angle \frac{2}{3}\pi$ , chọn A****Ví dụ 2:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động:  $x_1 = 2\sqrt{3} \cos(2\pi t + \pi/3)$  (cm),  $x_2 = 4 \cos(2\pi t + \pi/6)$  (cm) và  $x_3 = A_3 \cos(\pi t + \varphi_3)$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp có dạng  $x = 6 \cos(2\pi t - \pi/6)$  (cm). Tính biên độ dao động và pha ban đầu của dao động thành phần thứ 3:A. 8cm và  $-\pi/2$ .      B. 6cm và  $\pi/3$ .      C. 8cm và  $\pi/6$ .      D. 8cm và  $\pi/2$ .      **Chọn A****Giải:** Với máy FX570ES : Bấm **[MODE]** **[2]** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**Chọn đơn vị đo góc là rad (**R**) **[SHIFT]** **[MODE]** **[4]**. Tìm dao động thành phần thứ 3:  $x_3 = x - x_1 - x_2$ Nhập: **[6]** **[SHIFT]** **(-)** **[<]** **(-π/6)** **[=]** **[2√3]** **[▶]** **[SHIFT]** **(-)** **[<]** **(π/3)** **[=]** **[4]** **[SHIFT]** **(-)** **[<]** **(π/6)** **[=]** **Hiển thị:  $8 \angle -\frac{1}{2}\pi$ .****d.Trắc nghiệm****Câu 1:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động:  $x_1 = 8 \cos(2\pi t + \pi/2)$  (cm),  $x_2 = 2 \cos(2\pi t - \pi/2)$  (cm) và  $x_3 = A_3 \cos(\pi t + \varphi_3)$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp có dạng  $x = 6\sqrt{2} \cos(2\pi t + \pi/4)$  (cm). Tính biên độ dao động và pha ban đầu của dao động thành phần thứ 3:A. 6cm và 0.      B. 6cm và  $\pi/3$ .      C. 8cm và  $\pi/6$ .      D. 8cm và  $\pi/2$ .**Câu 2:** Một vật đồng thời tham gia 3 dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động:  $x_1 = a \cos(2\pi t + \pi/2)$ ,  $x_2 = 2a \cos(2\pi t - \pi/2)$  và  $x_3 = A_3 \cos(\pi t + \varphi_3)$ . Phương trình dao động tổng hợp có dạng  $x = a\sqrt{2} \cos(2\pi t - \pi/4)$  (cm). Tính biên độ dao động và pha ban đầu của dao động thành phần thứ 3:A. a và 0.      B. 2a và  $\pi/3$ .      C.  $a\sqrt{2}$  và  $\pi/6$ .      D.  $2a\sqrt{2}$  và  $\pi/2$ .



**2/. Các bài toán liên quan tới điều kiện cực trị của các biên độ  $A_1, A_2$  hay  $A$ :****Lưu ý:**

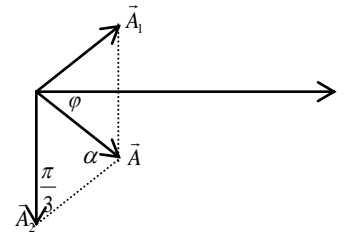
- Bước đầu tiên dựng được các véc tơ  $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}$
- Dựa vào yêu cầu của bài toán áp dụng định lý sin trong tam giác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  để suy ra điều kiện cần tìm.
- Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác để tính toán kết quả.

**Bài 1:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, có các phương trình:

$x_1 = A_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$  và  $x_2 = 6 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ . Để vật dao động với biên độ nhỏ nhất thì pha dao động ban đầu của vật là bao nhiêu?

**Giải:**

Áp dụng định lý sin trong tam giác ta có:  $\frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A_2}{\sin \alpha} \Rightarrow A = \frac{A_2 \sin \frac{\pi}{3}}{\sin \alpha}$ .



$A_{\min}$  khi  $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \pi/2 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$ .

**Bài 2:** Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa  $x_1 = 10 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , phương trình dao động tổng hợp của vật là  $x = A \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$ . Để vật dao động với cơ năng cực đại thì  $A_2$  bằng bao nhiêu?

**Giải:** Cơ năng cực đại  $\Rightarrow A_{\max}$

Mà ta có  $\frac{A_1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A}{\sin \alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1 \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}}$   $A_{\max} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \vec{A}_1 \perp \vec{A}_2 \Rightarrow A_2 = A_1 \tan \pi/3 = 10\sqrt{3}$ .

**Các bài tập tự luyện:**

**Bài 3:** Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa  $x_1 = 10 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , phương trình dao động tổng hợp của vật là  $x = A \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$ . Để vật dao động với biên độ bằng một nửa giá trị cực đại của biên độ thì  $A_2$  bằng bao nhiêu?

- A.  $10\sqrt{3}$  cm      B. 20cm      C.  $20/\sqrt{3}$  cm      D.  $10/\sqrt{3}$  cm

**Bài 4:** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox có phương trình:  $x_1 = 2\sqrt{3} \sin \omega t$  (cm),  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp  $x = 2 \cos(\omega t + \varphi)$  cm. Biết  $\varphi_2 - \varphi = \pi/3$ . Cặp giá trị nào của  $A_2$  và  $\varphi_2$  sau đây là ĐÚNG?

- A. 4cm và  $\pi/3$       B.  $2\sqrt{3}$  cm và  $\pi/4$       C.  $4\sqrt{3}$  cm và  $\pi/2$       D. 6 cm và  $\pi/6$

**Bài 5:** Hai phương trình dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\omega t - \pi/6)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$  cm. Dao động tổng hợp có phương trình  $x = 9 \cos(\omega t - \varphi)$  cm. Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị là:

- A.  $15\sqrt{3}$  cm      B.  $9\sqrt{3}$  cm      C. 7 cm      D.  $18\sqrt{3}$  cm

**Bài 6:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là  $A_1 = 10$  cm,  $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ ;  $A_2$  (thay đổi được),  $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$ ; . Biên độ dao động tổng hợp A có giá trị



nhỏ nhất là

- A. 10 cm. B.  $5\sqrt{3}$  cm. C. 0. D. 5 cm

**Bài 7:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, dao động 1 có biên độ  $A_1 = 10$  cm, pha ban đầu  $\pi/6$  và dao động 2 có biên độ  $A_2$ , pha ban đầu  $-\pi/2$ . Biên độ  $A_2$  thay đổi được. Biên độ dao động tổng hợp A có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A.  $A = 2\sqrt{3}$  (cm) B.  $A = 5\sqrt{3}$  (cm) C.  $A = 2,5\sqrt{3}$  (cm) D.  $A = \sqrt{3}$  (cm)

**Bài 8:** Một chất điểm thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương:

$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/3)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi/2)$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp là:  $x = 5 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Biên độ dao động  $A_2$  có giá trị lớn nhất khi  $\varphi$  bằng bao nhiêu? Tính  $A_{2\max}$ ?  
A.  $-\pi/3$ ; 8cm B.  $-\pi/6$ ; 10cm C.  $\pi/6$ ; 10cm D. B hoặc C

**Bài 9:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là:  $x_1 = 4 \cos(4t + \frac{\pi}{3})$

cm và  $x_2 = 4\sqrt{2} \cos(4t + \frac{\pi}{12})$  cm. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là:

- A. 4cm B. 6cm C. 8cm D.  $(4\sqrt{2} - 4)$ cm

**Bài 10:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động này là:  $x = 6 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Biên độ  $A_1$  thay đổi được. Thay đổi  $A_1$  để  $A_2$  có giá trị lớn nhất. Tìm  $A_{2\max}$ ?

- A. 16 cm. B. 14 cm. C. 18 cm. D. 12 cm

**Bài 11:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình dao động  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động này là:  $x = 6 \cos(\omega t + \varphi)$  (cm). Biên độ  $A_1$  thay đổi được. Thay đổi  $A_1$  để  $A_2$  có giá trị lớn nhất. Tìm  $A_{2\max}$ ?

- A. 16 cm. B. 14 cm. C. 18 cm. D. 12 cm.

**Bài 12:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa.  $x_1 = A_1 \cos(\omega t)$  cm và  $x_2 = 2,5\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Biên độ dao động tổng hợp là 2,5 cm. Biết  $A_2$  đạt giá trị cực đại. Tìm  $\varphi_2$

- A.  $-\pi/4$  B.  $-3\pi/4$  C.  $-2\pi/3$  D.  $3\pi/4$

**Bài 13:** Cho hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có dạng:

$x_1 = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$  cm;  $x_2 = B \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$  cm. Dao động tổng hợp có dạng  $x = 2 \cos(\omega t + \varphi)$  cm. Điều kiện để dao động thành phần 2 đạt cực đại thì A và  $\varphi$  bằng:

- A. 4cm và  $\pi/6$  B.  $2\sqrt{3}$  cm và  $-\pi/6$  C.  $\sqrt{3}$  cm và  $\pi/3$  D. 2cm và  $\pi/12$

**Bài 14:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$  cm và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$  cm. Phương trình dao động tổng hợp là  $x = 12 \cos(\omega t + \varphi)$ . Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $\varphi$  có giá trị:

- A.  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  rad B.  $\varphi = \pi$  rad C.  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$  rad. D.  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  rad

**Bài 15:** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa trên cùng một trục Ox với các phương trình  $x_1 = 2\sqrt{3} \sin(\omega t)$ (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  cm. Phương trình dao động tổng hợp là  $x = 2\cos(\omega t + \varphi)$ cm. Biết  $\varphi_2 - \varphi = \pi/3$ . Cặp giá trị nào của  $A_2$  và  $\varphi_2$  là đúng:

- A. 4cm và  $\pi/3$       B.  $2\sqrt{3}$  cm và  $\pi/4$       C.  $4\sqrt{3}$  cm và  $\pi/2$       D. 6cm và  $\pi/6$

**Bài 16:** Một vật khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình lần lượt là  $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi)$ cm;  $x_2 = A_2 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{2})$ cm thì dao động tổng hợp là  $x = A \cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$ cm. Khi biên độ dao động của vật bằng nửa giá trị cực đại thì biên độ dao động  $A_2$  có giá trị là:

- A.  $10\sqrt{3}$ cm      B. 20cm      C.  $\frac{20}{\sqrt{3}}$ cm      D.  $\frac{10}{\sqrt{3}}$ cm

**Bài 17:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là  $A_1, A_2, \varphi_1 = -\frac{\pi}{3}$  rad,  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  rad. Dao động tổng hợp có biên độ là 9cm. Khi  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  và  $A_2$  có giá trị là:

- A.  $A_1 = 9\sqrt{3}$ cm;  $A_2 = 18$ cm      B.  $A_1 = 18$ cm;  $A_2 = 9$ cm  
C.  $A_1 = 9\sqrt{3}$ cm;  $A_2 = 9$ cm      D.  $A_1 = 9$ cm;  $A_2 = 9\sqrt{3}$ cm

**Bài 18:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là

$x_1 = 6\cos(4t + \frac{\pi}{3})$ cm và  $x_2 = 6\cos(4t + \frac{\pi}{12})$ cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là:

- A. 4cm      B. 6cm      C. 8cm      D.  $(4\sqrt{2} - 4)$ cm

**Bài 19 :** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động trên trục Ox có phương trình  $x_1 = A_1 \cos 10t$ ;  $x_2 = A_2 \cos(10t + \varphi_2)$ . Phương trình dao động tổng hợp  $x = A_1 \sqrt{3} \cos(10t + \varphi)$ , trong đó có  $\varphi_2 - \varphi = \frac{\pi}{6}$ . Tỉ số  $\frac{\varphi}{\varphi_2}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$  hoặc  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{1}{3}$  hoặc  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{3}{4}$  hoặc  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{2}{3}$  hoặc  $\frac{4}{3}$

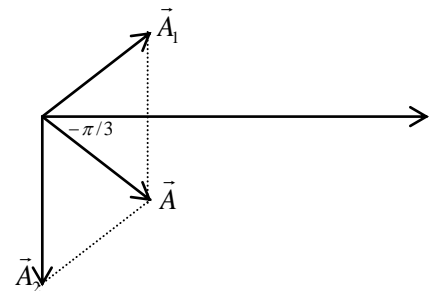
### Hướng dẫn chi tiết:

#### Bài 3:

##### Giải 1:

$$\text{Mà ta có } \frac{A_1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A}{\sin \alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1 \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{6}} \quad A_{\max} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \vec{A}_1 \perp \vec{A}_2$$

$$\Rightarrow A_{\max} = \frac{A_1}{\cos \frac{\pi}{3}} = 20. \text{ Để } A = A_{\max}/2 = 10 \text{ thì } A_2 = 2A_1 \sin \frac{\pi}{6} = 10\sqrt{3}.$$



##### Giải 2: Ta có:

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \rightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2 \rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos(\varphi - \varphi_2)$$

$$\rightarrow 10^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \sqrt{3} \rightarrow A_2^2 - 2\sqrt{3}AA_2 + A^2 - 10^2 = 0(*)$$

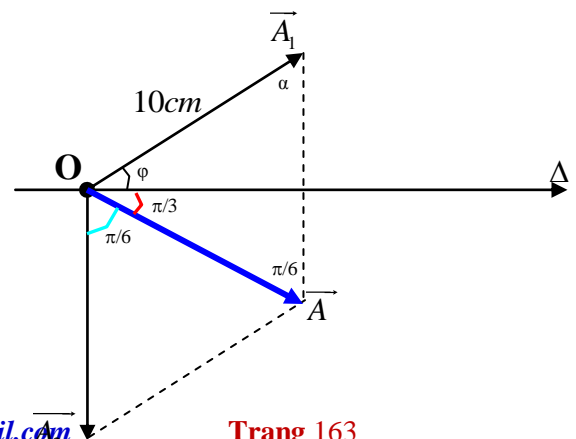
Phương trình trên luôn có nghiệm nên:

$$\Delta = 3A^2 - 4A^2 - 4 \cdot 10^2 \geq 0 \rightarrow A \leq 20(\text{cm})$$

Khi  $A=10(\text{cm})$  từ (\*) suy ra:  $A_2 = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

##### Giải 3:

\* Định lý hàm số sin trong tam giác  $\triangle OA_1A$



$$\rightarrow A = \frac{10}{\sin \frac{\pi}{6}} \cdot \sin \alpha \rightarrow A_{\max} = 20\text{cm khi } \alpha = 90^\circ$$

\* Khi  $A = A_{\max}/2 = 10\text{ cm} \rightarrow$  Dùng định lý hàm số cos trong  $\Delta OA_1A \rightarrow A = 10\sqrt{3}(\text{cm})$ . **Đáp án A**

**Bài 4:** **Giải:**  $x_1 = 2\sqrt{3} \sin \omega t = 2\sqrt{3} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

Vẽ giản đồ véc tơ:  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$

Góc giữa vectơ  $\vec{A}$  và  $\vec{A}_2$  là  $\frac{\pi}{3}$   $A = 2\text{cm}; A_1 = 2\sqrt{3}\text{cm}$

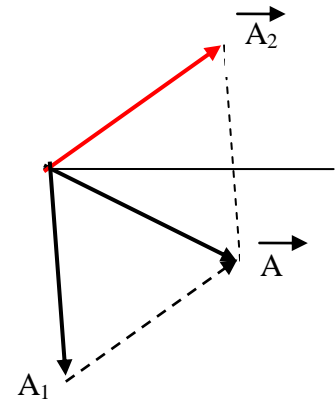
$$A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos \frac{\pi}{3} = A^2 + A_2^2 - AA_2$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - AA_2 + A^2 - A_1^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - 2.A_2 + 2^2 - 4.3 = 0$$

$$\Leftrightarrow A_2^2 - 2A_2 - 8 = 0 \Rightarrow A_2 = 4\text{cm}.$$

Ta thấy:  $A_2^2 = A_1^2 + A^2 \Rightarrow \vec{A}$  vuông góc với  $\vec{A}_1$ . Suy ra  $\varphi = 0 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$ . **Chọn A**



**Bài 5:** **Giải 1:** Xem hình vẽ

Khi  $A_2$  max, theo ĐL hàm số sin ta có:

$$\frac{A_2}{\sin \pi/2} = \frac{A_1}{\sin \pi/3} \Rightarrow A_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} A_1 \quad (1)$$

Tam giác  $OAA_2$  vuông tại A nên ta có:

$$A_1^2 + 9^2 = A_2^2 \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) Ta có:  $A_1^2 + 9^2 = \frac{4}{3} A_1^2 \Rightarrow A_1 = 9\sqrt{3}\text{ cm}$ . **Chọn B**

**Giải 2:**

$$\text{HD: } \frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_2}{\sin \alpha} \Leftrightarrow A_{\max} \text{ khi } \alpha = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow A = 18\text{cm} \Leftrightarrow A_1 = \sqrt{A_2^2 - A^2} = 9\sqrt{3}\text{cm}$$

**Bài 6:** **Giải:** Vẽ giản đồ vector như hình vẽ.

$$\text{Theo ĐL hàm số sin ta có: } \frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin \alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1}{\sin \alpha} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$A = A_{\min} \text{ khi } \sin \alpha = 1 \Rightarrow A_{\min} = A_1 \sin \frac{\pi}{3} = 5\sqrt{3}\text{ cm. Chọn đáp án B}$$

**Bài 7:** **Giải:** Ta biểu diễn các dao động bằng giản đồ véc tơ quay như hình vẽ bên:

Hình vẽ dễ dàng ta thấy:

A min khi Biên độ dao động tổng hợp A trùng với OM.

$$A = A_1 \cos(\pi/6) = 10\sqrt{3}/2 = 5\sqrt{3}(\text{cm}). \text{Chọn B}$$

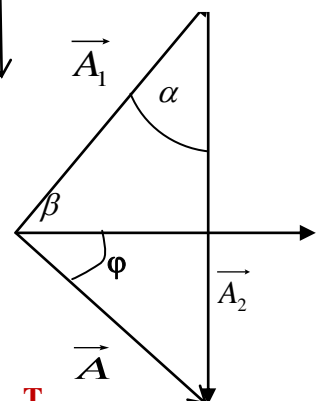
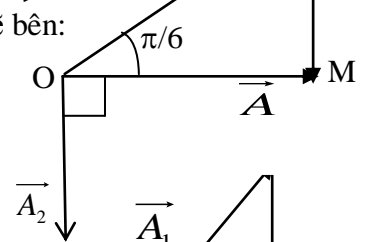
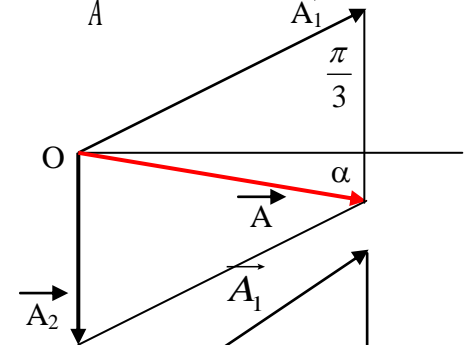
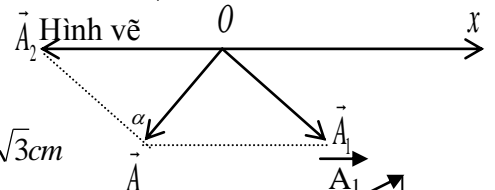
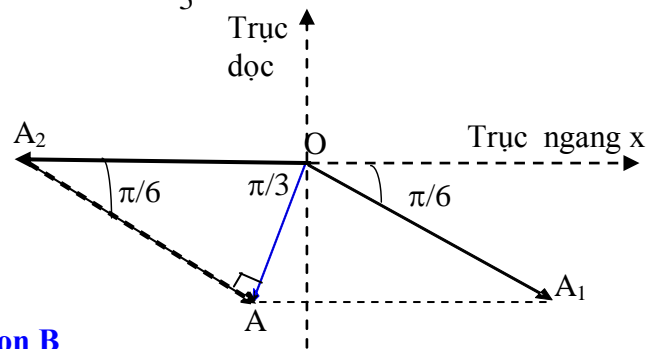
$$\text{Và } A_2 = A_1 \sin(\pi/6) = 10.1/2 = 5(\text{cm})$$

**Bài 8:** **Giải:** Biểu diễn các dao động bằng giản đồ véc tơ quay như hình vẽ bên

$A_2$  max khi góc đối diện với nó  $9^\circ$  trong tam giác tạo bởi  $A_1, A_2, A$  là góc vuông (tam giác vuông tại góc  $\beta$  mà  $A_2$  là cạnh huyền)

$$\text{Theo định lý hàm số sin ta có } \frac{\sin \beta}{A_2} = \frac{\sin \alpha}{A} \Rightarrow A_2 = \sin \beta \cdot \frac{A}{\sin \alpha}$$

Theo đề ta có  $A = 5\text{cm}, \alpha = \pi/6$ . Nên  $A_2$  phụ thuộc vào  $\sin \beta$ .



Trên hình vẽ:  $A_2$  max khi góc đối diện  $\beta = \pi/2 \Rightarrow A_{2\max} = 1 \cdot \frac{A}{\sin \pi/6} = \frac{5}{1/2} = 10\text{cm}$

Hình vẽ dễ dàng ta thấy:  $\varphi = \beta - \varphi_1 = \pi/2 - \pi/3 = \pi/6$

Vì  $\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\pi/6$  . **Chọn B**

### Bài 9: Giải:

**Cách 1:** (Xem hình vẽ 2 vectơ biểu diễn 2 dao động thành phần )

Vì 2 dao động thành phần cùng tần số góc nên trong quá trình các Vectơ quay tròn đều thì tam giác  $OA_1A_2$  có độ lớn không đổi.

Độ lệch pha giữa 2 dao động thành phần :  $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$

Cạnh  $OA_1 = 4\text{cm}$  ,  $OA_2 = 4\sqrt{2}\text{cm}$  , và góc  $A_1OA_2 = \pi/4$

Dễ thấy góc  $OA_1A_2 = \pi/2$  và tam giác  $OA_1A_2$  vuông cân tại  $A_1$ .

Suy ra đoạn  $OA_1 = A_1A_2 = 4\text{cm}$  (không đổi trong quá trình dao động)

**$A_1A_2$  là khoảng cách giữa 2 vật .**

Khi đoạn  $A_1A_2$  song song với  $x'Ox$  thì lúc đó khoảng cách giữa hai vật chiếu xuống trục  $x'Ox$  là lớn nhất và bằng  $4\text{cm}$  . **Chọn A.**

**Cách 2:** Gọi hai chất điểm là  $M_1$  (toạ độ  $x_1$ ) và  $M_2$  (toạ độ  $x_2$ ).

Độ dài đại số đoạn  $M_2M_1$  là  $x = x_1 - x_2 = 4\cos(4t + 5\pi/6)$  ( cm ) .

Suy ra khoảng cách lớn nhất giữa  $M_1$  và  $M_2$  là  $x_{\max} = 4\text{cm}$  ( bằng biên độ của  $x$  ).

**Bài 10: Giải:** Độ lệch pha giữa 2 dao động:  $\Delta\varphi = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$  . không đổi.

Biên độ của dao động tổng hợp  $A = 6\text{cm}$  cho trước.

Biểu diễn bằng giản đồ vectơ như hình vẽ

Ta có:  $\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{A_2}{\sin \beta} \rightarrow A_2 = A \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$

Vì  $\alpha$  ,  $A$  không đổi nên  $A_2$  sẽ lớn nhất khi  $\sin \beta$  lớn nhất tức là góc  $\beta = 90^\circ$ .

Khi đó  $A_{2\max} = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin \frac{\pi}{6}} = 12(\text{cm})$  **ĐÁP ÁN D.**

### Bài 11: Giải:

Áp dụng ĐL hàm số sin:

$\frac{A_2}{\sin \alpha} = \frac{A}{\sin 30^\circ} \Rightarrow A_2 = 2A \sin \alpha$

Ta có  $A_{2\max}$  khi  $\sin \alpha = 1 \Rightarrow A_2 = 2A = 12\text{cm}$

### Bài 12: Giải: Xem hình vẽ

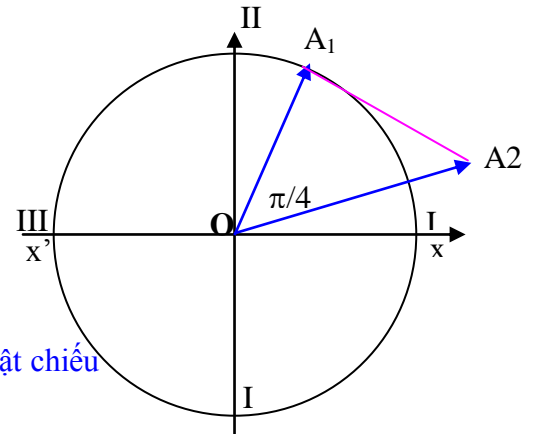
Khi  $A_2$  max , theo ĐL hàm số sin ta có:

$\frac{A_2}{\sin \pi/2} = \frac{A}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{A}{A_2} = \frac{2,5}{2,5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

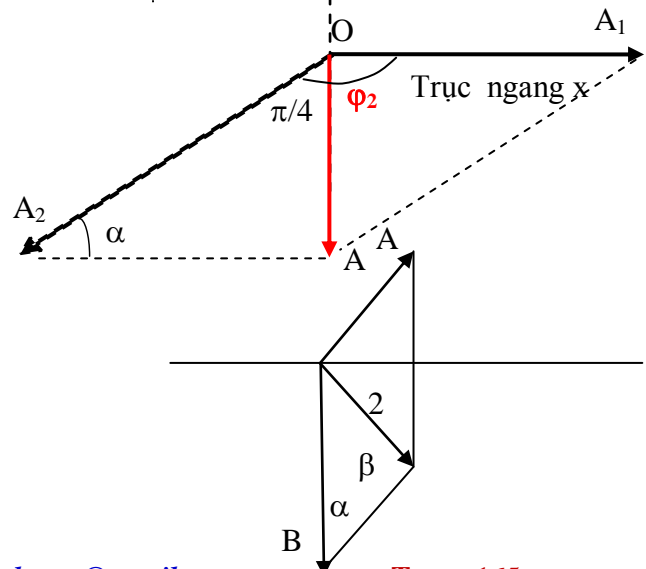
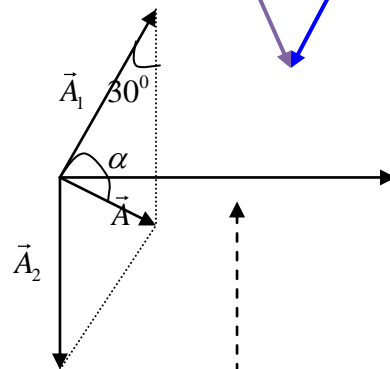
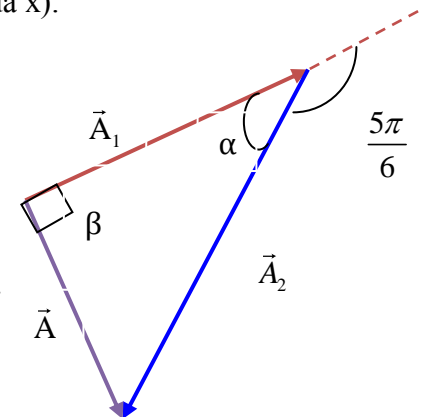
Hay  $\beta = \pi/4 \Rightarrow$ .

Tam giác  $OAA_2$  vuông cân tại  $A$  nên ta có:

**$\varphi_2 = -(\pi/2 + \pi/4) = -3\pi/4$**



Hình



**Bài 13: Giải:**  $\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin 30} = \frac{B}{\sin \beta} \Rightarrow \begin{cases} B_{\max} = 4 \\ \sin \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3} \\ \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$

**Bài 14: Giải:**

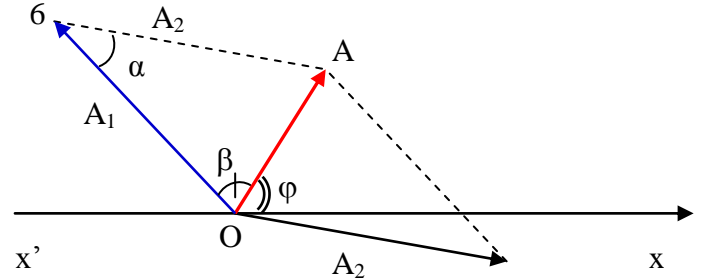
- giản đồ véc tơ như hình vẽ:

- Do pha ban đầu của hai véc tơ  $\vec{A}_1$  và  $\vec{A}_2$  là  $\frac{2\pi}{3}$  và  $-\frac{\pi}{6}$

nên  $\alpha = \pi - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

- Áp dụng định lí hàm số sin ta có:  $\frac{A_2}{\sin \beta} = \frac{A}{\sin \alpha} \Rightarrow A_2 = \frac{A}{\sin \alpha} \cdot \sin \beta = \frac{12}{1/2} \sin \beta = 24 \cdot \sin \beta$ .

Vậy  $A_2$  max khi  $\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = 90^\circ$  mà  $\beta + \varphi = \frac{2\pi}{3}$  (bằng pha ban đầu của  $x_1$ ). Nên  $\boxed{\varphi = \frac{\pi}{6}}$



**Bài 15: Giải 1:** Ta có  $x_1 = 2\sqrt{3} \sin(\omega t)(\text{cm}) = 2\sqrt{3} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})(\text{cm})$

**Cần xác định định  $A_2$  và  $\varphi_2$**

Giả sử ta có giản đồ véc tơ như hình vẽ

Theo giản đồ ta có:

$$A_1^2 = A_2^2 + A^2 - 2AA_2 \cos(\varphi_2 - \varphi)$$

$$A_1^2 = A_2^2 + A^2 - 2AA_2 \cos(\frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow A_2^2 - 4A_2 \cos \frac{\pi}{3} - 8 = 0$$

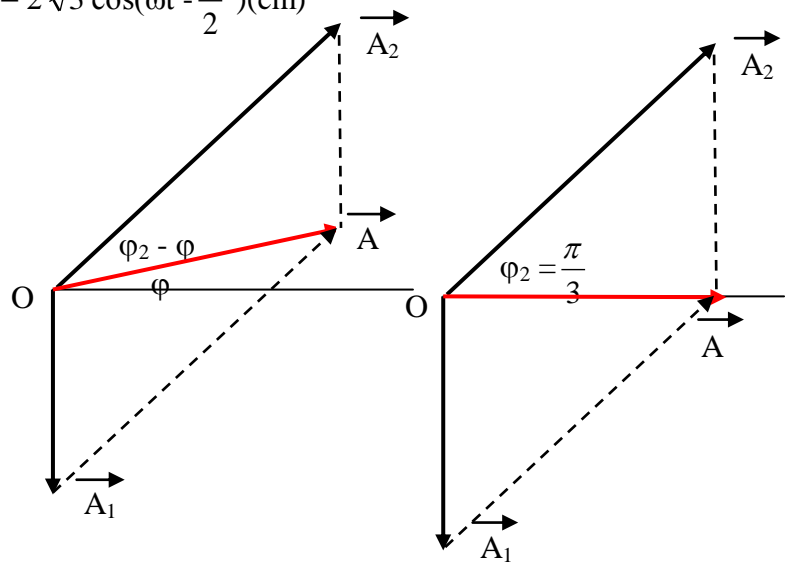
$$\Rightarrow A_2^2 - 2A_2 - 8 = 0 \Rightarrow A_2 = 4 \text{ cm}$$

$$A_2^2 = A_1^2 + A^2 - 2AA_1 \cos \alpha \text{ với}$$

$$\alpha = \text{góc } A_1OA = \frac{\pi}{2} + \varphi$$

$$\Rightarrow 16 = 12 + 4 - 16\sqrt{3} \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \varphi = 0. \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}. \text{Đáp số : } A_2 = 4\text{cm. } \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$$



**Chọn A**

**Giải 2:**

Áp dụng định lý hàm số cosin trong tam giác

$$A_1^2 = A_2^2 + A^2 - 2AA_2 \cos(\varphi_2 - \varphi) \rightarrow A_2^2 - 2A_2 - 8 = 0 \rightarrow A_2 = 4(\text{cm})$$

$$A_2 = 4\text{cm}; A_1 = 2\sqrt{3}\text{cm}; A = 2\text{cm} \rightarrow A_2^2 = A_1^2 + A^2$$

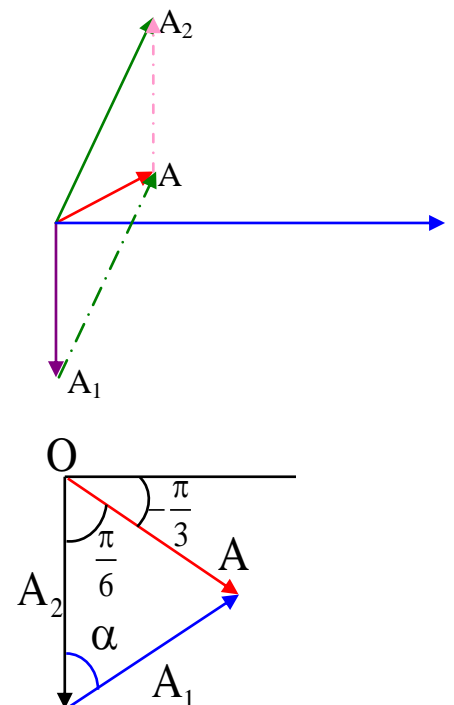
$$\rightarrow \varphi = 0$$

$$\rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}(\text{rad})$$

**Bài 16: Giải:**

- Áp dụng định lý hàm số sin:  $\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{A_1}{\sin \frac{\pi}{6}} \Rightarrow A \text{ max khi } \sin \alpha = 1$

$$\Rightarrow A_{\max} = 20\text{cm}$$



- Theo yêu cầu bài toán thì  $A = \frac{A_{\max}}{2} = 10\text{cm}$

- Áp dụng định lý hàm số cos tính được  $A_2$

**Bài 17: Giải:** Áp dụng định lý hàm số sin:  $\frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{A_2}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow A_2 \text{ max khi } \sin \alpha = 1 \Rightarrow A_2 = 18\text{cm}$$

**Bài 18: Giải:**  $d = |x_1 - x_2| = 6 \angle \frac{5\pi}{6}$

**Bài 19 :Giải:** Vẽ giản đồ véc tơ như hình vẽ:

Xét tam giác  $OA_1A$

$$\frac{A_2}{\sin \varphi} = \frac{A_1}{\sin \frac{\pi}{6}} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{A_2}{2A_1} \quad (1)$$

$$A_2^2 = A_1^2 + A^2 - 2AA_1 \cos \varphi = 4A_1^2 - 2\sqrt{3} A_1^2 \cos \varphi \quad (2)$$

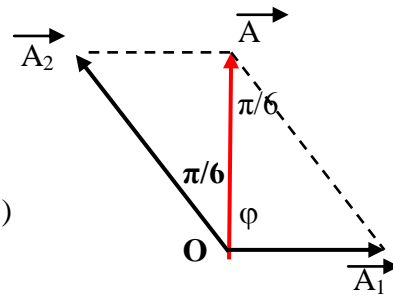
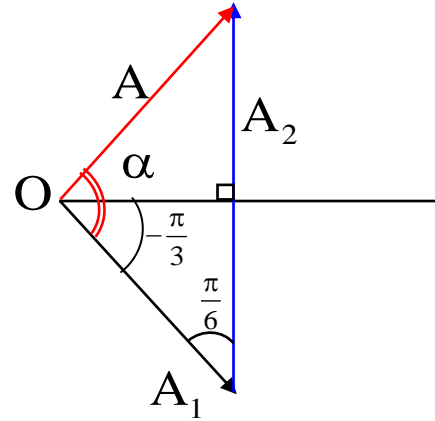
$$\sin \varphi = \frac{A_2}{2A_1} = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \cos \varphi}}{2} \Rightarrow 4\sin^2 \varphi = 4 - 2\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$2\sqrt{3} \cos \varphi = 4(1 - \sin^2 \varphi) = 4\cos^2 \varphi \Rightarrow 2\cos \varphi (2\cos \varphi - \sqrt{3}) = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = 0 \text{ hoặc } \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{hoặc } \varphi = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{1}{2} \quad \text{Chọn A}$$



### 3/. Một số bài toán liên quan đến cực trị của vận tốc, gia tốc và lực hồi phục...:

**Bài 1.** Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có các phương

trình:  $x_1 = 4\cos(10t + \frac{\pi}{4})$  (cm) và  $x_2 = 3\cos(10t + \frac{3\pi}{4})$  (cm). Xác định vận tốc cực đại và gia tốc cực đại của vật.

A. 50cm/s; 10 m/s<sup>2</sup>. B. 7cm/s; 5 m/s<sup>2</sup>. C. 20cm/s; 10 m/s<sup>2</sup>. D. 50cm/s; 5 m/s<sup>2</sup>.

**Bài 2.** Dao động của một chất điểm có khối lượng 10g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = 5\cos(10\pi t)$  cm,  $x_2 = 10\cos(10\pi t)$  cm (t tính bằng s). Chọn mốc thế năng ở VTCB. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Cơ năng của chất điểm bằng:

A. 1125J B. 0,1125J C. 0,225J D. 1,125J

**Bài 3.** Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương

trình là  $x_1 = A_1 \cos \omega t$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ . Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng:

A.  $\frac{2E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$  B.  $\frac{E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$  C.  $\frac{E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$  D.  $\frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$

**Bài 4:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số  $f=10\text{Hz}$ . Có biên độ  $A_1=7\text{cm}$ ;  $A_2=8\text{cm}$  độ lệch pha của hai dao động là  $\pi/3$ . Vận tốc của vật ứng với li độ tổng hợp  $x=12\text{cm}$  bằng

A.  $\pm 10\pi$  m/s B.  $\pm 10\pi$  cm/s C.  $\pm \pi$  m/s D.  $\pm \pi$  cm/s

**Bài 5:** Chuyển động của một vật là tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là:  $x_1 = 4\cos(10t + \pi/4)$  cm;  $x_2 = 3\cos(10t - 3\pi/4)$  cm. Độ lớn vận tốc khi nó qua vị trí cân bằng là

A. 10cm/s B. 7cm/s C. 20cm/s D. 5cm/s

**Bài 6:** Chuyển động của một vật là tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là:  $x_1 = 4\cos(10t + \pi/4)$  cm;  $x_2 = 3\cos(10t - 3\pi/4)$  cm. Gia tốc khi nó qua vị trí biên bằng

A. 10cm/s<sup>2</sup> B. 1cm/s<sup>2</sup> C. 10m/s<sup>2</sup> D. 1m/s<sup>2</sup>



**Bài 7:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số có phương trình  $x_1 = 2\cos(5\pi t + \pi/2)$  cm,  $x_2 = 2\cos(5\pi t)$  cm. Vận tốc của vật lớn nhất bằng

- A.  $10\sqrt{2}\pi$  cm/s      B.  $10\sqrt{2}$  cm/s      C.  $10\pi$  cm/s      D. 10cm/s

**Bài 8: (ĐH 2012):** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

- A.  $\frac{4}{3}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{9}{16}$ .      D.  $\frac{16}{9}$ .

**Bài 9:** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua góc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 3 cm, của N là 4 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 5 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng  $1/3$  cơ năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là bao nhiêu?

- A.  $\frac{4}{3}$ .      B.  $\frac{16}{27}$ .      C.  $\frac{27}{16}$ .      D.  $\frac{16}{9}$ .

**Bài 10:** Một vật có khối lượng không đổi, thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình lần lượt  $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi_1)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos(2\pi t - \pi/2)$  cm, dao động tổng hợp là  $x = A \cos(2\pi t - \pi/3)$  cm. Hỏi khi cơ năng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động  $A_2$  có giá trị bao nhiêu?

- A.  $10\sqrt{3}$  cm      B.  $10/\sqrt{3}$  cm      C.  $20/\sqrt{3}$  cm      D. 20cm

**Bài 11:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình dao động lần lượt

$x_1 = 4,8\cos\left(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm,  $x_2 = A_2 \cos(10\sqrt{2}t - \pi)$  cm. Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng là  $0,3\sqrt{6}m/s$ . Tính biên độ  $A_2$ .

- A. 7,2 cm      B. 6,4cm      C. 3,2cm      D. 3,6cm

**Bài 12:** Có hai con lắc lò xo giống hệt nhau dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai đường thẳng song song cạnh nhau và song song với trục Ox. Biên độ của con lắc một là  $A_1 = 4$  cm, của con lắc hai là  $A_2 = 4\sqrt{3}$  cm, con lắc hai dao động sớm pha hơn con lắc một. Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật dọc theo trục Ox là  $a = 4$  cm. Khi động năng của con lắc một cực đại là  $W$  thì động năng của con lắc hai là:

- A.  $3W/4$ .      B.  $2W/3$ .      C.  $9W/4$ .      D.  $3W/2$

### Hướng dẫn chi tiết:

**Bài 1. giải: Cách 1:** Ta có:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 90^\circ} = 5$  cm

$\Rightarrow v_{\max} = \omega A = 50$  cm/s = 0,5 m/s;  $a_{\max} = \omega A = 500$  cm/s<sup>2</sup> = 5 m/s<sup>2</sup>. **Chọn D**

**Cách 2: Với máy FX570ES :** Bấm **MODE** **2** màn hình xuất hiện chữ: **CMPLX**

chọn đơn vị góc tính theo độ (**D**) Bấm : **SHIFT** **MODE** **3**

Tìm dao động tổng hợp: Nhập máy : **4** **SHIFT**(-)**45** **+** **3** **SHIFT**(-)**135** **=** **Hiển thị:**  $5\angle 81,869$ ,

Suy ra  $A = 5$  cm  $\Rightarrow v_{\max} = \omega A = 50$  cm/s = 0,5 m/s;  $a_{\max} = \omega A = 500$  cm/s<sup>2</sup> = 5 m/s<sup>2</sup>. **Chọn D**

**Bài 2. giải 1:** Dễ thấy  $A = 5 + 10 = 15$  cm. Cơ năng:  $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot (10\pi)^2 \cdot (0,15)^2 = 0,1125 J$

**giải 2:** Cơ năng  $W = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ . Do  $\Delta\varphi = 0$  nên 2 dao động cùng pha suy ra  $A = 15$  cm = 0,15 m. Từ đó dễ dàng tính được  $W = 0,1125 J$

**Bài 3. giải:**

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad E = \frac{1}{2} m \omega^2 (A_1^2 + A_2^2) \Rightarrow m = \frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)} \quad \text{Chọn D}$$

HD: Hai dao động vuông pha : suy ra :

**Bài 4. Giải:** Áp dụng công thức:  $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$  (1) với  $\omega = 2\pi f = 20\pi$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow A=13\text{cm. Thay vào (1) Dễ dàng tính được } v=\pm\pi \text{ m/s. Chọn C}$$

**Bài 5. Giải:** Qua VTCB thì  $V=V_{\max}=\pm A\omega$ . Do độ lệch pha của hai dao động là:  $\Delta\varphi=-3\pi/4-\pi/4=-\pi$  nên 2 dao động ngược pha. Suy ra  $A=1\text{cm}$ . Dễ dàng tính được  $v=10\text{cm/s}$ . **Chọn A**

**Bài 6. Giải:** Qua VTB thì  $a=a_{\max}=\pm A\omega^2$ . Do độ lệch pha của hai dao động là:  $\Delta\varphi=-3\pi/4-\pi/4=-\pi$  nên 2 dao động ngược pha. Suy ra  $A=1\text{cm}$ . Dễ dàng tính được  $a=100\text{cm/s}^2=1\text{m/s}^2$ . **Chọn B**

**Bài 7. Giải:**  $V=V_{\max}=\pm A\omega$ . Do độ lệch pha của hai dao động là:  $\Delta\varphi=\pi/2$  nên 2 dao động vuông pha. Suy ra  $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}=2\sqrt{2}\text{ cm}$ . Dễ dàng tính được  $v=10\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ . **Chọn A**

**Bài 8. Giải 1:** Vẽ giản đồ véc tơ của hai dao động.

khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox khi đoạn thẳng  $A_1A_2$  song song với Ox. Do  $A_1A_2=10\text{ cm}$   
 $A_1=6\text{ cm}$ ;  $A_2=8\text{ cm} \Rightarrow$  hai dao động vuông pha nhau.

Giả sử phương trình dao động của M và N:  $x_1=6\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$ ;  $x_2=8\cos\omega t$

$$\text{Ở thời điểm } W_{dM}=W_{tM}=\frac{W_1}{2} \rightarrow x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}A_1=3\sqrt{2}\text{ (cm)}$$

$$6\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})=3\sqrt{2} \rightarrow -6\sin\omega t=3\sqrt{2} \rightarrow \sin\omega t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Khi đó } x_2=8\cos\omega t=\pm 4\sqrt{2}\text{ cm}=\pm \frac{A_2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow W_{t2}=\frac{W_2}{2} \Rightarrow W_{d2}=W_{t2}=\frac{W_2}{2}$$

Cơ năng của dao động tỉ lệ với bình phương của biên độ.  $m_1=m_2$  và  $f_1=f_2$

$$\Rightarrow \frac{W_{d1}}{W_{d2}}=\frac{W_1}{W_2}=\frac{A_1^2}{A_2^2}=\frac{9}{16} \text{ Chọn C}$$

**Giải 2:**

Khoảng cách giữa hai chất điểm là  $|x_2-x_1|$  bằng hình chiếu của MN xuống trục ox. Giá trị  $|x_2-x_1|$  lớn nhất khi MN//ox. Mà ta có  $MN^2=A_1^2+A_2^2 \Rightarrow$  hai dao động vuông pha nhau  $\Rightarrow$

khi dao động thứ nhất có  $W_d=W_t \Leftrightarrow x_1=\pm \frac{A_1\sqrt{2}}{2}$  thì

$$x_2=\pm \frac{A_2\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow W_{d2}=W_{t2} \Leftrightarrow \frac{W_{dM}}{W_{dN}}=\frac{W_M}{W_N}=\frac{A_1^2}{A_2^2}=\frac{6^2}{8^2}=\frac{9}{16}. \text{ Chọn C.}$$

**Bài 9: Giải:**

Khoảng cách giữa hai chất điểm là  $|x_2-x_1|$  bằng hình chiếu của MN xuống trục ox. Giá trị  $|x_2-x_1|$  lớn nhất khi MN//ox. Mà ta có  $MN^2=A_1^2+A_2^2 \Rightarrow$  hai dao động vuông pha nhau  $\Rightarrow$  khi dao động thứ nhất có  $W_{d1}=$

$$W_1/4 \text{ thì } x_1=\pm \frac{A_1\sqrt{3}}{2}, x_2=\mp \frac{A_2}{2} \Rightarrow W_{d2}=3W_2/4$$

$$\Leftrightarrow \frac{W_{d1}}{W_{d2}}=\frac{3A_1^2}{A_2^2}=\frac{3.3^2}{4^2}=\frac{27}{16}. \text{ Chọn C.}$$

**Bài 10: Giải:**

Dùng phương pháp biểu diễn véc tơ!

Khi cơ năng dao động của vật cực đại thì A phải lớn nhất!

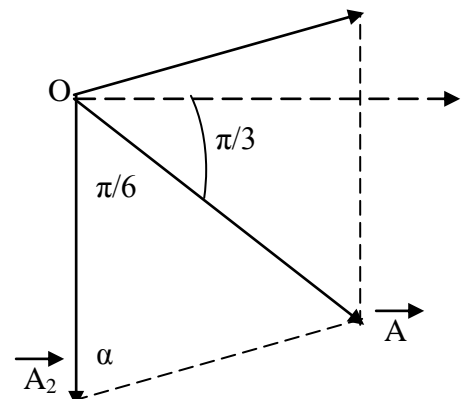
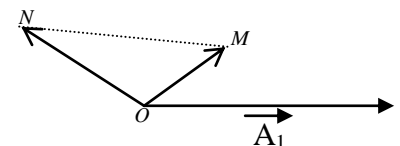
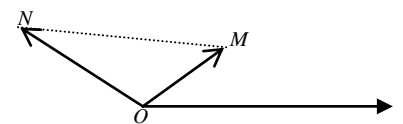
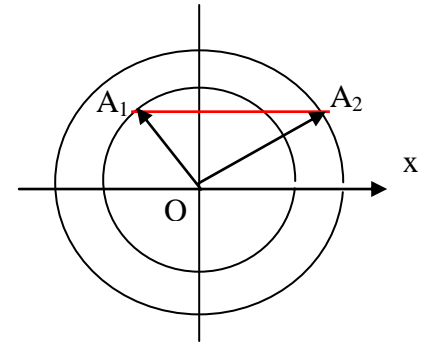
Áp dụng định lý hàm số Sin trong tam giác ta có:

$$\frac{A_1}{\sin(\pi/6)}=\frac{A}{\sin\alpha} \text{ Để A lớn nhất thì } \sin\alpha=1 \text{ hay hai dao động}$$

thành phần vuông pha nhau và  $A=2A_1=20\text{cm}$

$$\text{Ta có } A_2^2=A^2-A_1^2=20^2-10^2=300$$

Hay  $A_2=10\sqrt{3}\text{ cm}$ . **Chọn A**



**Bài 11: Giải:**  $W = W_d + W_t = 3W_d + W_t = 4W_t$

$$\frac{1}{2}kA^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$$

Hay  $\frac{1}{2}kA^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$

Theo đề lúc đó :  $v = 0,3 \text{ m/s} = 0,3\sqrt{6} \text{ m/s} = 30\sqrt{6} \text{ cm/s}$

Ta có công thức :  $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$  thế số :  $A = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{900 \cdot 6}{200}} = \sqrt{\frac{A^2}{4} + 27} \Rightarrow A = 6 \text{ cm}$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 \Rightarrow A_2^2 = A^2 - A_1^2 = 6^2 - 4^2 = 8^2$$

Hai dao động vuông pha nên :  $\Rightarrow A_2 = 3,6 \text{ cm}$

Chọn D

**Bài 12: Giải:** Giả sử phương trình dao động của hai con lắc lò xo:

$$x_1 = 4\cos\omega t \text{ (cm)}; x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\omega t + \varphi) \text{ (cm)}$$

Vẽ giản đồ véc tơ  $\vec{A}_1$   $\vec{A}_2$  và vectơ  $\vec{A} = \vec{A}_2 - \vec{A}_1$

Vecto  $\vec{A}$  biểu diễn khoảng cách giữa hai vật  $x = x_2 - x_1$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi')$$

$$\text{biên độ của } x: A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\varphi = 64 - 32\sqrt{3}\cos\varphi$$

Trong quá trình dao động khoảng cách lớn nhất giữa hai vật dọc trục Ox

$$\text{khi } \cos(\omega t + \varphi') = \pm 1 \Rightarrow A = a = 4 \text{ cm} \Rightarrow A^2 = 16$$

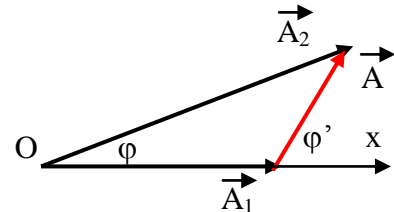
$$64 - 32\sqrt{3}\cos\varphi = 16 \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Do đó } x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\omega t + \varphi) = x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$$

$$\text{Khi } W_{d1} = W_{d\max} = \frac{kA_1^2}{2} = W \text{ thì vật thứ nhất qua gốc tọa độ: } x_1 = 0 \Rightarrow \cos\omega t = 0; \sin\omega t = \pm 1$$

$$\text{Khi đó } x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) = 4\sqrt{3}\cos\omega t \cos\frac{\pi}{6} - 4\sqrt{3}\sin\omega t \sin\frac{\pi}{6} = \pm 2\sqrt{3} \text{ cm} = \pm \frac{A_2}{2}$$

$$W_{d2} = \frac{kA_2^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{kA_2^2}{2} \Rightarrow \frac{W_{d2}}{W_{d1}} = \frac{W_{d2}}{W} = \frac{\frac{3}{4} \frac{kA_2^2}{2}}{\frac{kA_1^2}{2}} = \frac{3}{4} \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow W_{d2} = \frac{9}{4} W. \text{ Đáp án C}$$



#### 4/. Một số bài toán liên quan đến giá trị của x tại một thời điểm .

**Bài 1:** Dao động của một chất điểm là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li

độ lần lượt là  $x_1 = 3\cos(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2})$  và  $x_2 = 3\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}t$  ( $x_1$  và  $x_2$  tính bằng cm, t tính bằng s). Tại các thời

điểm  $x_1 = x_2$  li độ của dao động tổng hợp là:

- A.  $\pm 5,79 \text{ cm}$ . B.  $\pm 5,19 \text{ cm}$ . C.  $\pm 6 \text{ cm}$ . D.  $\pm 3 \text{ cm}$ .

**Bài 2:** Hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng cạnh nhau, song song với nhau, cùng một vị trí cân bằng trùng với gốc tọa độ, cùng một trục tọa độ song song với hai đoạn thẳng đó, với các phương trình li độ

lần lượt là  $x_1 = 3\cos(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6})$  (cm) và  $x_2 = 5\cos(\frac{20\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3})$  (cm). Thời điểm đầu tiên (kể từ thời điểm

$t = 0$ ) khoảng cách giữa hai vật lớn nhất là

- A. 0,1s. B. 0,05s. C. 0,5s. D. 2s.

**Bài 3:** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương có các phương trình lần lượt là

$x_1 = 6\cos(10\pi t + \frac{\pi}{3})$  (cm),  $x_2 = 6\sqrt{3}\cos(10\pi t - \frac{\pi}{6})$  (cm). Khi dao động thứ nhất có li độ 3(cm) và đang tăng

thì dao động tổng hợp có:

A. ly độ  $-6\sqrt{3}$  (cm) và đang tăngB. li độ  $-6$ (cm) và đang giảm

C. ly độ bằng không và đang tăng

D. ly độ  $-6$ (cm) và đang tăng

**Bài 4:** Hai chất điểm M, N có cùng khối lượng dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của M, N đều trên cùng một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6cm, của N là 6cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất của M và N theo phương Ox là 6cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm M có động năng gấp 3 lần thế năng tỉ số động năng của M và thế năng của N là:

A. 4 hoặc  $\frac{3}{4}$ B. 3 hoặc  $\frac{4}{3}$ C. 3 hoặc  $\frac{3}{4}$ D. 4 hoặc  $\frac{4}{3}$ 

**Bài 5:** Dao động của một vật là tổng hợp của hai dao động cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = 6\cos(10t + \pi/3)$  cm và  $x_2 = 8\cos(10t - \pi/6)$  cm. Lúc li độ dao động của vật là  $x = -8$  cm và đang tăng thì li độ của thành phần  $x_1$  lúc đó

A. bằng 6 và đang tăng.

B. bằng 6 và đang giảm.

C. bằng 0 và đang giảm.

D. bằng 0 và đang tăng.

### Hướng dẫn chi tiết:

**Bài 1 Giải 1:** Phương trình dao động tổng hợp

$$x = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}; 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}t$$

$$\Rightarrow \tan\frac{2\pi}{3}t = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3}t = \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{4} + \frac{3k}{2}$$

$$x = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) = x = 6\cos\left[\frac{2\pi}{3}\left(\frac{1}{4} + \frac{3k}{2}\right) - \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= 6\cos(k\pi - \frac{\pi}{6}) = \pm 3\sqrt{3} \text{ cm} = \pm 5,19 \text{ cm}$$

**Giải: Cách 2** Dùng giản đồ vectơ:

Với các số liệu đề bài ta vẽ được giản đồ vectơ như hình trên

$$\text{Ta dễ dàng có: } x_{\text{hiệu}} = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right); x_{\text{tổng}} = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Nhận xét khi  $x_1 = x_2$  thì  $x_1 - x_2 = 0$  khi véc tơ biểu diễn  $x_{\text{hiệu}} = x_1 - x_2$  vuông góc với trục ngang,

Lúc đó  $x_{\text{tổng}} = x_1 + x_2$  lệch với trục ngang một góc  $\pi/6$  hoặc  $5\pi/6$ .

Nên ta có  $x = 6\cos(\pi/6) = 3\sqrt{3} = 5,19\text{cm}$ ;  $x = 6\cos(5\pi/6) = -3\sqrt{3} = -5,19\text{cm}$ . **Chọn B**

**Giải: Cách 3** Dùng số phức với máy tính Fx570Es:

$$\text{Bấm máy ta có } x_{\text{hiệu}} = x_1 - x_2 = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right); x_{\text{tổng}} = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$$

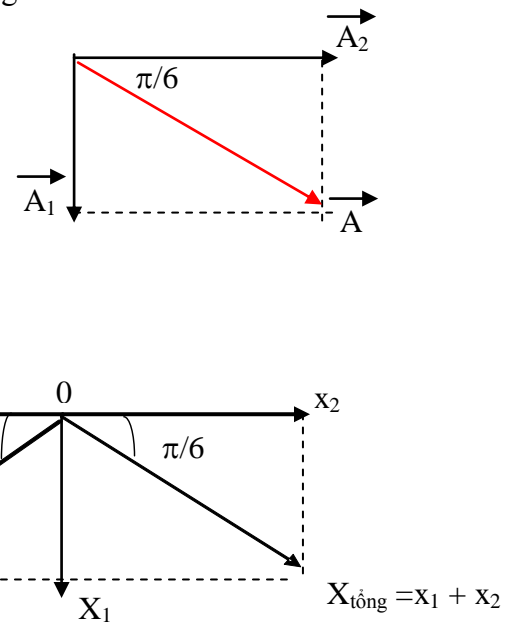
$$\text{Khi } x_{\text{hiệu}} = 0 \text{ thì } \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{3}t - \frac{5\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2\text{s hoặc } t = 0,5\text{s}$$

$$\text{Thế } t=2\text{s vào } x_{\text{tổng}}: x_{\text{tổng}} = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 2 - \frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -3\sqrt{3} = -5,19\text{cm}$$

$$\text{Thế } t=0,5\text{s vào } x_{\text{tổng}}: x_{\text{tổng}} = 6\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0,5 - \frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} = 5,19\text{cm} \text{ **Chọn B**}$$

$$\textbf{Giải 4:} \text{ Ta có } x_1 = 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = 3\sin\frac{2\pi}{3}t$$

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow 3\sin\frac{2\pi}{3}t = 3\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}t \Leftrightarrow \tan\frac{2\pi}{3}t = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{3}t = \frac{\pi}{3} + k\pi \Rightarrow t = \frac{1}{2} + \frac{3k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$



phương trình dao động tổng hợp:  $x_1$  vuông pha với  $x_2$  nên ta có

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 6\text{cm}; \tan \varphi = -\frac{A_1}{A_2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

Phương trình dao động tổng hợp:  $x = 6\cos(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6})\text{cm}$  thay  $t$  vào ta được  $x = \pm 5,19\text{cm}$ . **Chọn B**

### Bài 2: Giải:

$$\text{Độ lệch pha: } \Delta\varphi = \frac{15\pi}{3}t - \frac{9\pi}{6}(\text{rad}).$$

$$x_{\max} \rightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi \rightarrow t = (2k+1 + \frac{9}{6})\frac{3}{15} \rightarrow t_{\min} = (2 \cdot (-1) + 1 + \frac{9}{6})\frac{3}{15} = \frac{1}{10}(\text{s})$$

**Hoặc:(nhảm)** Sau:  $t = \frac{T_1}{12} = \frac{T_2}{3} = \frac{1}{10}(\text{s})$  Vật thứ nhất đến biên âm. Vật thứ hai đến biên dương nên khoảng cách giữa hai vật lớn nhất

$$\text{Bài 3 : Giải: } x_1 = 6\cos(10\pi t + \frac{\pi}{3}) (\text{cm}); x_2 = 6\sqrt{3} \cos(10\pi t - \frac{\pi}{6}) (\text{cm})$$

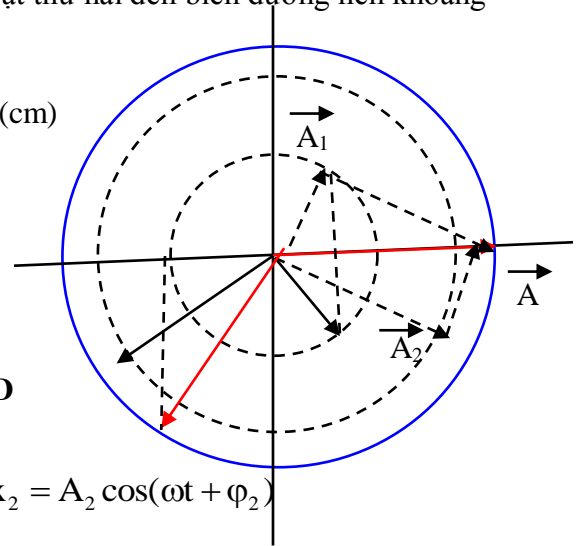
Phương trình dao động tổng hợp:  $x = x_1 + x_2 = 12\cos 10\pi t (\text{cm})$

Vẽ giản đồ ta có  $OA_1AA_2$  là hình chữ nhật.

Khi  $x_1 = 3\text{ cm}$  và đang tăng cho hình chữ nhật quay

ngược chiều kim đồng hồ góc  $\frac{2\pi}{3}$  véc tơ  $A$  cũng quay

góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Khi đó  $x = 12\cos \frac{2\pi}{3} = -6\text{ cm}$  sau đó li độ  $x$  tăng **Chọn D**



### Bài 4: Giải:

- Phương trình dao động của M là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ; của N là  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

- Khoảng cách giữa hai chất điểm theo phương Ox là

$$d = |x_1 - x_2| = |A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 + \pi)| = |A \cos(\omega t + \varphi)|$$

$$\Rightarrow d_{\max} = A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 + \pi - \varphi_1)}$$

- Theo giả thiết  $A=A_1=A_2=6\text{cm} \Rightarrow \varphi_2 + \pi - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x_1$  và  $x_2$  lệch nhau góc  $\frac{\pi}{3}$

- Ta thấy khi M có động năng bằng 3 lần thế năng thì  $x_1 = \pm 3\text{cm} \Rightarrow$  dựa vào giản đồ N có 2 vị trí  $-3\text{cm}$  và  $-6\text{cm}$

### Bài 5: GIẢI :

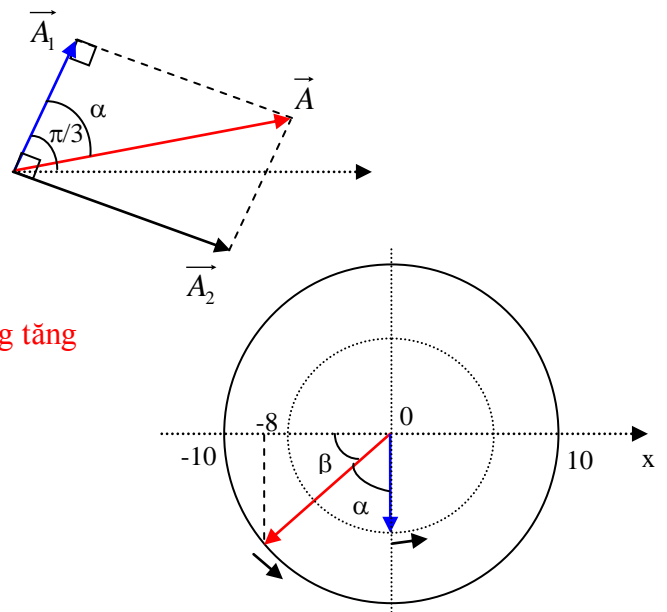
\* để tổng hợp có  $A = 10\text{cm}$

\*  $\tan \alpha = A_2/A_1 \Rightarrow \alpha = 53,13^\circ$  -  $\alpha = (\vec{A}, \vec{A}_1)$  không đổi

\* Khi  $x = -8\text{ cm}$  và đang tăng (như hình vẽ) :

$$+ \cos \beta = 8/10 \Rightarrow \beta = 36,87^\circ$$

$$+ \beta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \vec{A}_1 \text{ có VT như hình vẽ} \Rightarrow x_1 = 0 \text{ và đang tăng}$$



### 5/. Một số bài tập tổng hợp :

**Câu 1.** Cho hai dao động điều hoà cùng phương  $x_1 = 2\cos(4t + \varphi_1)\text{cm}$  và  $x_2 = 2\cos(4t + \varphi_2)\text{cm}$ . Với  $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi$ .

Biết phương trình dao động tổng hợp  $x = 2\cos(4t + \frac{\pi}{6})\text{cm}$ . Pha ban đầu  $\varphi_1$  là

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $-\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{6}$                       D.  $-\frac{\pi}{6}$

**Câu 2.** Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 100 (g), độ cứng lò xo  $10\pi^2 \text{ N/m}$  dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ) theo các phương trình  $x_1 =$

$6\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})\text{cm}$ ,  $x_2 = 6\cos(\omega t - \pi)\text{cm}$ . Xác định thời điểm đầu tiên khoảng cách giữa hai vật đạt giá trị cực đại?

- A. (3/40)s.                      B. (1/40)s.                      C. (1/60)s.                      D. (1/30)s.

**Câu 3:** Cho 3 dao động cùng phương có phương trình lần lượt là  $x_1 = 2A\cos(10\pi t + \pi/6)$ ,  $x_2 = 2A\cos(10\pi t + 5\pi/6)$  và  $x_3 = A(10\pi t - \pi/2)$  (với x tính bằng m, t tính bằng s). Phương trình tổng hợp của ba dao động trên là.

- A.  $x = A\cos(10\pi t + \pi/2)\text{cm}$                       B.  $x = A\cos(10\pi t - \pi/2)\text{cm}$   
C.  $x = A\cos(10\pi t + 5\pi/2)\text{cm}$                       D.  $x = A\cos(10\pi t - 5\pi/2)\text{cm}$

**Câu 4:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là

$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \pi/2)$ ;  $x_2 = A_2 \cos(\omega t)$ ;  $x_3 = A_3 \cos(\omega t - \pi/2)$ . Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị li độ  $x_1 = -10\sqrt{3}\text{cm}$

,  $x_2 = 15\text{cm}$ ,  $x_3 = 30\sqrt{3}\text{cm}$ . Tại thời điểm  $t_2$  các giá trị li độ  $x_1 = -20\text{cm}$ ,  $x_2 = 0\text{cm}$ ,  $x_3 = 60\text{cm}$ . Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 50cm.                      B. 60cm.                      C.  $40\sqrt{3}\text{cm}$ .                      D. 40cm.

**Câu 5:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số  $x_1, x_2, x_3$ .

Biết  $x_{12} = 4\sqrt{2}\cos(5t - 3\pi/4)\text{cm}$ ;  $x_{23} = 3\cos(5t)\text{cm}$ ;  $x_{13} = 5\sin(5t - \pi/2)\text{cm}$ . Phương trình của  $x_2$  là

- A.  $x_2 = 2\sqrt{2}\cos(5t - \pi/4)\text{cm}$ .                      B.  $x_2 = 2\sqrt{2}\cos(5t + \pi/4)\text{cm}$ .  
C.  $x_2 = 4\sqrt{2}\cos(5t + \pi/4)\text{cm}$ .                      D.  $x_2 = 4\sqrt{2}\cos(5t - \pi/4)\text{cm}$ .

**Câu 6:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là  $x_1, x_2, x_3$ .

Biết  $x_{12} = 6\cos(\pi t + \frac{\pi}{6})\text{cm}$ ;  $x_{23} = 6\cos(\pi t + \frac{2\pi}{3})\text{cm}$ ;  $x_{13} = 6\sqrt{2}\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})\text{cm}$ . Khi li độ của dao động  $x_1$

đạt giá trị cực đại thì li độ của dao động  $x_3$  là:

- A. 0cm                      B. 3cm                      C.  $3\sqrt{2}\text{cm}$                       D.  $3\sqrt{6}\text{cm}$

**Câu 7.** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hoà cùng pha, cùng tần số có phương trình lần lượt là:  $x_1 =$

$A_1\cos(2\pi t + \frac{2\pi}{3})\text{cm}$ ;  $x_2 = A_2\cos(2\pi t)\text{cm}$ ;  $x_3 = A_3\cos(2\pi t - \frac{2\pi}{3})\text{cm}$ . Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị li độ  $x_1 = -20\text{cm}$ ,  $x_2$

$= 80\text{cm}$ ,  $x_3 = -40\text{cm}$ , thời điểm  $t_2 = t_1 + T/4$  các giá trị li độ  $x_1 = -20\sqrt{3}\text{cm}$ ,  $x_2 = 0\text{cm}$ ,  $x_3 = 40\sqrt{3}\text{cm}$ . Tìm phương trình của dao động tổng hợp.

- A.  $x_2 = 40\cos(2\pi t - \pi/3)\text{cm}$ .                      B.  $x_2 = 40\sqrt{2}\cos(2\pi t + \pi/4)\text{cm}$ .  
C.  $x_2 = 4\cos(2\pi t + \pi/3)\text{cm}$ .                      D.  $x_2 = 4\sqrt{2}\cos(2\pi t - \pi/4)\text{cm}$ .

**Câu 8:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số  $x_1, x_2, x_3$ . Với  $x_{12} = x_1 + x_2$ ;  $x_{23} = x_2 + x_3$ ;  $x_{13} = x_1 + x_3$ ;  $x = x_1 + x_2 + x_3$ . Biết:  $x_{12} = 6\cos(\pi t + \pi/6)\text{cm}$ ;  $x_{23} = 6\cos(\pi t + 2\pi/3)\text{cm}$ ;  $x_{13} = 6\sqrt{2}\cos(\pi t + 5\pi/12)\text{cm}$ . Tìm x biết  $x^2 = x_1^2 + x_3^2$

- A.  $6\sqrt{2}\text{cm}$                       B. 6cm                      C. 24cm                      D.  $6\sqrt{3}\text{cm}$

**Câu 9:** Ba dao động điều hòa cùng phương cùng tần số  $x_1, x_2$  và  $x_3$ , có dao động tổng hợp từng đôi một là

$x_{12} = 2\cos(2\pi t + \pi/3)\text{cm}$ ;  $x_{23} = 2\sqrt{3}\cos(2\pi t + 5\pi/6)\text{cm}$  và  $x_{31} = 2\cos(2\pi t + \pi)\text{cm}$ . Phương trình dao động thành phần thứ 2 là

- A.  $2\sqrt{3}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$                       B.  $\sqrt{3}\cos(\omega t - \pi)\text{cm}$   
C.  $2\sqrt{3}\cos(\omega t + \pi)\text{cm}$                       D.  $\sqrt{3}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$



Hướng dẫn chi tiết:

**Câu 1.** Do  $A_1=A_2=2$  nên  $A_{th} = 2A \cos \frac{\Delta\phi}{2} \leftrightarrow 2 = 2.2 \cos \frac{\Delta\phi}{2} \leftrightarrow \cos \frac{\Delta\phi}{2} = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$

Vì  $0 \leq \varphi_2 - \varphi_1 \leq \pi \rightarrow 0 \leq \frac{\Delta\varphi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} = \varphi_2 - \varphi_1$  (1)

Do  $A_1=A_2$  pha ban đầu tổng hợp  $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{6} \leftrightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$  (2)

Từ (1) và (2)  $\varphi_1 = -\frac{\pi}{6}$  và  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ . **Chọn D**

**Câu 2. GIẢI:**

\* Khoảng cách :  $x = x_1 - x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$

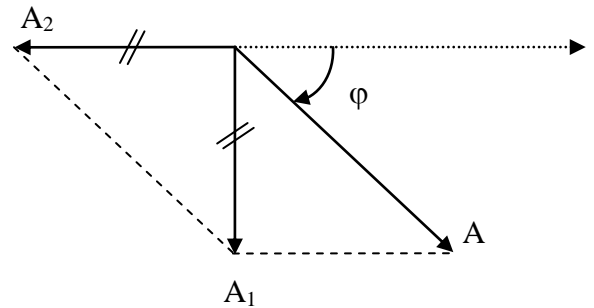
$\Rightarrow x_1 = x_2 + x \Rightarrow$  vẽ giản đồ

$\Rightarrow A = 6\sqrt{2} \text{ cm}; \varphi = -\pi/4 \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/4)$

\* Khoảng cách giữa 2 vật cực đại khi  $|x|_{\max} \Rightarrow \cos(\omega t - \pi/4) = \pm 1$

$\Rightarrow 10\pi t - \pi/4 = k\pi \Rightarrow t = 1/40 + k/10$

Thời điểm đầu tiên :  $k = 0 \Rightarrow t = 1/40\text{s}$ . **Chọn B**



**Câu 3.** Hd: Sử dụng phương pháp giản đồ vectơ ta có

$A_x = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = A$

$A_y = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 0$

Từ đó suy ra  $A_{TT} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = A_x$ ; Pha ban đầu  $\tan \varphi = \frac{A_x}{A_y}$  nên  $\varphi = \pi/2$ . **Vậy chọn A.**

**Câu 4.**

**Giải 1:**  $x_1$  và  $x_2$  vuông pha nên:  $\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1$

$x_2$  và  $x_3$  vuông pha nên:  $\left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{A_3}\right)^2 = 1$

**Tại  $t_2$**   $\left(\frac{-20}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{0}{A_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_1 = 20 \text{ cm}$

**Tại  $t_1$**   $\left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{-10\sqrt{3}}{20}\right)^2 + \left(\frac{15}{A_2}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_2 = 30 \text{ cm}$

$\left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{A_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{15}{30}\right)^2 + \left(\frac{30\sqrt{3}}{A_3}\right)^2 = 1 \Rightarrow A_3 = 60 \text{ cm}$

$A = \sqrt{A_2^2 + (A_3 - A_1)^2} = 50 \text{ cm}$ . **Chọn A**

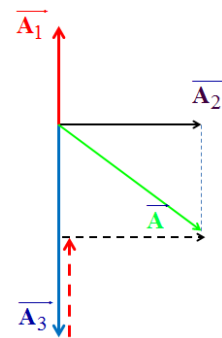
**Giải 2:**

\* Tại thời điểm  $t_2$  :  $\frac{x_1^2}{A_1^2} + \frac{x_2^2}{A_2^2} = 1 \Rightarrow \frac{x_1^2}{A_1^2} = 1 \Rightarrow A_1 = 20 \text{ cm}$ . Tương tự  $\Rightarrow A_3 = 60 \text{ cm}$

\* Tại thời điểm  $t_1$  :  $\frac{(-10\sqrt{3})^2}{20^2} + \frac{15^2}{A_2^2} = 1 \Rightarrow A_2 = 30 \text{ cm}$

$\frac{(15)^2}{30^2} + \frac{(30\sqrt{3})^2}{A_3^2} = 1 \Rightarrow A_3 = 60 \text{ cm}$

\* Về giản đồ  $\Rightarrow A = 50 \text{ cm}$ . **Chọn A**



**Câu 5. Giải 1:**

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 4\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{3\pi}{4}\right) (\text{cm}) \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 3 \cos(5t) (\text{cm}) \\ x_{13} = x_1 + x_3 = 5 \sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right) = -5 \cos(5t) (\text{cm}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_2 - 5 \cos(5t) = 3 \cos(5t) + 4\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{3\pi}{4}\right) \\ x_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}) \end{cases}$$

**Câu 5. Giải 2:** Ta có :  $x_2 = x - x_{13} = \frac{x_{12} + x_{23} + x_{13}}{2} - x_{13} = 2\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) \text{cm}$  . **Chọn A**

**Câu 6: Giải:**  $x_1 = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2} = 3\sqrt{6} \angle \frac{\pi}{12}$   $x_3 = \frac{x_{13} + x_{23} - x_{12}}{2} = 3\sqrt{2} \angle \frac{7\pi}{12}$

- Ta thấy  $x_3$  sớm pha hơn  $x_1$  góc  $\frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 \text{ max thì } x_3 = 0$ . **Chọn A**

**Câu 7. Giải :** Cách làm nhanh nhất dùng máy tính fx 570 ES

Sau khoảng thì gian  $T/4$  thì góc quét của mỗi dao động là  $\pi/2$  nên  $x_1$  và  $x'_1$  vuông pha

Do đó  $A_1^2 = x_1^2 + x'_1{}^2 = (-20)^2 + (-20\sqrt{3})^2$  suy ra  $A_1 = 40\text{cm}$

Tương tự có :  $A_2 = 80\text{cm}$  ;  $A_3 = 80\text{cm}$

Dùng máy tính tính dao động tổng hợp !  $x = x_1 + x_2 + x_3$

Thao tác bấm máy :  $40 \angle 120 + 80 \angle 0 + 80 \angle -120 = 40 \angle -60$

Kết quả cho ta có :  $A = 40\text{cm}$  và  $\varphi = -\pi/3$  . Vậy phương trình tổng hợp là :  $x = 40\cos(2\pi t - \pi/3) \text{cm}$ . **Chọn A**

**Câu 8. Giải:**

\* Phương trình của dao động tổng hợp là :

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{x_{12} + x_{23} + x_{13}}{2} = \frac{6 \angle \frac{\pi}{6} + 6 \angle \frac{2\pi}{3} + 6\sqrt{2} \angle \frac{5\pi}{12}}{2} = 6\sqrt{2} \angle \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) \text{cm}$$

$$\begin{cases} x_1 = x - x_{23} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{cm} \\ x_2 = x - x_{13} = 0 \\ x_3 = x - x_{12} = 6 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm} \end{cases}$$

\* Tương tự ta có:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \pi t + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi t + \frac{5\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ \pi t + \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) = \pm 6 \text{cm} . \text{ **Chọn B** }$$

**Câu 9 Giải ::**  $x_{12} = x_1 + x_2$   $x_{23} = x_2 + x_3$

$\Rightarrow x_{12} + x_{23} = 2x_2 + x_1 + x_3 \Rightarrow x_2 = (x_{12} + x_{23} - x_{13}) / 2$

Thay số :  $x_2 = (2 \angle (\pi/3) + 2\sqrt{3} \angle (5\pi/6) - 2 \angle \pi) / 2 = \sqrt{3} \angle \pi/2 \Rightarrow$  chọn D

**Giải 2 :**  $x_{12} + x_{23} - x_{13} = 2x_2$

$$= x_{12} = 2 \cos(2\pi t + \pi/3) \text{cm} + x_{23} = 2\sqrt{3} \cos(2\pi t + 5\pi/6) \text{cm} - x_{13} = 2 \cos(2\pi t + \pi) \text{cm}$$

$$2x_2 = 2\sqrt{3} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{cm} \Rightarrow x_2 = \sqrt{3} \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{cm} \text{ **Chọn D** }$$

## **CHỦ ĐỀ V. CÁC LOẠI DAO ĐỘNG**

### **1. Dao động tự do**

- Là dao động mà chu kỳ dao động của vật chỉ phụ thuộc vào các đặc tính của hệ.

### **2. Dao động tắt dần**

a. Khái niệm:

Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian

b. Đặc điểm:

- Dao động tắt dần xảy ra khi có ma sát hoặc lực cản của môi trường. Ma sát càng lớn thì dao động tắt dần càng nhanh
- Biên độ dao động giảm nên năng lượng của dao động cũng giảm theo

### **3. Dao động duy trì**

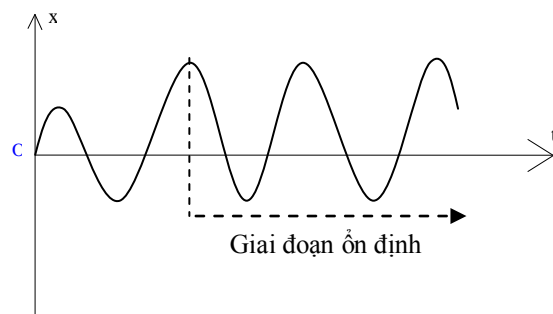
Nếu cung cấp thêm năng lượng cho vật dao động tắt dần (bằng cách tác dụng một ngoại lực cùng chiều với chiều chuyển động của vật dao động trong từng phần của chu kỳ) để bù lại phần năng lượng tiêu hao do ma sát mà không làm thay đổi chu kỳ dao động riêng của nó, khi đó vật dao động mãi mãi với chu kỳ bằng chu kỳ dao động riêng của nó, dao động này gọi là dao động duy trì. Ngoại lực tác dụng lên vật dao động thường được điều khiển bởi chính dao động đó.

### **4. Dao động cưỡng bức:**

a. Khái niệm: Dao động cưỡng bức là dao động mà hệ chịu thêm tác dụng của một ngoại lực biến thiên tuần hoàn có biểu thức  $F = F_0 \sin(\omega t)$ .

b. Đặc điểm

- Ban đầu khi tác dụng ngoại lực thì hệ dao động với tần số dao động riêng  $f_0$  của vật.
- Sau khi dao động của hệ được ổn định (thời gian từ lúc tác dụng lực đến khi hệ có dao động ổn định gọi là giai đoạn chuyển tiếp) thì dao động của hệ là dao động điều hoà có tần số bằng tần số ngoại lực.
- Biên độ dao động của hệ phụ thuộc vào biên độ dao động của ngoại lực (tỉ lệ với biên độ của ngoại lực) và mối quan hệ giữa tần số dao động riêng của vật  $f_0$  và tần số  $f$  dao động của ngoại lực (hay  $|f - f_0|$ ). Đồ thị dao động như hình vẽ:



### **5. Hiện tượng cộng hưởng:**

Nếu tần số ngoại lực ( $f$ ) bằng với tần số riêng ( $f_0$ ) của vật thì biên độ dao động cưỡng bức đạt giá trị cực đại, hiện tượng này gọi là hiện tượng cộng hưởng.

**Ví dụ:** Một người xách một xô nước đi trên đường, mỗi bước đi được 50cm. Chu kỳ dao động riêng của nước trong xô là 1s. Nước trong xô bị sóng sánh mạnh nhất khi người đó đi với tốc độ là bao nhiêu?

**\* Hướng dẫn giải:**

Nước trong xô bị sóng sánh mạnh nhất khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng, khi đó chu kỳ của dao động của người bằng với chu kỳ dao động riêng của nước trong xô  $\Rightarrow T = 1(s)$

$$v = \frac{s}{T} = \frac{0,5}{1} = 0,5(m/s)$$

Khi đó tốc độ đi của người đó là:

### **6. Phân biệt Dao động cưỡng bức và dao động duy trì**

**a. Dao động cưỡng bức với dao động duy trì:**

• Giống nhau:

- Đều xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực.
- Dao động cưỡng bức khi cộng hưởng cũng có tần số bằng tần số riêng của vật.

• Khác nhau:

\* Dao động cưỡng bức

- Ngoại lực là bất kỳ, độc lập với vật
- Sau giai đoạn chuyển tiếp thì dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số  $f$  của ngoại lực
- Biên độ của hệ phụ thuộc vào  $F_0$  và  $|f - f_0|$

\* Dao động duy trì

- Lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó
- Dao động với tần số đúng bằng tần số dao động riêng  $f_0$  của vật
- Biên độ không thay đổi

**b. Cộng hưởng với dao động duy trì:**

• Giống nhau: Cả hai đều được điều chỉnh để tần số ngoại lực bằng với tần số dao động tự do của hệ.

• Khác nhau:

\* Cộng hưởng

- Ngoại lực độc lập bên ngoài.

- Năng lượng hệ nhận được trong mỗi chu kì dao động do công ngoại lực truyền cho lớn hơn năng lượng mà hệ tiêu hao do ma sát trong chu kì đó.

\* Dao động duy trì

- Ngoại lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó.

- Năng lượng hệ nhận được trong mỗi chu kì dao động do công ngoại lực truyền cho đúng bằng năng lượng mà hệ tiêu hao do ma sát trong chu kì đó.

## 7. Nâng cao: Các công thức tính toán trong dao động tắt dần

### a. Định lý động năng :

Độ biến thiên năng lượng của vật trong quá trình chuyển động từ (1) đến (2) bằng công của quá trình đó.

$W_2 - W_1 = A$ , với  $A$  là công.

$W_2 > W_1$  thì  $A > 0$ , (quá trình chuyển động sinh công)

$W_2 < W_1$  thì  $A < 0$ , ( $A$  là công cản)

### b. Một con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ $A$ , hệ số ma sát $\mu$ .

\* Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là:  $S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g}$

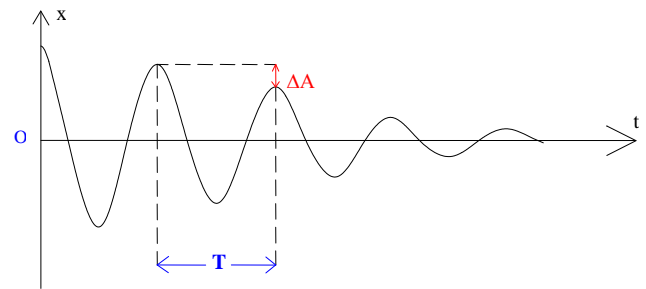
\* Độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ là:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4\mu g}{\omega^2}$

\* Số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}$

\* Thời gian vật dao động đến lúc dừng lại:

$$\Delta t = N.T = \frac{AkT}{4\mu mg} = \frac{\pi\omega A}{2\mu g} \quad (\text{Nếu coi dao động tắt dần}$$

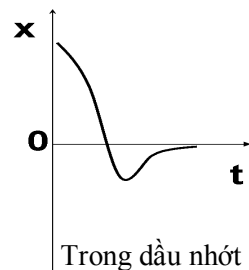
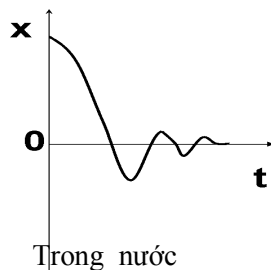
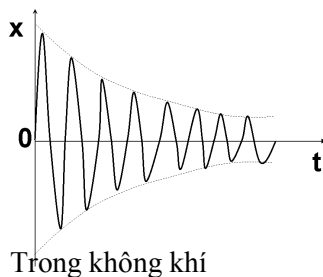
có tính tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ )



### c. Đặc điểm:

- Cơ năng của vật giảm dần chuyển hóa thành nhiệt.

- Tùy theo lực cản của môi trường lớn hay nhỏ mà dao động tắt dần xảy ra nhanh hay chậm.



### d. Tác dụng

- Dao động tắt dần có lợi: Bộ phận giảm sóc trên xe ô tô, xe máy... kiểm tra, thay dầu nhớt.

- Dao động tắt dần có hại: Dao động ở quả lắc đồng hồ, phải lên dây cót hoặc thay pin.

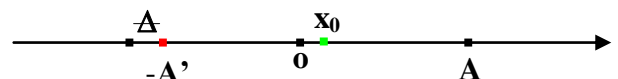
### e. các công thức của dao động tắt dần:

#### e. TÓM TẮT CÔNG THỨC:

1- Công thức tính độ giảm biên độ sau mỗi chu kì

Xét nửa chu kỳ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}kA^2 &= \frac{1}{2}kA'^2 + \mu mg(A + A') \\ \rightarrow k(A^2 - A'^2) &= 2\mu mg(A + A') \\ \rightarrow \Delta A' &= \frac{2\mu mg}{k} \end{aligned}$$



Vậy trong một chu kỳ độ giảm biên độ:

$$\Delta A = 2\Delta A' = \frac{4\mu mg}{k}$$

biên độ dao động giảm đều sau mỗi chu kỳ.:

$$\Delta A = \frac{4\mu g}{\omega^2}$$

2- Số dao động vật thực hiện cho tới khi dừng:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{A\omega^2}{4\mu g}$ , Hay

$$N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg}$$

3- Thời gian dao động cho tới khi dừng lại:

$$t = N.T = \frac{A\omega^2}{4\mu g} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi\omega A}{2\mu g} (s)$$

4- Cho độ giảm biên độ sau mỗi chu kì là  $\Delta A$  (%)

$\Rightarrow$  Độ giảm năng lượng mỗi chu kì:

$$\Delta E = 1 - (1 - \Delta A\%)^2$$

5- Tính quãng đường vật đi được cho tới lúc dừng:

**PP:** Cơ năng ban đầu  $W_0 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$  (J)

Dao động tắt dần là do cơ năng biến thành công lực ma sát :  $A_{ms} = F_{ms}$ ;  $S = N \cdot \mu \cdot S = \mu mg \cdot S$

Đến khi vật dừng lại thì toàn bộ  $W_0$  biến thành  $A_{ms} W_0 = A_{ms} \Rightarrow$

$$S = \frac{W_0}{\mu mg} = \frac{\frac{1}{2}\omega^2 A^2}{\mu g} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\mu mg} (m)$$

6-Vật dao động với vận tốc cực đại trong nửa chu kỳ đầu tiên khi qua vị trí  $x_0$ .

Mặt khác để đạt vận tốc lớn nhất khi hợp lực : phục hồi và lực cản phải cân bằng nhau:

$$\rightarrow kx_0 = \mu mg \rightarrow x_0 = \frac{\mu mg}{k}$$

7-Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng khi vật đạt vận tốc cực đại lần đầu tiên:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 + \mu mg(A - x_0)$$

$$\rightarrow mv_0^2 = k(A^2 - x_0^2) - 2\mu mg(A - x_0)$$

$$\text{Mặt khác } x_0 = \frac{\mu mg}{k} \rightarrow \mu mg = kx_0 \rightarrow mv^2 = k(A^2 - x_0^2) - 2kx_0(A - x_0)$$

$$\rightarrow v = \omega(A - x_0)$$

### g.Các ví dụ:

#### Ví dụ 1: Bài toán tổng quát:

Một CLLX đặt trên mặt phẳng ngang, hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng là  $\mu$ . Ban đầu kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng (Lò xo không biến dạng) một đoạn  $A_0$  rồi buông nhẹ. Tính quãng đường vật đi được từ lúc thả vật đến lúc dừng lại.

#### Bài giải:

Gọi  $x_0$  là vị trí tại đó lực đàn hồi có độ lớn bằng lực ma sát trượt, ta có:  $kx_0 = \mu mg \Rightarrow$

$$x_0 = \frac{\mu mg}{k}$$

Gọi  $\Delta A$  là độ giảm biên độ trong 1/2 chu kì (mỗi khi qua VTCB), ta chứng minh được:

$$\Delta A = \frac{2\mu mg}{k} = 2x_0$$

Vật chỉ có thể dừng lại trong đoạn từ  $-x_0$  đến  $x_0$ . Ta chứng minh rằng nếu vật dừng lại tại vị trí có tọa độ là  $x$  thì

$$\text{đường đi tổng cộng là: } s = \frac{A_0^2 - x^2}{\Delta A}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2}k(A_0^2 - x^2) = \mu mgs \Rightarrow s = \frac{k(A_0^2 - x^2)}{2\mu mg} \text{ ĐPCM}$$

Xét tỉ số  $\frac{A_0}{\Delta A} = n + q$  ( $q < 1$ ). Ta có các trường hợp sau:

1.  $q = 0$  ( $A_0$  chia hết cho  $\Delta A$ ): vật chắc chắn dừng lại ở VTCB (các bội tự CM), khi đó

$$s = \frac{A_0^2}{\Delta A}$$

2.  $q = 0,5$  ( $A_0$  là số bán nguyên lần  $\Delta A$ ): vật dừng lại ở vị trí có  $|x| = x_0$ . Khi đó:

$$s = \frac{A_0^2 - x_0^2}{\Delta A}$$

3.  $0,5 < q < 1$ : Lúc này biên độ cuối cùng trước khi dừng của vật là  $A_n = q \cdot \Delta A = x_0 + r \Delta A$  ( $r = q - 0,5$ ). Vật sẽ dừng trước khi qua VTCB. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}k(A_n^2 - x^2) &= \mu mg(A_n - x) \Rightarrow A_n + x = 2x_0 \\ \Rightarrow x_0 + r \Delta A + x &= 2x_0 \Rightarrow x = x_0 - r \Delta A = (1 - 2r)x_0. \quad x = \Delta A(1 - q) \\ \Rightarrow s &= \frac{A_0^2 - x^2}{\Delta A} \text{ với } x \text{ tính được theo công thức trên} \end{aligned}$$

4.  $0 < q < 0,5$ : Trước đó  $\frac{1}{2}$  chu kì, biên độ của vật là:  $A_n = \Delta A + p$ . Vật dừng lại sau khi qua VTCB 1 đoạn x.

Ta có:  $\frac{1}{2}k(A_n^2 - x^2) = \mu mg(A_n + x) \Rightarrow A_n - x = \Delta A \Rightarrow x = p$ , Vậy

$$S = (A_0^2 - p^2) / \Delta A$$

**Ví dụ 2:** Con lắc lò xo nằm ngang có  $\frac{k}{m} = 100(s^{-2})$ , hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và cùng bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi VTCB 1 đoạn  $A_0$  rồi buông. Cho  $g = 10m/s^2$ . Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được trong các trường hợp sau:

1.  $A_0 = 12cm$
2.  $A_0 = 13cm$
3.  $A_0 = 13,2cm$
4.  $A_0 = 12,2cm$

Áp dụng cụ thể cho bài toán trên:

$$\Delta A = 2cm; x_0 = 1cm$$

1.  $A_0 = 12cm$ , chia hết cho  $\Delta A$  nên  $s = \frac{12^2}{2} = 72cm$

2.  $A_0 = 13cm$ , chia cho  $\Delta A$  ra số bán nguyên, vật dừng cách VTCB 1 đoạn  $x_0$  nên

$$s = \frac{13^2 - 1^2}{2} = 84cm$$

3.  $A_0 = 13,2cm$ :  $\frac{A_0}{\Delta A} = 6,6$ . Biên độ cuối cùng là  $A_n = 0,6 \cdot \Delta A = 1,2cm$ . Vật dừng lại trước khi qua VTCB

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}k(A_n^2 - x^2) &= \mu mg(A_n - x) \Rightarrow A_n + x = \Delta A \Rightarrow x = 2 - 1,2 = 0,8cm \\ s &= \frac{13,2^2 - 0,8^2}{2} = 86,8cm \end{aligned}$$

4.  $A_0 = 12,2cm$ . Biên độ cuối cùng là  $A_{n-1} = 2,2cm \Rightarrow$  vật dừng cách VTCB một đoạn  $x = 0,2cm$

$$s = \frac{12,2^2 - 0,2^2}{2} = 74,4cm$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo có  $k=100N/m$ , có  $m=100g$  dao động với biên độ ban đầu là  $A=10cm$ . Trong quá trình dao động vật chịu một lực cản không đổi, sau 20s vật dừng lại, (lấy  $\pi^2=10$ ). Lực cản có độ lớn là?

**Lời giải:**  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{100}} = 0,2s$

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ:  $\Delta A = 2\Delta A' = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4F}{k}$  (1)

Và  $t = TN = T \frac{A}{\Delta A}$  (2)

Từ (1) và (2):  $\Rightarrow F = \frac{T \cdot A \cdot k}{4t} = \frac{0,2 \cdot 0,1 \cdot 100}{4 \cdot 20} = 0,025N$

**Ví dụ 4:** Gắn một vật có khối lượng  $m = 200g$  vào lò xo có độ cứng  $K = 80N/m$ . Một đầu lò xo được giữ cố định. Kéo m khỏi VTCB một đoạn 10cm dọc theo trục của lò xo rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa m và mặt nằm ngang là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10m/s^2$ .

- a) Tìm chiều dài quãng đường mà vật đi được cho đến khi dừng lại.
- b) Chứng minh rằng độ giảm biên độ dao động sau mỗi một chu kì là một số không đổi.
- c) Tìm thời gian dao động của vật.



**Lời giải**

a) Khi có ma sát, vật dao động tắt dần cho đến khi dừng lại. Cơ năng bị triệt tiêu bởi công của lực ma sát.

Ta có:  $\frac{1}{2}kA^2 = F_{ms}.s = \mu.mg.s \Rightarrow s = \frac{k.A^2}{2\mu.mg} = \frac{80.0,1^2}{2.0,1.0,2.10} = 2m$

b) Giả sử tại thời điểm vật đang ở vị trí có biên độ  $A_1$ . Sau nửa chu kỳ, vật đến vị trí có biên độ  $A_2$ . Sự giảm biên độ là do công của lực ma sát trên đoạn đường  $(A_1 + A_2)$  đã làm giảm cơ năng của vật.

Ta có:  $\frac{1}{2}kA_1^2 - \frac{1}{2}kA_2^2 = \mu.mg(A_1 + A_2) \Rightarrow A_1 - A_2 = \frac{2\mu.mg}{k}$

Lập luận tương tự, khi vật đi từ vị trí biên độ  $A_2$  đến vị trí có biên độ  $A_3$ , tức là nửa chu kỳ tiếp theo thì:

$\Rightarrow A_2 - A_3 = \frac{2\mu.mg}{k}$

Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kỳ là:  $\Delta A = (A_1 - A_2) + (A_2 - A_3) = \frac{4\mu.mg}{k} = \text{Const.} \quad (\text{Đpcm})$

c) Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kỳ là:  $\Delta A = 0,01m = 1cm$

Số chu kỳ thực hiện là:  $n = \frac{A}{\Delta A} = 10$  chu kỳ. Vậy thời gian dao động là:  $t = n.T = 3,14 (s)$

**Ví dụ 5:** Cho cơ hệ gồm 1 lò xo nằm ngang 1 đầu cố định gắn vào tường, đầu còn lại gắn vào 1 vật có khối lượng  $M=1,8kg$ , lò xo nhẹ có độ cứng  $k=100N/m$ . Một vật khối lượng  $m=200g$  chuyển động với vận tốc  $v=5m/s$  đến va vào M (ban đầu đứng yên) theo hướng trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa M và mặt phẳng ngang là  $\mu=0,2$ . Xác định tốc độ cực đại của M sau khi lò xo bị nén cực đại, coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi xuyên tâm.

**Giải:** Gọi  $v_0$  và  $v'$  là vận tốc của M và m sau va chạm.; chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của m

$Mv_0 + mv' = mv \quad (1)$

$\frac{Mv_0^2}{2} + \frac{mv'^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có  $v_0 = v/5 = 1m/s$ ,  $v' = -4m/s$ . Sau va chạm vật m chuyển động ngược trở lại, Còn vật M dao động tắt dần. Độ nén lớn nhất  $A_0$  được xác định theo công thức:

$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{kA_0^2}{2} + \mu MgA_0 \Rightarrow A_0 = 0,1029m = 10,3 cm$

Sau khi lò xo bị nén cực đại tốc độ cực đại vật đạt được khi  $F_{hl} = 0$  hay  $a = 0$ , lò xo bị nén  $x$ :  $kx = \mu Mg$

$\Rightarrow x = \frac{\mu Mg}{k} = \frac{3,6}{100} = 3,6 cm$

Khi đó:  $\frac{kA_0^2}{2} = \frac{Mv_{\max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \mu Mg(A_0 - x) \Rightarrow \frac{Mv_{\max}^2}{2} = \frac{k(A_0^2 - x^2)}{2} - \mu Mg(A_0 - x)$

Do đó  $v_{\max}^2 = \frac{k(A_0^2 - x^2)}{M} - 2\mu g(A_0 - x) = 0,2494 \Rightarrow v_{\max} = 0,4994 m/s = 0,5 m/s$

**Ví dụ 6:** Con lắc lò xo dao động trên mặt phẳng nằm ngang, khối lượng  $m=100g$ ,  $k=10N/m$  hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $0,1$ . kéo vật đến vị trí lò xo dãn  $10cm$ , thả không vận tốc đầu. tổng quãng đường đi được trong 3 chu kỳ đầu tiên?

Độ giảm biên độ sau 1 chu kỳ:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = 4(cm)$ .

Vậy, sau 3 chu kỳ, vật tắt hẳn. Vậy, quãng đường đi được:  $s = \frac{W_c}{F_{ms}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\mu mg} = 0,5(m)$

**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo dao động trên mặt phẳng nằm ngang, khối lượng  $m=100g$ ,  $k=10N/m$  hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $0,1$ . kéo vật đến vị trí lò xo dãn  $10cm$ , thả không vận tốc đầu. Vị trí vật có động năng bằng thế năng lần đầu tiên là.

$\Leftrightarrow 2W_t = W_c - A_{ms} \quad W_d = W_t \Leftrightarrow W_c - W - A_{ms} = W_t$   
 $\Leftrightarrow x = 0,06588(m) = 6,588cm$       Vậy, lúc đó lò xo dãn  $3,412 (cm)$

**Ví dụ 8:** Một con lắc lò xo ngang,  $k = 100\text{N/m}$ ,  $m = 0,4\text{kg}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ , hệ số ma sát giữa quả nặng và mặt tiếp xúc là  $\mu = 0,01$ . Kéo vật khỏi VTCB 4cm rồi thả không vận tốc đầu.

a) Tính độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ

b) Số dao động và thời gian mà vật thực hiện cho tới lúc dừng?

$$\text{ĐS: a) } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\pi (\text{rad/s}); \Delta A = \frac{A\mu g}{\omega^2} = \frac{4,0,01,10}{(5\pi)^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} (\text{m}) = 0,16 (\text{cm})$$

$$\text{b) } N = 25 \text{ dao động; } t = 25 \cdot \frac{2\pi}{5\pi} = 10 (\text{s})$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo dao động tắt dần. Cứ sau mỗi chu kỳ, biên độ của nó giảm 0,5%. Hỏi năng lượng dao động của con lắc bị mất đi sau mỗi dao động toàn phần là bao nhiêu % ?

**ĐS:** Ta có:  $\frac{A - A'}{A} = 1 - \frac{A'}{A} = 0,005 \Rightarrow \frac{A'}{A} = 0,995$ .  $\frac{W'}{W} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 = 0,995^2 = 0,99 = 99\%$ , do đó phần năng lượng của con lắc mất đi sau mỗi dao động toàn phần là 1%.

**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo ngang có  $k = 100\text{N/m}$  dao động trên mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,02$ . Kéo vật lệch khỏi VTCB đoạn 10cm rồi buông tay cho vật dao động

a) Quãng đường vật đi được đến khi dừng hẳn.

**ĐS: a) 25m**

b) Để vật đi được 100m thì dừng ta phải thay đổi hệ số ma sát  $\mu$  bằng bao nhiêu? **ĐS: b) 0,005**

**Ví dụ 11:** Một con lắc dao động tắt dần chậm, cứ sau mỗi chu kỳ biên độ giảm 3%. Phần năng lượng của con lắc bị mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu?

\* Hướng dẫn giải:

Gọi  $A_0$  là biên độ dao động ban đầu của vật. Sau mỗi chu kỳ biên độ của nó giảm 3% nên biên độ còn lại là  $A = 0,97A_0$ . Khi đó năng lượng của vật giảm một lượng là:

$$\Delta W = \frac{\frac{1}{2}kA_0^2 - \frac{1}{2}k(0,97A_0)^2}{\frac{1}{2}kA_0^2} = 1 - 0,97^2 = 0,06 = 6\%$$

**Ví dụ 12:** Một lò xo nhẹ độ cứng  $k = 300\text{N/m}$ , một đầu cố định, đầu kia gắn quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 0,15\text{kg}$ . Quả cầu có thể trượt trên dây kim loại căng ngang trùng với trục lò xo và xuyên tâm quả cầu. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng 2 cm rồi thả cho quả cầu dao động. Do ma sát quả cầu dao động tắt dần chậm. Sau 200 dao động thì quả cầu dừng lại. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a. Độ giảm biên độ trong mỗi dao động tính bằng công thức nào.

b. Tính hệ số ma sát  $\mu$ .

\* Hướng dẫn giải:

$$\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} \quad \Delta A =$$

a. Độ giảm biên độ trong mỗi chu kỳ dao động là:

$$N = \frac{kA_0}{4F} = \frac{kA_0}{4\mu mg}$$

b. Sau 200 dao động thì vật dừng lại nên ta có  $N = 200$ . Áp dụng công thức:

$$200 = \frac{300,0,02}{4 \cdot \mu \cdot 0,15 \cdot 10} \Rightarrow \mu = 0,005$$

, với  $k = 300$  và  $A_0 = 2\text{cm}$ ,  $m = 0,15\text{kg}$ ,  $g = 10(\text{m/s}^2)$  ta được:

## **h.BÀI TẬP LUYỆN TẬP**

**Câu 1:** Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần. Người ta đo được độ giảm tương đối của biên độ trong 3 chu kỳ đầu tiên là 10%. Độ giảm tương ứng của thế năng là bao nhiêu?

**Câu 2:** Một con lắc đơn có độ dài 0,3m được treo vào trần của một toa xe lửa. Con lắc bị kích động mỗi khi bánh xe của toa xe gặp chỗ nối nhau của các đoạn đường ray. Khi con tàu chạy thẳng đều với tốc độ là bao nhiêu thì biên độ của con lắc lớn nhất. Cho biết khoảng cách giữa hai mối nối là 12,5m. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

**Câu 3:** Một người đi bộ với bước đi dài  $\Delta s = 0,6\text{m}$ . Nếu người đó xách một xô nước mà nước trong xô dao động với tần số  $f = 2\text{Hz}$ . Người đó đi với vận tốc bao nhiêu thì nước trong xô sóng sánh mạnh nhất ?

**Câu 4:** Một vật khối lượng  $m = 100\text{g}$  gắn với một lò xo có độ cứng  $100\text{ N/m}$ , dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu  $10\text{cm}$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ . Vật dao động tắt dần với chu kì không đổi.

a. Tìm tổng chiều dài quãng đường  $s$  mà vật đi được cho tới lúc dừng lại.

b. Tìm thời gian từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại.

**Câu 5:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có hệ số đàn hồi  $k = 60(\text{N/m})$  và quả cầu có khối lượng  $m = 60(\text{g})$ , dao động trong một chất lỏng với biên độ ban đầu  $A = 12\text{cm}$ . Trong quá trình dao động con lắc luôn chịu tác dụng của một lực cản có độ lớn không đổi  $F_c$ . Xác định độ lớn của lực cản đó. Biết khoảng thời gian từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là  $\Delta t = 120(\text{s})$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ .

**Câu 6:** Gắn một vật có khối lượng  $m = 200\text{g}$  vào lò xo có độ cứng  $K = 80\text{N/m}$ . Một đầu lò xo được giữ cố định. Kéo m khỏi VTCB một đoạn  $10\text{cm}$  dọc theo trục của lò xo rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa m và mặt nằm ngang là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tìm chiều dài quãng đường mà vật đi được cho đến khi dừng lại.

b) Chứng minh rằng độ giảm biên độ dao động sau mỗi một chu kì là một số không đổi.

c) Tìm thời gian dao động của vật.

### Lời giải:

a) Khi có ma sát, vật dao động tắt dần cho đến khi dừng lại. Cơ năng bị triệt tiêu bởi công lực ma sát.

Ta có: 
$$\frac{1}{2}kA^2 = F_{ms} \cdot s = \mu \cdot mg \cdot s \Rightarrow s = \frac{k \cdot A^2}{2\mu \cdot mg} = \frac{80 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10} = 2\text{m}$$

b) Giả sử tại thời điểm vật đang ở vị trí có biên độ  $A_1$ . Sau nửa chu kì, vật đến vị trí có biên độ  $A_2$ . Sự giảm biên độ là do công của lực ma sát trên đoạn đường  $(A_1 + A_2)$  đã làm giảm cơ năng của vật.

Ta có: 
$$\frac{1}{2}kA_1^2 - \frac{1}{2}kA_2^2 = \mu \cdot mg(A_1 + A_2) \Rightarrow A_1 - A_2 = \frac{2\mu \cdot mg}{k}$$

Lập luận tương tự, khi vật đi từ vị trí biên độ  $A_2$  đến vị trí có biên độ  $A_3$ , tức là nửa chu kì tiếp theo thì:

$$\Rightarrow A_2 - A_3 = \frac{2\mu \cdot mg}{k}$$

Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kì là: 
$$\Delta A = (A_1 - A_2) + (A_2 - A_3) = \frac{4\mu \cdot mg}{k} = \text{Const.} \quad (\text{Đpcm})$$

c) Độ giảm biên độ sau mỗi một chu kì là:  $\Delta A = 0,01\text{m} = 1\text{cm}$

Số chu kì thực hiện là: 
$$n = \frac{A}{\Delta A} = 10 \quad \text{chu kì.}$$

Vậy thời gian dao động là: 
$$t = n \cdot T = 3,14 \text{ (s)}$$

**Câu 7:** (Đề thi ĐH – 2010) Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng  $0,02\text{kg}$  và lò xo có độ cứng  $1\text{N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt của giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén  $10\text{ cm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

A.  $40\sqrt{3}\text{ cm/s}$       B.  $20\sqrt{6}\text{ cm/s}$       C.  $10\sqrt{30}\text{ cm/s}$       D.  $40\sqrt{2}\text{ cm/s}$

### Giải:

**Cách 1:** Vị trí của vật có vận tốc cực đại: 
$$x_0 = \frac{\mu \cdot mg}{k} = 0,02 \text{ (m)}$$

- Vận tốc cực đại khi dao động đạt được tại vị trí  $x_0$ : 
$$v = (A - x_0) \sqrt{\frac{k}{m}} = v_{\max} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow \text{đáp án D.}$$

**Cách 2:** Nguyên tắc chung: Dùng định luật bảo toàn năng lượng:

-Vật đạt vận tốc cực đại khi vật ở vị trí: **Lực hồi phục = Lực ma sát.**

( ở vị trí biên thì lực hồi phục lớn nhất, nên vật càng về gần VTCB thì lực hồi phục giảm, lực ma sát không đổi -> Đến một vị trí  $x = x_0$  thì: Lực hồi phục = Lực ma sát )

Vậy Khi vật đạt vận tốc cực đại  $\Leftrightarrow$  Lực hồi phục = Lực ma sát  $\Leftrightarrow \mu \cdot m \cdot g = k \cdot x \Leftrightarrow x = \mu \cdot m \cdot g / k$

Thế số  $x = 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10 / 1 = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$ . Quãng đường đi được là  $(A - x)$ .

Dùng bảo toàn năng lượng:  $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot (A-x)$ .

$$\Rightarrow v^2 = \frac{k}{m}A^2 - \frac{k}{m}x^2 - \mu \cdot 2 \cdot g \cdot (A-x) \quad \text{Thế số: } v^2 = \frac{1}{0,02}10^2 - \frac{1}{0,02}2^2 - 0,1 \cdot 2 \cdot 1000(10-2)$$

$$v^2 = 5000 - 200 - 1600 = 3200. \quad \text{Suy ra: } v = 40\sqrt{2} \text{ (cm/s)} > 10\sqrt{30} \text{ cm/s.}$$

**Cách 3:** Vì cơ năng của con lắc giảm dần nên vận tốc của vật sẽ có giá trị lớn nhất tại vị trí nằm trong đoạn đường từ lúc thả vật đến lúc vật qua VTCB lần thứ nhất ( $0 \leq x \leq A$ ):

Tính từ lúc thả vật (cơ năng  $\frac{1}{2}kA^2$ ) đến vị trí bất kỳ có li độ  $x$  ( $0 \leq x \leq A$ ) và có vận tốc  $v$

(cơ năng  $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ ) thì quãng đường đi được là  $(A - x)$ .

Độ giảm cơ năng của con lắc là  $|A_{ms}|$ , ta có:  $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot (A-x)$ .

$$\Rightarrow mv^2 = -kx^2 + 2\mu mgx + kA^2 - 2\mu mgA$$

Xét hàm số:  $y = mv^2 = f(x) = -kx^2 + 2\mu mgx + kA^2 - 2\mu mgA$  (\*)

Dễ thấy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có dạng là parabol, bề lõm quay xuống dưới ( $a = -k < 0$ ),

như vậy  $y = mv^2$  có giá trị cực đại tại vị trí  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{\mu mg}{k} = 0,02m$

Thay  $x = 0,02$  (m) vào (\*) ta tính được  $v_{\max} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow \text{đáp án D.}$

**Câu 8:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang, lò xo có độ cứng  $10(N/m)$ , vật nặng có khối lượng  $m = 100(g)$ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,2$ . Lấy  $g = 10(m/s^2)$ ;  $\pi = 3,14$ . Ban đầu vật nặng được thả nhẹ tại vị trí lò xo dãn  $6(cm)$ . Tốc độ trung bình của vật nặng trong thời gian kể từ thời điểm thả đến thời điểm vật qua vị trí lò xo không bị biến dạng lần đầu tiên là :

- A) 22,93(cm/s)      B) 25,48(cm/s)      C) 38,22(cm/s)      D) 28,66(cm/s)

**Giải:** Chọn  $Ox \equiv$  trục lò xo,  $O \equiv$  vị trí của vật khi lò xo không biến dạng, chiều dương là chiều dãn của lò xo. - Khi vật chuyển động theo chiều âm:  $-kx + \mu mg = ma = m\ddot{x}$

$$-k\left(x - \frac{\mu mg}{k}\right) = m\left(\ddot{x} - \frac{\mu mg}{k}\right) \quad \frac{\mu mg}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$x - 2 = a \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = -a \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Lúc } t_0 = 0 \rightarrow x_0 = 6 \text{ cm} \Rightarrow 4 = a \cos \varphi$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow 0 = -10a \sin \varphi \Rightarrow \varphi = 0; a = 4 \text{ cm} \Rightarrow x - 2 = 4 \cos 10t \text{ (cm)}$$

$$\text{Khi lò xo không biến dạng} \rightarrow x = 0 \Rightarrow \cos 10t = -1/2 = \cos 2\pi/3 \Rightarrow t = \pi/15 \text{ s. } v_{tb} = \frac{6}{\pi/15} = \frac{90}{3,14} \approx 28,66 \text{ cm/s}$$

**Câu 9 :** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 100N/m$ , vật có khối lượng  $m = 400g$ , hệ số ma sát giữa vật và giá đỡ là  $\mu = 0,1$ . Từ vị trí cân bằng vật đang nằm yên và lò xo không biến dạng người ta truyền cho vật vận tốc  $v = 100cm/s$  theo chiều làm cho lò xo giảm độ dài và dao động tắt dần. Biên độ dao động cực đại của vật là bao nhiêu?

- A. 5,94cm      B. 6,32cm      C. 4,83cm      D. 5,12cm

**Giải:** Gọi  $A$  là biên độ dao động cực đại là  $A$ . ta có  $\frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} + \mu mgA$ .

$$50A^2 + 0,4A - 0,2 = 0 \Rightarrow A = 0,05937 \text{ m} = 5,94 \text{ cm}$$

**Câu 10.** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 10N/m$ , khối lượng vật nặng  $m = 100g$ , dao động trên mặt phẳng ngang, được thả nhẹ từ vị trí lò xo giãn  $6cm$  so với vị trí cân bằng. Hệ số ma sát trượt giữa con lắc và mặt bàn bằng  $\mu = 0,2$ . Thời gian chuyển động thẳng của vật  $m$  từ lúc ban đầu đến vị trí lò xo không biến dạng là:

- A.  $\frac{\pi}{25\sqrt{5}}$  (s)..      B.  $\frac{\pi}{20}$  (s).      C.  $\frac{\pi}{15}$  (s).      D.  $\frac{\pi}{30}$  (s).

**Giải:** Vị trí cân bằng của con lắc lò xo cách vị trí lò xo không biến dạng  $x$ ;

$$kx = \mu mg \Rightarrow x = \mu mg/k = 2 \text{ (cm)}. \quad \text{Chu kì dao động } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,2\pi \text{ (s)}$$

Thời gia chuyển động thẳng của vật  $m$  từ lúc ban đầu đến vị trí lò xo không biến dạng là:

$$t = T/4 + T/12 = \frac{\pi}{15} \text{ (s)} \quad (\text{vật chuyển động từ biên A đến li độ } x = -A/2). \text{ Chọn C}$$

**Câu 11:** Con lắc lò xo đặt nằm ngang, ban đầu là xo chưa bị biến dạng, vật có khối lượng  $m_1 = 0,5\text{kg}$  lò xo có độ cứng  $k = 20\text{N/m}$ . Một vật có khối lượng  $m_2 = 0,5\text{kg}$  chuyển động dọc theo trục của lò xo với tốc độ  $0,4\sqrt{10}\text{m/s}$  đến va chạm mềm với vật  $m_1$ , sau va chạm lò xo bị nén lại. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là  $0,1$  lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tốc độ cực đại của vật sau lần nén thứ nhất là

- A.  $0,2\sqrt{10}\text{m/s}$ .      B.  $10\sqrt{5}\text{cm/s}$ .      C.  $10\sqrt{3}\text{cm/s}$ .      D.  $30\text{cm/s}$ .

**Giải:**

-Sau khi va chạm mềm vận tốc của hệ vật tại VTCB tuân theo định luật bảo toàn động lượng:  $m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_0$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{m_2 \cdot v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{0,5 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{10}}{(0,5 + 0,5)} = 0,2\sqrt{10}\text{m/s} = 20\sqrt{10}\text{cm/s} \text{ (tại VTCB)}$$

(đặt  $m = m_1 + m_2 = 0,5 + 0,5 = 1\text{kg}$ )

-Chọn gốc tọa độ tại VTCB lò xo không biến dạng. Ox có chiều dương từ trái sang phải.

-Dùng định luật bảo toàn năng lượng:

-Với A là quãng đường (Biên độ ban đầu) hệ vật đi được từ lúc va chạm đến lúc lò xo bị nén cực đại lần đầu tiên:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} k A^2 + \mu m g \cdot A \quad (1).$$

**-Với đơn vị vận tốc là (cm/s) và đơn vị A là (cm):**

$$\text{Thế số: } \frac{1}{2} (20\sqrt{10})^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot A^2 + 0,1 \cdot 1000 \cdot A$$

$$\Leftrightarrow 2000 = 10A^2 + 100A \quad (1') \Rightarrow \text{Lấy nghiệm dương } A = 10\text{cm}.$$

-Ta xét phía  $x > 0$ . Sau lần nén thứ nhất ta có nhận xét:

**-Tại vị trí biên lực hồi phục lớn nhất -> càng về gần VTCB thì lực hồi phục giảm, lực ma sát không đổi -> Đến một vị trí  $x = x_0$  thì: Độ lớn Lực hồi phục = Độ lớn Lực ma sát)**

**=> Vật đạt vận tốc cực đại khi vật ở vị trí (sau lần nén thứ nhất):**

**Độ lớn Lực hồi phục = Độ lớn Lực ma sát.**

$$\Leftrightarrow \mu \cdot m \cdot g = k \cdot x_0 \Leftrightarrow x_0 = \mu \cdot m \cdot g / k$$

Thế số  $x_0 = 0,1 \cdot 1 \cdot 10 / 20 = 0,05\text{m}$ . Ta có quãng đường đi được là  $(A - x_0)$ .

$$\text{-Dùng bảo toàn năng lượng: } \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot (A - x). \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} A^2 - \frac{k}{m} x^2 - \mu \cdot 2 \cdot g \cdot (A - x)$$

**-Với đơn vị vận tốc là (cm/s) và đơn vị A là (cm):**

$$\text{Thế số: } v^2 = \frac{20}{1} 10^2 - \frac{20}{1} 5^2 - 0,1 \cdot 2 \cdot 1000 (10 - 5)$$

$$v^2 = 2000 - 500 - 1000 = 500. \text{ Suy ra: } v = 10\sqrt{5} \text{ (cm/s)} \quad \text{Đáp án B}$$

**Chú ý: Để tránh nhầm lẫn về các giá trị ta dùng hệ đơn vị SI:**

$$\text{Dùng định luật bảo toàn năng lượng: } \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} k A^2 + \mu m g \cdot A \quad (1).$$

$$\text{Thế số: } \frac{1}{2} (0,2\sqrt{10})^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot A^2 + 0,1 \cdot 10 \cdot A \Leftrightarrow 0,2 = 10 \cdot A^2 + A \quad (1') \Rightarrow A = 0,1\text{m}$$

**Như trên ta có: Vật đạt vận tốc cực đại khi vật ở vị trí (sau lần nén thứ nhất):**

**Độ lớn Lực hồi phục = Độ lớn Lực ma sát.**

$$\Leftrightarrow \mu \cdot m \cdot g = k \cdot x_0 \Leftrightarrow x_0 = \mu \cdot m \cdot g / k, \quad \text{Thế số } x_0 = 0,1 \cdot 1 \cdot 10 / 20 = 0,05\text{m}$$

-Ta có quãng đường đi được là  $(A - x_0)$ .

$$\text{-Dùng DL bảo toàn năng lượng: } \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot (A - x).$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} A^2 - \frac{k}{m} x^2 - \mu \cdot 2 \cdot g \cdot (A - x)$$

$$\text{Thế số: } v^2 = \frac{20}{1} 0,1^2 - \frac{20}{1} (5 \cdot 10^{-2})^2 - 0,1 \cdot 2 \cdot 10 (0,1 - 0,05) = 0,2 - 0,05 - 0,1 = 0,05$$

$$\text{Suy ra: } v = \frac{\sqrt{5}}{10} \text{ m/s} \quad \text{Hay: } v = 10\sqrt{5} \text{ (cm/s)}. \quad \text{Đáp án B}$$



**Câu 12:** một con lắc lò xo dao động tắt dần trên mặt phẳng nằm ngang với các thông số như sau:  $m=0,1\text{Kg}$ ,  $v_{\max}=1\text{m/s}$ ,  $\mu=0,05$ . tính độ lớn vận tốc của vật khi vật đi được 10cm.

A: 0,95cm/s      B: 0,3cm/s      **C: 0,95m/s**      D: 0,3m/s

**Giải:** Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + A_{F_{ms}} = \frac{mv^2}{2} + \mu mgS \Rightarrow v^2 = v_{\max}^2 - 2\mu gS$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_{\max}^2 - 2\mu gS} = \sqrt{1 - 2 \cdot 0,05 \cdot 9,8 \cdot 0,1} = \sqrt{0,902} = 0,9497 \text{ m/s} \quad v \approx 0,95 \text{ m/s. Chọn C}$$

**Câu 13:** Một lò xo nằm ngang,  $k=40\text{N/m}$ , chiều dài tự nhiên  $=50\text{cm}$ , đầu B cố định, đầu O gắn vật có  $m=0,5\text{kg}$ . Vật dao động trên mặt phẳng nằm ngang hệ số ma sát  $=0,1$ . Ban đầu vật ở vị trí lò xo có độ dài tự nhiên kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 5cm và thả tự do, chọn câu đúng:

A. điểm dừng lại cuối cùng của vật là O.

B. khoảng cách ngắn nhất của vật và B là 45cm.

**C. điểm dừng cuối cùng cách O xa nhất là 1,25cm.**

D. khoảng cách giữa vật và B biến thiên tuần hoàn và tăng dần

Có thể dễ dàng loại bỏ các đáp án ABD.

**Giải:** C đúng vì vật dừng lại ở bất kì vị trí nào thỏa mãn lực đàn hồi không thắng nổi lực ma sát

$$kx \leq \mu mg \Rightarrow x \leq \frac{\mu mg}{k} = x_{\max} = 1,25 \text{ cm}$$

**Câu 14:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm 1 vật có khối lượng  $m=100(\text{g})$  gắn vào 1 lò xo có độ cứng  $k=10(\text{N/m})$ . Hệ số ma sát giữa vật và sàn là 0,1. Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén một đoạn rồi thả ra. Vật đạt vận tốc cực đại lần thứ nhất tại  $O_1$  và  $v_{\max}=60(\text{cm/s})$ . Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là:

A. 24,5cm.      **B. 24cm.**      C. 21cm.      D. 25cm.

**Giải:** Áp dụng:  $\omega x = v \rightarrow x = \frac{v}{\omega} = \frac{60}{10} = 6 \text{ (cm)}$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:  $\frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \mu mgx$

$$\rightarrow A = \sqrt{\frac{v^2 + 2\mu gx}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{0,6^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 0,06}{10^2}} = 6,928203 \text{ (cm)}$$

Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là:  $S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g} = \frac{10^2 \cdot (6,928203 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 0,1 \cdot 10} = 0,24 \text{ m} = 24 \text{ cm. Chọn B}$

**Câu 15:** Con lắc lò xo nằm ngang có  $k = 100\text{N/m}$ , vật  $m = 400\text{g}$ . Kéo vật ra khỏi VTCB một đoạn 4cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 5 \cdot 10^{-3}$ . Xem chu kỳ dao động không thay đổi, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Quãng đường vật đi được trong 1,5 chu kỳ đầu tiên là:

A. 24cm      **B. 23,64cm**      C. 20,4cm      D. 23,28cm

Sau mỗi nửa chu kỳ A giảm  $\Delta A = \frac{2\mu mg}{k} = 0,04\text{cm} \rightarrow S = 4 + 2 \cdot 3,96 + 2 \cdot 3,92 + 3,88 = 23,64(\text{cm})$

**Câu 16:** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm 1 vật có khối lượng  $m=100(\text{g})$  gắn vào 1 lò xo có độ cứng  $k=10(\text{N/m})$ . Hệ số ma sát giữa vật và sàn là 0,1. Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén một đoạn rồi thả ra. Vật đạt vận tốc cực đại lần thứ nhất tại O và  $v_{\max}=60(\text{cm/s})$ . Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là:

A. 24,5cm.      **B. 24cm.**      C. 21cm.      D. 25cm.

**Giải:** Giả sử lò xo bị nén vật ở M

O' là VTCB.  $A_0 = OM$

Sau khi thả ra vật đạt vận tốc cực đại lần thứ nhất tại O khi đó

$$F_{dh} = F_{ms} \quad OO' = x \Rightarrow kx = \mu mg \Rightarrow x = \mu mg/k = 0,01\text{m} = 1 \text{ cm}$$

Xác định  $A_0 = OM$ :

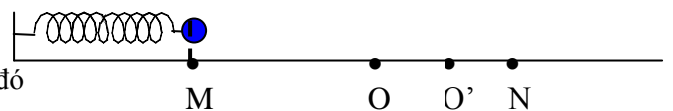
$$\frac{kA_0^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \mu mg(A_0 - x). \text{ Thay số vào ta tính được } A_0 = 7 \text{ cm}$$

Dao động của vật là dao động tắt dần. Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\frac{k(A_0^2 - A'^2)}{2} = A_{F_{ms}} = \mu mg(A_0 + A'). \Rightarrow \Delta A = A_0 - A' = 2 \mu mg/k = 2 \text{ cm. Do đó vật sẽ dừng lại ở điểm N sau 3}$$

lần qua VTCB với  $ON = x = 1\text{cm}$ , tại N  $F_{dh} = F_{ms}$

Tổng quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại;  $s = 7 + 5x + 3x + 1 = 24 \text{ cm. Đáp án B}$





Khi đến N :  $F_{dh} = F_{ms}$  nên vật dừng lại không quay về VTCB O' được nữa. Thời gian từ khi thả đến khi dừng lại ở N là 1,5 T

**Câu 17:** Một con lắc lò xo nằm ngang  $k = 20\text{N/m}$ ,  $m = 40\text{g}$ . Hệ số ma sát giữa mặt bàn và vật là 0,1,  $g = 10\text{m/s}^2$ . đưa con lắc tới vị trí lò xo nén 10cm rồi thả nhẹ. Tính quãng đường đi được từ lúc thả đến lúc vectơ gia tốc đổi chiều lần thứ 2:

- A. 29cm      B. 28cm      C. 30cm      D. 31cm

**Bài giải:** vẽ hình con lắc lò xo nằm ngang.

-Ban đầu buông vật thì vật chuyển động nhanh dần ,trong giai đoạn đó thì vận tốc và gia tốc cùng chiều, tức là hướng sang phải , tới vị trí mà vận tốc của vật đạt cực đại thì gia tốc đổi chiều lần 1, khi đó vật chưa đến vị trí cân bằng và cách VTCB một đoạn được xác định từ pt:  $F_{dh} - F_{Ms} = 0$  (vì khi vận tốc cực đại gia tốc bằng không)

-từ đó  $x = \frac{mg}{k} = 0,2\text{cm} \Rightarrow$  vật đi được 9,8cm thì vận tốc cực đại và gia tốc đổi chiều lần 1 và vận tiếp tục sang vị trí biên dương, lúc này gia tốc hướng từ phải sang trái.

-Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì là  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{K} = 0,8\text{cm}$  , nên sang đến vị trí biên dương vật cách VTCB 9,6cm(vì sau nửa chu kì) và gia tốc vận không đổi chiều .

-Vật tiếp tục tới vị trí cách VTCB 0,2cm về phía biên dương thì khi đó vận tốc lại cực đại và gia tốc đổi chiều lần 2.

- Vậy quãng đường đi dực cho tới khi gia tốc đổi chiều lần 2 là:  $S = 10 + 9,6 + 9,4 = 29\text{cm}$

**Câu 18:** Một con lắc lò xo gồm vật  $m_1$  (mỏng, phẳng) có khối lượng 2kg và lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$  đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát với biên độ  $A = 5\text{ cm}$ . Khi vật  $m_1$  đến vị trí biên thì người ta đặt nhẹ lên nó một vật có khối lượng  $m_2$ . Cho hệ số ma sát giữa  $m_2$  và  $m_1$  là  $\varphi = 0.2$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ . Giá trị của  $m_2$  để nó không bị trượt trên  $m_1$  là

- A.  $m_2 \leq 0,5\text{kg}$       B.  $m_2 \leq 0,4\text{kg}$       C.  $m_2 \geq 0,5\text{kg}$       D.  $m_2 \geq 0,4\text{kg}$

**Giải 1:** Sau khi đặt  $m_2$  lên  $m_1$  hệ dao động với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}$

Trong quá trình dao động, xét trong hệ qui chiếu phi quán tính (gắn với vật M) chuyển động với gia tốc  $a$  ( $a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$ ), vật  $m_0$  luôn chịu tác dụng của lực quán tính ( $\vec{F} = -m\vec{a}$ ) và lực ma sát nghỉ  $F_n$ . Để vật không trượt:  $F_q \max \leq F_n \max$

Để vật  $m_2$  không trượt trên  $m_1$  thì lực quán tính cực đại tác dụng lên  $m_2$  có độ lớn không vượt quá lực ma sát nghỉ giữa  $m_1$  và  $m_2$  tức là  $F_{msn} \geq F_{qt \max} \Leftrightarrow \mu m_2 g \geq m_2 a_{\max} \Leftrightarrow \mu g \geq \omega^2 A \Leftrightarrow \mu g \geq \frac{k}{m_1 + m_2} A \Leftrightarrow m_2 \geq 0,5(\text{kg})$

**Giải 2:** Để  $m_2$  không trượt trên  $m_1$  thì gia tốc chuyển động của  $m_2$  có độ lớn lớn hơn hoặc bằng độ lớn gia tốc của hệ ( $m_1 + m_2$ ):  $a = -\omega^2 x$ . Lực ma sát giữa  $m_2$  và  $m_1$  gây ra gia tốc của  $m_2$  có độ lớn  $a_2 = \mu g = 2\text{m/s}^2$   
Điều kiện để  $m_2$  không bị trượt trong quá trình dao động là

$$a_{\max} = \omega^2 A \leq a_2 \quad \text{suy ra} \quad \frac{kA}{m_1 + m_2} \leq \mu g \Rightarrow \mu g(m_1 + m_2) \geq kA$$

$$2(2 + m_2) \geq 5 \Rightarrow m_2 \geq 0,5 \text{ kg. Chọn đáp án C}$$

$$\Leftrightarrow m_0 a_{\max} \leq \mu_n N \quad \Leftrightarrow m_0 A \omega^2 \leq \mu_n m_0 g$$

$$\text{TỔNG QUÁT: } \Leftrightarrow m_0 \frac{v_{\max}}{\omega} \omega^2 \leq \mu_n m_0 g \Leftrightarrow m_0 v_{\max} \omega \leq \mu_n m_0 g$$

$$\Leftrightarrow v_{\max} \leq \frac{\mu_n g}{\omega} = \frac{\mu_n g}{\sqrt{\frac{k}{M + m_0}}} \quad (1)$$

**Câu 19:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng  $k = 20\text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Độ lớn lực đàn hồi cực đại của lò xo trong quá trình dao động bằng

- A. 1,98 N.      B. 2 N.      C. 1,5 N.      D. 2,98 N

**Giải 1:** Lực đàn hồi cực đại khi lò xo ở vị trí biên lần đầu

Ta có  $W_{d \text{ sau}} - W_{d \text{ đầu}} = A_{\text{cản}}$

Công = lực x (quãng đường)

$$\mu \cdot mgA + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$A=0,09 \text{ m} \quad F_{\max}=kA=1,98 \text{ N}$$

**Giải 2:** Gọi A là biên độ cực đại của dao động. Khi đó lực đàn hồi cực đại của lò xo trong quá trình dao động:

$$F_{\text{dhmax}} = kA$$

Để tìm A ta dựa vào ĐL bảo toàn năng lượng:  $\frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} + F_{\text{ms}}A = \frac{kA^2}{2} + \mu mgA$

Thay số, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$  ta được phương trình:  $0,1 = 10A^2 + 0,02A$  hay  $1000A^2 + 2A + 10 = 0$

$$A = \frac{-1 \pm \sqrt{10001}}{1000}; \text{ loại nghiệm âm ta có } A = 0,099 \text{ m} \quad \text{Do đó } F_{\text{dhmax}} = kA = 1,98\text{N}. \quad \text{Chọn D}$$

**Câu 20:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng  $k = 40\text{N/m}$  và quả cầu nhỏ A có khối lượng  $100\text{g}$  đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Dùng quả cầu B giống hệt quả cầu A bắn vào quả cầu A dọc theo trục lò xo với vận tốc có độ lớn  $1\text{m/s}$ ; va chạm giữa hai quả cầu là đàn hồi xuyên tâm. Hệ số ma sát giữa A và mặt phẳng đỡ là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Sau va chạm thì quả cầu A có biên độ lớn nhất là:

- A. 5cm      B. 4,756cm.      C. 4,525 cm.      D. 3,759 cm

**Giải:** Theo ĐL bảo toàn động lượng vận tốc của quả cầu A sau va chạm  $v = 1\text{m/s}$ .

Theo ĐL bảo toàn năng lượng ta có:  $\frac{kA^2}{2} + A_{\text{Fms}} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{kA^2}{2} + \mu mgA = \frac{mv^2}{2}$

$$\Rightarrow 20A^2 + 0,1A - 0,05 = 0 \Rightarrow 200A^2 + A - 0,5 = 0 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{401} - 1}{400} = 0,04756 \text{ m} = 4,756 \text{ cm}. \quad \text{Chọn B.}$$

**Câu 21:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 2 \text{ N/m}$ , khối lượng  $m = 80\text{g}$  dao động tắt dần trên mặt phẳng nằm ngang do có ma sát, hệ số ma sát  $\mu = 0,1$ . Ban đầu vật kéo ra khỏi VTCB một đoạn  $10\text{cm}$  rồi thả ra. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Thế năng của vật ở vị trí mà tại đó vật có tốc độ lớn nhất là:

- A. 0,16 mJ      B. 0,16 J      C. 1,6 J      D. 1,6 mJ.

**Giải.** Chọn gốc tính thế năng ở VTCB.

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có  $W_{\text{t,max}} = W_{\text{d}} + W_{\text{t}} + A_{\text{ms}}$

$W_{\text{t,max}}$ : là thế năng ban đầu của con lắc

$W_{\text{d}}$ ,  $W_{\text{t}}$ : là động năng và thế năng của con lắc tại vị trí có li độ  $x$

$A_{\text{ms}}$ : là công của lực ma sát kể từ khi thả đến li độ  $x$ .  $A_{\text{ms}} = \mu mg(x_0 - x)$  với  $x_0 = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$

Khi đó ta có:  $kx_0^2/2 = W_{\text{d}} + kx^2/2 + \mu mg(x_0 - x)$

Suy ra  $W_{\text{d}} = kx_0^2/2 - kx^2/2 - \mu mg(x_0 - x)$  ( đây là hàm bậc hai của động năng với biến  $x$ )

Vận tốc của vật lớn nhất thì động năng của vật lớn nhất. Động năng của

Vật lớn nhất khi  $x = \mu mg/k = 0,04 \text{ m}$

Vậy thế năng tại vị trí đó là  $1,6\text{mJ}$ . Chọn D.



**Câu 22:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nhỏ khối lượng  $200 \text{ gam}$ ,  $x$  có độ cứng  $10 \text{ N/m}$ , hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang là  $0,1$ . Ban đầu vật được giữ ở vị trí lò xo giãn  $10 \text{ cm}$ , rồi thả nhẹ để con lắc dao động tắt dần, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Trong khoảng thời gian kể từ lúc thả cho đến khi tốc độ của vật bắt đầu giảm thì độ giảm thế năng của con lắc là:

- A. 2 mJ.      B. 20 mJ.      C. 50 mJ.      D. 48 mJ.

**Giải:** Vật đạt vận tốc cực đại khi  $F_{\text{dh}} = F_{\text{ms}} \Rightarrow kx = \mu mg \Rightarrow x = \mu mg/k = 2 \text{ (cm)}$

Do đó độ giảm thế năng là:  $\Delta W_{\text{t}} = \frac{k}{2}(A^2 - x^2) = 0,048 \text{ J} = 48 \text{ mJ}. \quad \text{Chọn D}$

**Câu 23:** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật có khối lượng  $600 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $100\text{N/m}$ . Người ta đưa vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $6,00 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ cho nó dao động, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $0,005$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi đó số dao động vật thực hiện cho đến lúc dừng lại là

- A. 500      B. 50      C. 200      D. 100

Độ giảm biên độ sau một chu kỳ  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k}$

Số dao động thực hiện được  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} = \frac{100 \cdot 0,06}{4 \cdot 0,005 \cdot 0,6 \cdot 10} = 50$

**Câu 24:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , 1 đầu cố định, 1 đầu gắn vật nặng khối lượng  $m = 0,5\text{kg}$ . Ban đầu kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi VTCB 5cm rồi buông nhẹ cho dao động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng  $1/100$  trọng lực tác dụng lên vật. Coi biên độ của vật giảm đều trong từng chu kỳ, lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Số lần vật qua VTCB kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là:  
A. 25                      B. 50                      C. 75                      D. 100

**Giải:** Gọi  $\Delta A$  là độ giảm biên độ mỗi lần vật qua VTCB

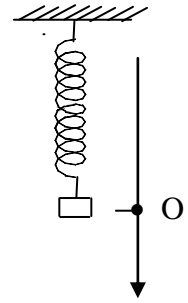
$$\frac{kA^2}{2} = \frac{kA'^2}{2} + F_c(A + A') = \frac{kA'^2}{2} + 0,01mg(A + A')$$

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_c(A + A') = 0,01mg(A + A')$$

$$\frac{k}{2}(A^2 - A'^2) = \frac{k}{2}(A + A')(A - A') = 0,01mg(A + A')$$

$$\Rightarrow \Delta A = A - A' = \frac{0,02mg}{k} = \frac{0,02 \cdot 0,5 \cdot 10}{100} = 10^{-3}\text{m} = 1\text{mm}$$

Vậy số lần vật qua VTCB là  $N = A/\Delta A = 50$ . Chọn B



**Câu 25:** Con lắc đơn dao động trong môi trường không khí. Kéo con lắc lệch phương thẳng đứng một góc  $0,1\text{ rad}$  rồi thả nhẹ. biết lực cản của không khí tác dụng lên con lắc là không đổi và bằng  $0,001$  lần trọng lượng của vật. coi biên độ giảm đều trong từng chu kỳ. số lần con lắc qua vị trí cân bằng đến lúc dừng lại là:

A: 25                      B: 50                      C: 100                      D: 200

**Giải:** Gọi  $\Delta\alpha$  là độ giảm biên độ góc sau mỗi lần qua VTCB. ( $\Delta\alpha < 0,1$ )

$$\text{Cơ năng ban đầu } W_0 = mgl(1 - \cos\alpha) = 2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx mgl\frac{\alpha^2}{2}$$

$$\text{Độ giảm cơ năng sau mỗi lần qua VTCB: } \Delta W = \frac{mgl}{2}[\alpha^2 - (\alpha - \Delta\alpha)^2] = \frac{mgl}{2}[2\alpha\Delta\alpha - (\Delta\alpha)^2] \quad (1)$$

$$\text{Công của lực cản trong thời gian trên: } A_{\text{cản}} = F_c s = 0,001mg(2\alpha - \Delta\alpha)l \quad (2)$$

Từ (1) và (2), theo ĐL bảo toàn năng lượng:  $\Delta W = A_c$

$$\frac{mgl}{2}[2\alpha\Delta\alpha - (\Delta\alpha)^2] = 0,001mg(2\alpha - \Delta\alpha)l$$

$$\Rightarrow (\Delta\alpha)^2 - 0,202\Delta\alpha + 0,0004 = 0 \Rightarrow \Delta\alpha = 0,101 \pm 0,099. \text{ Loại nghiệm } 0,2 \text{ ta có } \Delta\alpha = 0,002$$

$$\text{Số lần vật qua VTCB } N = \frac{\alpha}{\Delta\alpha} = \frac{0,1}{0,002} = 50. \text{ Chọn B.}$$

**Câu 26:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100\text{ N/m}$ , một đầu cố định, một đầu gắn vật nặng khối lượng  $m = 0,5\text{ kg}$ . Ban đầu kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi buông nhẹ cho dao

động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng  $\frac{1}{100}$  trọng lực tác dụng lên vật. Coi

biên độ của vật giảm đều trong từng chu kỳ, lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Số lần vật qua vị trí có độ lớn li độ bằng 2cm kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là

A. 25.                      B. 50.                      C. 200.                      D. 100.

**GIẢI :**

$$+ F_c = 0,05\text{N}$$

$$+ \text{Độ giảm biên độ trong 1 chu kỳ : } \Delta A = 4F_c/k = 0,002\text{m} = 0,2\text{cm}$$

$$+ \text{Số chu kỳ con lắc thực hiện được : } N = A/\Delta A = 25$$

$$+ |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2\text{cm} \Rightarrow$$

$$\text{Trong 1 chu kỳ có 4 lần vật qua VT có } |x| = 2 \Rightarrow 4N = 100 \text{ lần}$$

**CHỦ ĐỀ VI. ĐỀ THI ĐẠI HỌC + CAO ĐẲNG CÁC NĂM TRƯỚC:**

**Câu 1(CĐ 2007):** Một vật nhỏ dao động điều hòa có biên độ  $A$ , chu kì dao động  $T$ , ở thời điểm ban đầu  $t_0 = 0$  vật đang ở vị trí biên. Quãng đường mà vật đi được từ thời điểm ban đầu đến thời điểm  $t = T/4$  là

- A.  $A/2$ . B.  $2A$ . C.  $A/4$ . D.  $A$ .

**Câu 2(CĐ 2007):** Khi đưa một con lắc đơn lên cao theo phương thẳng đứng (coi chiều dài của con lắc không đổi) thì tần số dao động điều hòa của nó sẽ

- A. giảm vì gia tốc trọng trường giảm theo độ cao.  
B. tăng vì chu kỳ dao động điều hòa của nó giảm.  
C. tăng vì tần số dao động điều hòa của nó tỉ lệ nghịch với gia tốc trọng trường.  
D. không đổi vì chu kỳ dao động điều hòa của nó không phụ thuộc vào gia tốc trọng trường

**Câu 3(CĐ 2007):** Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về dao động cơ học?

- A. Hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) xảy ra khi tần số của ngoại lực điều hòa bằng tần số dao động riêng của hệ.  
B. Biên độ dao động cưỡng bức của một hệ cơ học khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng (sự cộng hưởng) không phụ thuộc vào lực cản của môi trường.  
C. Tần số dao động cưỡng bức của một hệ cơ học bằng tần số của ngoại lực điều hòa tác dụng lên hệ ấy.  
D. Tần số dao động tự do của một hệ cơ học là tần số dao động riêng của hệ ấy.

**Câu 4(CĐ 2007):** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$  không đổi, dao động điều hòa. Nếu khối lượng  $m = 200$  g thì chu kì dao động của con lắc là 2 s. Để chu kì con lắc là 1 s thì khối lượng  $m$  bằng

- A. 200 g. B. 100 g. C. 50 g. D. 800 g.

**Câu 5(CĐ 2007):** Một con lắc đơn gồm sợi dây có khối lượng không đáng kể, không dẫn, có chiều dài  $l$  và viên bi nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho con lắc dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Nếu chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng của viên bi thì thế năng của con lắc này ở li độ góc  $\alpha$  có biểu thức là

- A.  $mg l (1 - \cos\alpha)$ . B.  $mg l (1 - \sin\alpha)$ . C.  $mg l (3 - 2\cos\alpha)$ . D.  $mg l (1 + \cos\alpha)$ .

**Câu 6(CĐ 2007):** Tại một nơi, chu kì dao động điều hòa của một con lắc đơn là 2,0 s. Sau khi tăng chiều dài của con lắc thêm 21 cm thì chu kì dao động điều hòa của nó là 2,2 s. Chiều dài ban đầu của con lắc này là

- A. 101 cm. B. 99 cm. C. 98 cm. D. 100 cm.

**Câu 7(ĐH – 2007):** Khi xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ thì vật tiếp tục dao động

- A. với tần số bằng tần số dao động riêng. B. mà không chịu ngoại lực tác dụng.  
C. với tần số lớn hơn tần số dao động riêng. D. với tần số nhỏ hơn tần số dao động riêng.

**Câu 8(ĐH – 2007):** Một con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc có độ lớn bằng một nửa gia tốc trọng trường tại nơi đặt thang máy thì con lắc dao động điều hòa với chu kì  $T'$  bằng

- A.  $2T$ . B.  $T\sqrt{2}$ . C.  $T/2$ . D.  $T/\sqrt{2}$ .

**Câu 9(ĐH – 2007):** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 10\sin(4\pi t + \pi/2)$ (cm) với  $t$  tính bằng giây. Động năng của vật đó biến thiên với chu kì bằng

- A. 1,00 s. B. 1,50 s. C. 0,50 s. D. 0,25 s.

**Câu 10(ĐH – 2007):** Nhận định nào sau đây sai khi nói về dao động cơ học tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có động năng giảm dần còn thế năng biến thiên điều hòa.  
B. Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.  
C. Lực ma sát càng lớn thì dao động tắt càng nhanh.  
D. Trong dao động tắt dần, cơ năng giảm dần theo thời gian.

**Câu 11(ĐH – 2007):** Để khảo sát giao thoa sóng cơ, người ta bố trí trên mặt nước nằm ngang hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$ . Hai nguồn này dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, cùng pha. Xem biên độ sóng không thay đổi trong quá trình truyền sóng. Các điểm thuộc mặt nước và nằm trên đường trung trực của đoạn  $S_1S_2$  sẽ

- A. dao động với biên độ cực đại. B. dao động với biên độ cực tiểu.  
C. không dao động. D. dao động với biên độ bằng nửa biên độ cực đại.

**Câu 12(ĐH – 2007):** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa. Nếu tăng độ cứng  $k$  lên 2 lần và giảm khối lượng  $m$  đi 8 lần thì tần số dao động của vật sẽ

- A. tăng 2 lần. B. giảm 2 lần. C. giảm 4 lần. D. tăng 4 lần.

**Câu 13(CĐ 2008):** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ có khối lượng  $m$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ , dao động điều hòa theo phương thẳng đứng tại nơi có gia tốc rơi tự do là  $g$ . Khi viên bi ở vị trí cân bằng, lò xo dãn một đoạn  $\Delta l$ . Chu kỳ dao động điều hòa của con lắc này là

- A.  $2\pi\sqrt{(g/\Delta l)}$  B.  $2\pi\sqrt{(\Delta l/g)}$  C.  $(1/2\pi)\sqrt{(m/k)}$  D.  $(1/2\pi)\sqrt{(k/m)}$ .

**Câu 14(CĐ 2008):** Cho hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình dao động lần lượt là  $x_1 = 3\sqrt{3}\sin(5\pi t + \pi/2)$ (cm) và  $x_2 = 3\sqrt{3}\sin(5\pi t - \pi/2)$ (cm). Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động trên bằng

- A. 0 cm. B. 3 cm. C. 63 cm. D. 33 cm.

**Câu 15(CĐ 2008):** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ khối lượng  $m$  và lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng 10 N/m. Con lắc dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số góc  $\omega_F$ . Biết biên độ của ngoại

lực tuần hoàn không thay đổi. Khi thay đổi  $\omega_F$  thì biên độ dao động của viên bi thay đổi và khi  $\omega_F = 10 \text{ rad/s}$  thì biên độ dao động của viên bi đạt giá trị cực đại. Khối lượng  $m$  của viên bi bằng

- A. 40 gam. B. 10 gam. C. 120 gam. D. 100 gam.

**Câu 16(CĐ 2008):** Khi nói về một hệ dao động cưỡng bức ở giai đoạn ổn định, phát biểu nào dưới đây là sai?

- A. Tần số của hệ dao động cưỡng bức bằng tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
 B. Tần số của hệ dao động cưỡng bức luôn bằng tần số dao động riêng của hệ.  
 C. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số của ngoại lực cưỡng bức.  
 D. Biên độ của hệ dao động cưỡng bức phụ thuộc biên độ của ngoại lực cưỡng bức.

**Câu 17(CĐ 2008):** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox với phương trình  $x = A \sin \omega t$ . Nếu chọn gốc tọa độ O tại vị trí cân bằng của vật thì gốc thời gian  $t = 0$  là lúc vật

- A. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần dương của trục Ox. B. qua vị trí cân bằng O ngược chiều dương của trục Ox.  
 C. ở vị trí li độ cực đại thuộc phần âm của trục Ox. D. qua vị trí cân bằng O theo chiều dương của trục Ox.

**Câu 18(CĐ 2008):** Chất điểm có khối lượng  $m_1 = 50 \text{ gam}$  dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó với phương trình dao động  $x_1 = \sin(5\pi t + \pi/6)$  (cm). Chất điểm có khối lượng  $m_2 = 100 \text{ gam}$  dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó với phương trình dao động  $x_2 = 5 \sin(\pi t - \pi/6)$  (cm). Tỷ số cơ năng trong quá trình dao động điều hoà của chất điểm  $m_1$  so với chất điểm  $m_2$  bằng

- A. 1/2. B. 2. C. 1. D. 1/5.

**Câu 19(CĐ 2008):** Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T. Trong khoảng thời gian T/4, quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được là

- A. A. B. 3A/2. C. A√3. D. A√2.

**Câu 20(ĐH – 2008):** Cơ năng của một vật dao động điều hoà

- A. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ bằng một nửa chu kỳ dao động của vật.  
 B. tăng gấp đôi khi biên độ dao động của vật tăng gấp đôi.  
 C. bằng động năng của vật khi vật tới vị trí cân bằng.  
 D. biến thiên tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ bằng chu kỳ dao động của vật.

**Câu 21(ĐH – 2008):** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho con lắc dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Chu kỳ và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4 s và 8 cm. Chọn trục x'x thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian  $t = 0$  khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Thời gian ngắn nhất kể từ khi  $t = 0$  đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

- A. 4/15 s. B. 7/30 s. C. 3/10 s. D. 1/30 s.

**Câu 22(ĐH – 2008):** Cho hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ và có các pha ban đầu là  $\pi/3$  và  $-\pi/6$ . Pha ban đầu của dao động tổng hợp hai dao động trên bằng

- A.  $-\pi/2$  B.  $\pi/4$  C.  $\pi/6$  D.  $\pi/12$ .

**Câu 23(ĐH – 2008):** Một vật dao động điều hoà có chu kỳ là T. Nếu chọn gốc thời gian  $t = 0$  lúc vật qua vị trí cân bằng, thì trong nửa chu kỳ đầu tiên, vận tốc của vật bằng không ở thời điểm

- A.  $t = T/6$  B.  $t = T/4$  C.  $t = T/8$  D.  $t = T/2$

**Câu 24(ĐH – 2008):** Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình  $x = 3 \sin \left( 5\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  (x tính bằng cm và t

tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm  $t=0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x=+1 \text{ cm}$

- A. 7 lần. B. 6 lần. C. 4 lần. D. 5 lần.

**Câu 25(ĐH – 2008):** Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về dao động của con lắc đơn (bỏ qua lực cản của môi trường)?

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên, cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó.  
 B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là nhanh dần.  
 C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng của dây.  
 D. Với dao động nhỏ thì dao động của con lắc là dao động điều hoà.

**Câu 26(ĐH – 2008):** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng 20 N/m và viên bi có khối lượng 0,2 kg dao động điều hoà. Tại thời điểm t, vận tốc và gia tốc của viên bi lần lượt là 20 cm/s và  $2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ . Biên độ dao động của viên bi là

- A. 16cm. B. 4 cm. C.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$ . D.  $10\sqrt{3} \text{ cm}$ .

**Câu 27(CĐ 2009):** Khi nói về năng lượng của một vật dao động điều hoà, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Cứ mỗi chu kỳ dao động của vật, có bốn thời điểm thế năng bằng động năng.  
 B. Thế năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.  
 C. Động năng của vật đạt cực đại khi vật ở vị trí biên.  
 D. Thế năng và động năng của vật biến thiên cùng tần số với tần số của li độ.

**Câu 28(CĐ 2009):** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động tắt dần?

- A. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian.  
 B. Cơ năng của vật dao động tắt dần không đổi theo thời gian.  
 C. Lực cản môi trường tác dụng lên vật luôn sinh công dương.  
 D. Dao động tắt dần là dao động chỉ chịu tác dụng của nội lực.



**Câu 29(CĐ 2009):** Khi nói về một vật dao động điều hòa có biên độ  $A$  và chu kì  $T$ , với mốc thời gian ( $t = 0$ ) là lúc vật ở vị trí biên, phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Sau thời gian  $T/8$ , vật đi được quãng đường bằng  $0,5 A$ . B. Sau thời gian  $T/2$ , vật đi được quãng đường bằng  $2 A$ .  
C. Sau thời gian  $T/4$ , vật đi được quãng đường bằng  $A$ . D. Sau thời gian  $T$ , vật đi được quãng đường bằng  $4A$ .

**Câu 30(CĐ 2009):** Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $6^\circ$ . Biết khối lượng vật nhỏ của con lắc là  $90 \text{ g}$  và chiều dài dây treo là  $1 \text{ m}$ . Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, cơ năng của con lắc xấp xỉ bằng

- A.  $6,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . B.  $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . C.  $5,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . D.  $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .

**Câu 31(CĐ 2009):** Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình vận tốc là  $v = 4\pi \cos 2\pi t$  (cm/s). Góc tọa độ ở vị trí cân bằng. Mốc thời gian được chọn vào lúc chất điểm có li độ và vận tốc là:

- A.  $x = 2 \text{ cm}$ ,  $v = 0$ . B.  $x = 0$ ,  $v = 4\pi \text{ cm/s}$ . C.  $x = -2 \text{ cm}$ ,  $v = 0$ . D.  $x = 0$ ,  $v = -4\pi \text{ cm/s}$ .

**Câu 32(CĐ 2009):** Một cột dao động điều hòa dọc theo trục tọa độ nằm ngang  $Ox$  với chu kì  $T$ , vị trí cân bằng và mốc thế năng ở gốc tọa độ. Tính từ lúc vật có li độ dương lớn nhất, thời điểm đầu tiên mà động năng và thế năng của vật bằng nhau là

- A.  $T/4$ . B.  $T/8$ . C.  $T/12$ . D.  $T/6$ .

**Câu 33(CĐ 2009):** Một con lắc lò xo (độ cứng của lò xo là  $50 \text{ N/m}$ ) dao động điều hòa theo phương ngang. Cứ sau  $0,05 \text{ s}$  thì vật nặng của con lắc lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khối lượng vật nặng của con lắc bằng

- A.  $250 \text{ g}$ . B.  $100 \text{ g}$ . C.  $25 \text{ g}$ . D.  $50 \text{ g}$ .

**Câu 34(CĐ 2009):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$ . Biết khối lượng vật nhỏ của con lắc là  $m$ , chiều dài dây treo là  $\ell$ , mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của con lắc là

- A.  $\frac{1}{2} mg\ell\alpha_0^2$ . B.  $mg\ell\alpha_0^2$ . C.  $\frac{1}{4} mg\ell\alpha_0^2$ . D.  $2mg\ell\alpha_0^2$ .

**Câu 35(CĐ 2009):** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ  $\sqrt{2} \text{ cm}$ . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng  $100 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $100 \text{ N/m}$ . Khi vật nhỏ có vận tốc  $10\sqrt{10} \text{ cm/s}$  thì gia tốc của nó có độ lớn là

- A.  $4 \text{ m/s}^2$ . B.  $10 \text{ m/s}^2$ . C.  $2 \text{ m/s}^2$ . D.  $5 \text{ m/s}^2$ .

**Câu 36(CĐ 2009):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục  $Ox$  có phương trình  $x = 8\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$  ( $x$  tính bằng  $\text{cm}$ ,  $t$  tính bằng  $\text{s}$ ) thì

- A. lúc  $t = 0$  chất điểm chuyển động theo chiều âm của trục  $Ox$ . B. chất điểm chuyển động trên đoạn thẳng dài  $8 \text{ cm}$ .  
C. chu kì dao động là  $4 \text{ s}$ . D. vận tốc của chất điểm tại vị trí cân bằng là  $8 \text{ cm/s}$ .

**Câu 37(CĐ 2009):** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa với chu kì  $0,4 \text{ s}$ . Khi vật ở vị trí cân bằng, lò xo dài  $44 \text{ cm}$ . Lấy  $g = \pi^2$  ( $\text{m/s}^2$ ). Chiều dài tự nhiên của lò xo là

- A.  $36 \text{ cm}$ . B.  $40 \text{ cm}$ . C.  $42 \text{ cm}$ . D.  $38 \text{ cm}$ .

**Câu 38(ĐH - 2009):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa. Biết lò xo có độ cứng  $36 \text{ N/m}$  và vật nhỏ có khối lượng  $100 \text{ g}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Động năng của con lắc biến thiên theo thời gian với tần số.

- A.  $6 \text{ Hz}$ . B.  $3 \text{ Hz}$ . C.  $12 \text{ Hz}$ . D.  $1 \text{ Hz}$ .

**Câu 39(ĐH - 2009):** Tại một nơi trên mặt đất, một con lắc đơn dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , con lắc thực hiện 60 dao động toàn phần; thay đổi chiều dài con lắc một đoạn  $44 \text{ cm}$  thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ấy, nó thực hiện 50 dao động toàn phần. Chiều dài ban đầu của con lắc là

- A.  $144 \text{ cm}$ . B.  $60 \text{ cm}$ . C.  $80 \text{ cm}$ . D.  $100 \text{ cm}$ .

**Câu 40(ĐH - 2009):** Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình lần lượt là  $x_1 = 4\cos(10t + \frac{\pi}{4})$  (cm) và  $x_2 = 3\cos(10t - \frac{3\pi}{4})$  (cm). Độ lớn vận tốc của vật ở vị trí cân bằng là

- A.  $100 \text{ cm/s}$ . B.  $50 \text{ cm/s}$ . C.  $80 \text{ cm/s}$ . D.  $10 \text{ cm/s}$ .

**Câu 41(ĐH - 2009):** Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $50 \text{ g}$ . Con lắc dao động điều hòa theo một trục cố định nằm ngang với phương trình  $x = A\cos\omega t$ . Cứ sau những khoảng thời gian  $0,05 \text{ s}$  thì động năng và thế năng của vật lại bằng nhau. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Lò xo của con lắc có độ cứng bằng

- A.  $50 \text{ N/m}$ . B.  $100 \text{ N/m}$ . C.  $25 \text{ N/m}$ . D.  $200 \text{ N/m}$ .

**Câu 42(ĐH - 2009):** Một vật dao động điều hòa có phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Gọi  $v$  và  $a$  lần lượt là vận tốc và gia tốc của vật. Hệ thức đúng là :

- A.  $\frac{v^2}{\omega^4} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ . B.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^2} = A^2$ . C.  $\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ . D.  $\frac{\omega^2}{v^2} + \frac{a^2}{\omega^4} = A^2$ .

**Câu 43(ĐH - 2009):** Khi nói về dao động cưỡng bức, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động cưỡng bức.  
B. Biên độ của dao động cưỡng bức là biên độ của lực cưỡng bức.  
C. Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.  
D. Dao động cưỡng bức có tần số nhỏ hơn tần số của lực cưỡng bức.



**Câu 44(ĐH - 2009):** Một vật dao động điều hòa theo một trục cố định (mốc thế năng ở vị trí cân bằng) thì

- A. động năng của vật cực đại khi gia tốc của vật có độ lớn cực đại.
- B. khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vận tốc và gia tốc của vật luôn cùng dấu.
- C. khi ở vị trí cân bằng, thế năng của vật bằng cơ năng.
- D. thế năng của vật cực đại khi vật ở vị trí biên.

**Câu 45(ĐH - 2009):** Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là 31,4 cm/s. Lấy  $\pi = 3,14$ . Tốc độ trung bình của vật trong một chu kỳ dao động là

- A. 20 cm/s
- B. 10 cm/s
- C. 0.
- D. 15 cm/s.

**Câu 46(ĐH - 2009):** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc 10 rad/s. Biết rằng khi động năng và thế năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng nhau thì vận tốc của vật có độ lớn bằng 0,6 m/s. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 6 cm
- B.  $6\sqrt{2}$  cm
- C. 12 cm
- D.  $12\sqrt{2}$  cm

**Câu 47(ĐH - 2009):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn và một con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa với cùng tần số. Biết con lắc đơn có chiều dài 49 cm và lò xo có độ cứng 10 N/m. Khối lượng vật nhỏ của con lắc lò xo là

- A. 0,125 kg
- B. 0,750 kg
- C. 0,500 kg
- D. 0,250 kg

**Câu 48(CĐ - 2010):** Tại một nơi trên mặt đất, con lắc đơn có chiều dài  $\ell$  đang dao động điều hòa với chu kỳ 2 s. Khi tăng chiều dài của con lắc thêm 21 cm thì chu kỳ dao động điều hòa của nó là 2,2 s. Chiều dài  $\ell$  bằng

- A. 2 m.
- B. 1 m.
- C. 2,5 m.
- D. 1,5 m.

**Câu 49(CĐ - 2010):** Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, dao động điều hòa với biên độ 0,1 m. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi viên bi cách vị trí cân bằng 6 cm thì động năng của con lắc bằng

- A. 0,64 J.
- B. 3,2 mJ.
- C. 6,4 mJ.
- D. 0,32 J.

**Câu 50(CĐ - 2010):** Khi một vật dao động điều hòa thì

- A. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- B. gia tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.
- C. lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn tỉ lệ với bình phương biên độ.
- D. vận tốc của vật có độ lớn cực đại khi vật ở vị trí cân bằng.

**Câu 51(CĐ - 2010):** Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi vật có động năng bằng  $\frac{3}{4}$  lần cơ năng thì vật cách vị trí cân bằng một đoạn.

- A. 6 cm.
- B. 4,5 cm.
- C. 4 cm.
- D. 3 cm.

**Câu 52(CĐ - 2010):** Treo con lắc đơn vào trần một ô tô tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Khi ô tô đứng yên thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc là 2 s. Nếu ô tô chuyển động thẳng nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc  $2 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động điều hòa của con lắc xấp xỉ bằng

- A. 2,02 s.
- B. 1,82 s.
- C. 1,98 s.
- D. 2,00 s.

**Câu 53(CĐ - 2010):** Một vật dao động điều hòa với chu kỳ T. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng, vận tốc của vật bằng 0 lần đầu tiên ở thời điểm

- A. T/2.
- B. T/8.
- C. T/6.
- D. T/4.

**Câu 54(CĐ - 2010):** Chuyển động của một vật là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình lần lượt là  $x_1 = 3\cos 10t$  (cm) và  $x_2 = 4\sin(10t + \frac{\pi}{2})$  (cm). Gia tốc của vật có độ lớn cực đại bằng

- A.  $7 \text{ m/s}^2$ .
- B.  $1 \text{ m/s}^2$ .
- C.  $0,7 \text{ m/s}^2$ .
- D.  $5 \text{ m/s}^2$ .

**Câu 55(CĐ - 2010):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với tần số  $2f_1$ . Động năng của con lắc biến thiên tuần hoàn theo thời gian với tần số  $f_2$  bằng

- A.  $2f_1$ .
- B.  $f_1/2$ .
- C.  $f_1$ .
- D.  $4f_1$ .

**Câu 56(CĐ - 2010):** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m. Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với phương trình  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp con lắc có động năng bằng thế năng là 0,1 s. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khối lượng vật nhỏ bằng

- A. 400 g.
- B. 40 g.
- C. 200 g.
- D. 100 g.

**Câu 57(CĐ - 2010):** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Ở thời điểm độ lớn vận tốc của vật bằng 50% vận tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và cơ năng của vật là

- A.  $3/4$
- B.  $1/4$
- C.  $4/3$
- D.  $1/2$

**Câu 58(CĐ - 2010):** Một con lắc vật lý là một vật rắn có khối lượng  $m = 4 \text{ kg}$  dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 0,5 \text{ s}$ . Khoảng cách từ trọng tâm của vật đến trục quay của nó là  $d = 20 \text{ cm}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Mômen quán tính của vật đối với trục quay là

- A.  $0,05 \text{ kg.m}^2$ .
- B.  $0,5 \text{ kg.m}^2$ .
- C.  $0,025 \text{ kg.m}^2$ .
- D.  $0,64 \text{ kg.m}^2$ .

**Câu 59(ĐH – 2010):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$ . B.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ . C.  $\frac{-\alpha_0}{\sqrt{2}}$ . D.  $\frac{-\alpha_0}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 60(ĐH – 2010):** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì  $T$ . Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ  $x = A$  đến vị trí  $x = \frac{-A}{2}$ , chất điểm có tốc độ trung bình là

- A.  $\frac{6A}{T}$ . B.  $\frac{9A}{2T}$ . C.  $\frac{3A}{2T}$ . D.  $\frac{4A}{T}$ .

**Câu 61(ĐH – 2010):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì  $T$  và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{3}$ . Lấy  $\pi^2=10$ . Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz. B. 3 Hz. C. 2 Hz. D. 1 Hz.

**Câu 62(ĐH – 2010):** Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ  $x = 3\cos(\pi t - \frac{5\pi}{6})$  (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ  $x_1 = 5\cos(\pi t + \frac{\pi}{6})$  (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A.  $x_2 = 8\cos(\pi t + \frac{\pi}{6})$  (cm). B.  $x_2 = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{6})$  (cm).  
C.  $x_2 = 2\cos(\pi t - \frac{5\pi}{6})$  (cm). D.  $x_2 = 8\cos(\pi t - \frac{5\pi}{6})$  (cm).

**Câu 63(ĐH – 2010):** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30} \text{ cm/s}$ . B.  $20\sqrt{6} \text{ cm/s}$ . C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$ . D.  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .

**Câu 64(ĐH – 2010):** Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

- A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng. B. tỉ lệ với bình phương biên độ.  
C. không đổi nhưng hướng thay đổi. D. và hướng không đổi.

**Câu 65(ĐH – 2010):** Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

- A. biên độ và gia tốc B. li độ và tốc độ C. biên độ và năng lượng D. biên độ và tốc độ

**Câu 66(ĐH – 2010):** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 50 cm và vật nhỏ có khối lượng 0,01 kg mang điện tích  $q = +5.10^{-6} \text{ C}$  được coi là điện tích điểm. Con lắc dao động điều hòa trong điện trường đều mà vectơ cường độ điện trường có độ lớn  $E = 10^4 \text{ V/m}$  và hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ . Chu kì dao động điều hòa của con lắc là

- A. 0,58 s B. 1,40 s C. 1,15 s D. 1,99 s

**Câu 67. (Đề ĐH – CĐ 2010)** Vật nhỏ của một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang, mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Khi gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và thế năng của vật là

- A.  $\frac{1}{2}$ . B. 3. C. 2. D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 68(Đề ĐH – CĐ 2011):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng thì tốc độ của nó là 20 cm/s. Khi chất điểm có tốc độ là 10 cm/s thì gia tốc của nó có độ lớn là  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}^2$ . Biên độ dao động của chất điểm là

- A. 5 cm. B. 4 cm. C. 10 cm. D. 8 cm.

**HD:** 
$$\begin{cases} v_{\max} = \omega A = 20 \text{ cm/s} \\ (\omega A)^2 = \left(\frac{a}{\omega}\right)^2 + v^2 \rightarrow 20^2 = \left(\frac{40\sqrt{3}}{\omega}\right)^2 + 10^2 \rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s} \rightarrow A = 5 \text{ cm} \end{cases}$$
 **Đáp án A**

**Câu 69(Đề ĐH – CĐ 2011):** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4\cos\frac{2\pi}{3}t$  (x tính bằng cm; t tính bằng s). Kể từ  $t = 0$ , chất điểm đi qua vị trí có li độ  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2011 tại thời điểm

A. 3015 s.

B. 6030 s.

C. 3016 s.

D. 6031 s.

HD:  $T = 3s$ . Một chu kì có 2 lần qua li độ  $-2cm$ .  $2011 = 2010 + 1 \rightarrow t = 1050T + \Delta t$

$$\text{Từ đường tròn } \Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{3}{2\pi}}{\frac{3}{2\pi}} = 1 \rightarrow t = 1050.3 + 1 = 3016s$$

Đáp án C

**Câu 70(Đề ĐH – CD 2011):** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2 s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng  $\frac{1}{3}$  lần thế năng là

A. 26,12 cm/s.

B. 7,32 cm/s.

C. 14,64 cm/s.

D. 21,96 cm/s.

HD:

$$\begin{cases} W_d = 3W_t \rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \\ W_d = \frac{1}{3}W_t \rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}A}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_{\min} \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{3}A}{2} \rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \\ t_{\min} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/6}{\pi} = \frac{1}{6}s \end{cases} \Rightarrow t_{dtb} = \frac{(\sqrt{3}-1)A}{t} = 21,96cm/s \text{ Đáp án D}$$

**Câu 71 (Đề ĐH – CD 2011):** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn  $a$  thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

A. 2,96 s.

B. 2,84 s.

C. 2,61 s.

D. 2,78 s.

HD:

$$\begin{cases} T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{g-a}{g+a} = \left(\frac{2,52}{3,15}\right)^2 \rightarrow a = \frac{9}{41}g \\ \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 = \frac{g+a}{g} = \frac{50}{41} \rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{50}{41}}.2,52 = 2,78s \end{cases} \text{ Đáp án D}$$

$$\text{Cách 2: } \frac{1}{T_1^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g+a}{l}; \frac{1}{T_2^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g-a}{l} \Rightarrow \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} = 2 \cdot \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} = 2 \cdot \frac{1}{T^2}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \text{ Thế số: } T = \frac{T_1 T_2 \sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \frac{2,52.3,15\sqrt{2}}{\sqrt{2,52^2 + 3,15^2}} = 2,782874457s = 2,78s \text{ Đáp án D}$$

**Câu 72(Đề ĐH – CD 2011):** Dao động của một chất điểm có khối lượng 100 g là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = 5\cos 10t$  và  $x_2 = 10\cos 10t$  ( $x_1$  và  $x_2$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng s). Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Cơ năng của chất điểm bằng

A. 0,1125 J.

B. 225 J.

C. 112,5 J.

D. 0,225 J.

$$\text{HD: } A = 5 + 10 = 15cm \Rightarrow W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}.0,1.10^2.0,15^2 = 0,1125J \text{ Đáp án A}$$

**Câu 73(Đề ĐH – CD 2011):** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ  $m_1$ . Ban đầu giữ vật  $m_1$  tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ  $m_2$  (có khối lượng bằng khối lượng vật  $m_1$ ) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật  $m_1$ . Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật  $m_1$  và  $m_2$  là

A. 4,6 cm.

B. 2,3 cm.

C. 5,7 cm.

D. 3,2 cm.

$$\text{HD: Vận tốc } m_1, m_2 \text{ tại VTCB: } v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}} x.$$

Từ VTCB  $m_2$  chuyển động thẳng đều. Biên độ của  $m_1$  bằng  $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{m}{k}}v = \frac{x}{\sqrt{2}}$

$$L = v \cdot \frac{T}{4} - A = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{k}{m}} x \cdot \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} - \frac{x}{\sqrt{2}} = \left( \frac{\pi}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) x = 3,2 \text{ cm} \quad \text{Đáp án D}$$

**Câu 74 (Đề ĐH – 2011) :** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Trong thời gian 31,4 s chất điểm thực hiện được 100 dao động toàn phần. Gốc thời gian là lúc chất điểm đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều âm với tốc độ là  $40\sqrt{3}$  cm/s. Lấy  $\pi = 3,14$ . Phương trình dao động của chất điểm là

- A.  $x = 6 \cos(20t - \frac{\pi}{6})$  (cm)      B.  $x = 4 \cos(20t + \frac{\pi}{3})$  (cm)  
C.  $x = 4 \cos(20t - \frac{\pi}{3})$  (cm)      D.  $x = 6 \cos(20t + \frac{\pi}{6})$  (cm)

**HD:**  $\begin{cases} T = \frac{\pi}{10} \text{ s} \rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s} \\ A^2 = x^2 + \left( \frac{v}{\omega} \right)^2 = 16 \rightarrow A = 4 \text{ cm} \end{cases}$  . Pha ban đầu dương . Đáp án B

**Câu 75 (Đề ĐH – 2011):** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của  $\alpha_0$  là

- A.  $3,3^\circ$       B.  $6,6^\circ$       C.  $5,6^\circ$       D.  $9,6^\circ$

**HD:**  $\begin{cases} T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) \\ \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{3 - 2 \cos \alpha_0}{\cos \alpha_0} = 1,02 \rightarrow \alpha_0 = 6,6^\circ \end{cases}$  **Đáp án B**

**Câu 76:** Một vật nhỏ có khối lượng 500 g dao động điều hòa dưới tác dụng của một lực kéo về có biểu thức  $F = -0,8 \cos 4t$  (N). Dao động của vật có biên độ là

- A. 6 cm      B. 12 cm      C. 8 cm      D. 10 cm

**HD:**  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = 8 \text{ N/m}$ .  $F_{\text{hpmax}} = k.A \Rightarrow A = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$ .

**Câu 77 (Đề ĐH – 2012):** Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{6})$  (cm) và  $x_2 =$

$6 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2})$  (cm). Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình  $x = A \cos(\pi t + \varphi)$  (cm). Thay đổi  $A_1$  cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì

- A.  $\varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .      B.  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .      C.  $\varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .      D.  $\varphi = 0 \text{ rad}$ .

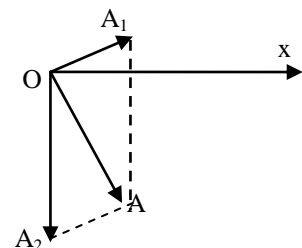
**HD:** + Biểu diễn giản đồ Fresnel

$$\frac{A}{\sin(\widehat{OA_2A})} = \frac{A_1}{\sin(\widehat{OA_1A})} \Rightarrow A = \frac{\sin(\widehat{OA_2A})}{\sin(\widehat{OA_1A})} A_1 = \frac{\sin 60^\circ}{\sin(\widehat{OA_1A})} A_1$$

A cực tiểu khi  $\sin(\widehat{OA_1A}) = 1 \Rightarrow \widehat{OA_1A} = \pi/2 = \widehat{OA_1A_1}$

$\Rightarrow$  góc  $(AOx) = \pi/3$ .

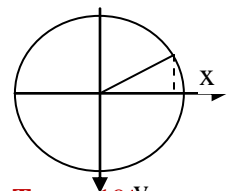
Pha âm  $\Rightarrow$  Đáp án C



**Câu 78 (Đề ĐH – 2012):** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng m. Con lắc dao động điều hòa theo phương ngang với chu kỳ T. Biết ở thời điểm t vật có li độ 5 cm, ở thời điểm  $t + \frac{T}{4}$  vật có tốc độ 50 cm/s. Giá trị của m bằng

- A. 0,5 kg      B. 1,2 kg      C. 0,8 kg      D. 1,0 kg

**Giải 1:** Hai vị trí cách nhau  $T/4 \Rightarrow$  Hai vị trí lệch pha nhau góc  $\pi/2$



Theo đường tròn lượng giác:  $\frac{x}{A} = \frac{v}{\omega A} \Rightarrow \omega = \frac{v}{x} = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = 1,0 \text{ kg}$

**Giải 2:**

+ Gọi phương trình li độ là:  $x = A \cos \omega t \rightarrow$  phương trình vận tốc:  $v = \omega A \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

+ Bài ra cho biết:  $\begin{cases} \text{tại } t: A \cos \omega t = 5 \\ \text{tại } t + \frac{T}{4}: \omega A \cos \left[ \omega \left( t + \frac{T}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] = \pm 50 \end{cases}$

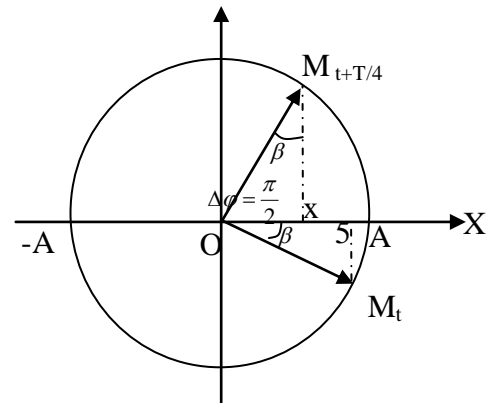
$\rightarrow \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = \pm 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t + \pi) = \pm 50 \end{cases}$  vì A,  $\omega$  dương ta suy ra hệ thức sau đây:

$\begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ -\omega A \cos(\omega t) = -50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \cos \omega t = 5 \\ \omega A \cos(\omega t) = 50 \end{cases} \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

+ ta có:  $k = m\omega^2 \rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{100}{10^2} = 1 \text{ kg} \rightarrow \text{chọn D}$

**Giải 3:** thời điểm  $t \rightarrow t + \frac{T}{4}$  góc quay thêm là  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

Ở thời điểm  $t + \frac{T}{4} \rightarrow x = A \sin \beta = A \cdot \frac{\sqrt{A^2 - 5^2}}{A} = \sqrt{A^2 - 5^2}$



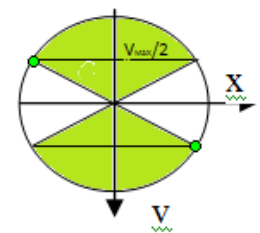
luôn có  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - 5^2 + \frac{50^2}{\omega^2} \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s} \Rightarrow m = k/\omega^2 = 1 \text{ kg}$

**Câu 79 (Đề ĐH – 2012):** Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi  $v_{TB}$  là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là **tốc độ tức thời** của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$  là

A.  $\frac{T}{6}$       B.  $\frac{2T}{3}$       C.  $\frac{T}{3}$       D.  $\frac{T}{2}$

**Giải 1:**  $v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi} = \frac{2v_{MAX}}{\pi} \Rightarrow \frac{\pi}{4} v_{TB} = \frac{v_{MAX}}{2}$

**Tốc độ tức thời**  $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \Rightarrow$  Thời gian quét  $\frac{2T}{3} \Rightarrow$  đáp án B



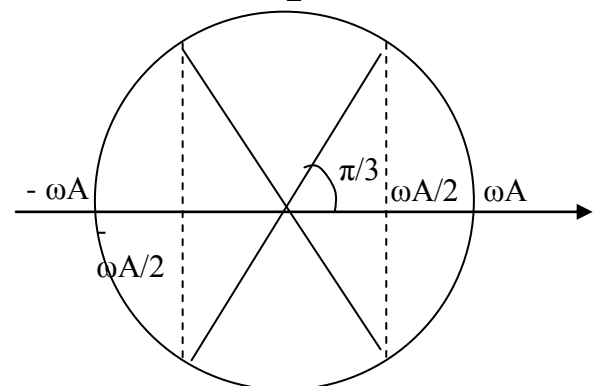
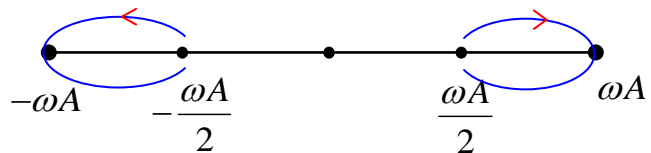
**Giải 2: Phân tích:**

$v_{tb} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi} \Rightarrow v = \frac{\pi}{4} v_{TB} = \frac{\omega A}{2}$

Do trường tốc độ là vận tốc nên:  $\Delta t = 2 \cdot \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$ .

Tuy nhiên do tốc độ là độ lớn của vận tốc nên khoảng thời gian từ  $-\frac{\omega A}{2} \rightarrow -\omega A$  cũng được tính. Vì vậy:  $\Delta t = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$ .

**Giải 3:**  $v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2}{\pi} \omega A = \frac{2}{\pi} v_{max} \rightarrow v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB} \rightarrow v \geq \frac{1}{2} v_{max}$



$$\rightarrow \Delta t = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{3}}{\omega} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3} \rightarrow \text{chọn B}$$

**Câu 80(Đề ĐH – 2012):** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1 J và lực đàn hồi cực đại là 10 N. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn  $5\sqrt{3}$  N là 0,1 s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

A. 40 cm.

B. 60 cm.

C. 80 cm.

D. 115 cm.

HD:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}kA^2 = 1 \\ kA = 10 \end{cases} \Rightarrow A = 20 \text{ cm.}$$

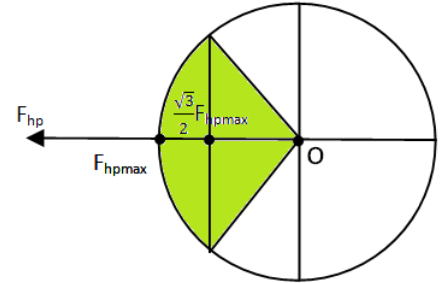
Thời gian ngắn nhất liên tiếp để  $F_{hp} = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{hpmax}$  là  $T/6 = 0,1$

$T = 0,6$

+ Thời gian  $t = 0,4 = T/2 + T/6$

+ Quãng đường lớn nhất đi được:  $S = 2A + A = 60 \text{ cm}$

(Quãng đường lớn nhất vật đi được trong khoảng thời gian  $T/6$  là  $s = A$ . Dùng đường tròn lượng giác ta có thể chứng minh được điều này)



**Câu 81(Đề ĐH – 2012):** Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

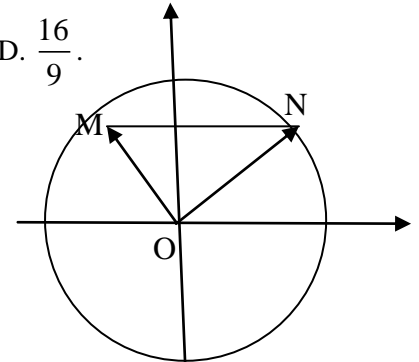
C.  $\frac{9}{16}$ .

D.  $\frac{16}{9}$ .

HD: Theo giản đồ frenen, khoảng cách M, N lớn nhất trên Ox khi MN song song với Ox.  $OM^2 + ON^2 = MN^2 \Rightarrow$  tam giác OMN vuông tại O

+ M ở vị trí động năng bằng thế năng  $\Rightarrow$  N ở vị trí động năng bằng thế năng

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{W_M}{W_N} = \left( \frac{A_M}{A_N} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \text{Đáp án C}$$



**Câu 82(Đề ĐH – 2012):** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài 1 m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $2 \cdot 10^{-5}$  C. Treo con lắc đơn này trong điện trường đều với vector cường độ điện trường hướng theo phương ngang và có độ lớn  $5 \cdot 10^4$  V/m. Trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và song song với vector cường độ điện trường, kéo vật nhỏ theo chiều của vector cường độ điện trường sao cho dây treo hợp với vector gia tốc trọng trường  $\vec{g}$  một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, tốc độ cực đại của vật nhỏ là

A. 0,59 m/s.

B. 3,41 m/s.

C. 2,87 m/s.

D. 0,50 m/s.

**Giải 1:** +  $P = mg = 1 \text{ N}$ ;  $F_d = qE = 1 \text{ N}$

+ Vật ở vị trí cân bằng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc bằng  $\alpha_1 = 45^\circ$

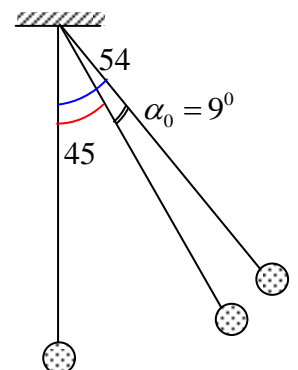
+ Theo định luật bảo toàn năng lượng (với  $\alpha_0 = 54^\circ$ )

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) + qEl(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_0) \Rightarrow v = 0,59 \text{ m/s}$$

**Giải 2:** VTCB mới của con lắc trong điện trường hợp với phương thẳng đứng góc:

$$\tan \alpha = \frac{qE}{mg} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ. \text{ Biên độ góc của con lắc: } \alpha_0 = 54^\circ - 45^\circ = 9^\circ$$

$$\text{Coi chừng bẫy: } v_{\max} = \omega S_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \alpha_0 l = \alpha_0 \sqrt{gl} = 0,5 \text{ m/s (đáp án D??? sai)}$$





mà nhớ g đã thay đổi thành  $g'$  :  $g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Rightarrow v_{\max} = \alpha_0 \sqrt{g'l} = 0,59 \text{ m/s}$ . **đáp án A**

**Giải 3:**  $P = mg = 1\text{N}$ ;  $F_d = qE = 1\text{N}$

+ Vật ở vị trí cân bằng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc bằng  $\alpha_1 = 45^\circ$

+ Theo định luật bảo toàn năng lượng (với  $\alpha_0 = 54^\circ$ )

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) + qEl(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_0) \Rightarrow v = 0,59 \text{ m/s}$$

**Câu 83(Đề ĐH – 2012):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , một con lắc đơn có chiều dài  $1 \text{ m}$ , dao động với biên độ góc  $60^\circ$ . Trong quá trình dao động, cơ năng của con lắc được bảo toàn. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $30^\circ$ , gia tốc của vật nặng của con lắc có độ lớn là

- A.  $1232 \text{ cm/s}^2$       B.  $500 \text{ cm/s}^2$       C.  $732 \text{ cm/s}^2$       **D.  $887 \text{ cm/s}^2$**

**Giải :**

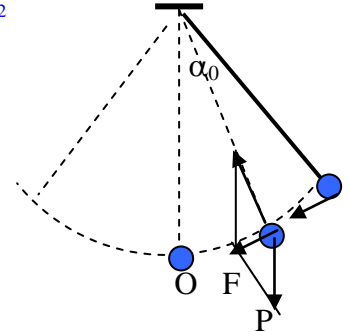
Ta có lực căng dây:  $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Gia tốc pháp tuyến:  $a_{pt} = \frac{T - P\cos\alpha}{m} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = 732,05 \text{ cm/s}^2$

Gia tốc tiếp tuyến:  $a_t = g\sin\alpha = 0,5g = 5 \text{ m/s}^2 = 500 \text{ cm/s}^2$

Ta có gia tốc:  $a = \sqrt{a_{pt}^2 + a_t^2} = \sqrt{732,05^2 + 500^2} = 886,5084334 \approx 887 \text{ cm/s}^2$

**Chọn đáp án D**



**Câu 84.** Con lắc đơn được treo vào trong thang máy, khi thang máy đứng yên thì chu kỳ dao động nhỏ của con lắc đơn là  $2\text{s}$ . Khi thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc bằng  $1/4$  gia tốc rơi tự do thì chu kỳ dao động của con lắc là

- A.  $2,236\text{s}$ .      B.  $1,79\text{s}$ .      C.  $2,3\text{s}$ .      D.  $1,73\text{s}$ .

**Giải :** Khi thang đi lên gia tốc biểu kiến  $g' = g + g/4$  Từ đó tính  $T' = 1,79\text{s}$

**Câu 85.** Một chất điểm M chuyển động với tốc độ  $0,75 \text{ m/s}$  trên đường tròn có đường kính bằng  $0,5\text{m}$ . Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hoà. Tại  $t = 0\text{s}$ , M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm.

Khi  $t = 8\text{s}$  hình chiếu M' qua li độ:

- A.  $-10,17 \text{ cm}$  theo chiều dương      B.  $-10,17 \text{ cm}$  theo chiều âm  
C.  **$22,64 \text{ cm}$  theo chiều dương**      D.  $22,64 \text{ cm}$  theo chiều âm

**Giải:** Bán kính là biên độ:  $A = d/2 = 0,5/2 = 0,25\text{m} = 25\text{cm}$

Theo đề cho : tốc độ  $0,75\text{m/s} = 75\text{cm/s} = \omega.A \Rightarrow$  Tốc độ góc  $\omega = 75/A = 75/25 = 3\text{rad/s}$

Tại  $t = 0\text{s}$ , M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm  $\Rightarrow$  Pha ban đầu  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Ta có pt dao động điều hoà :  $x = 25\cos(3t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$

Khi  $t = 8\text{s}$  thì (bấm máy tính):  $x = 25\cos(3.8 + \pi/2) = 22,63945905 \approx 22,64\text{cm}$ . **Chọn C**

**Câu 86(CĐ 2009):** Một chất điểm dao động điều hoà có phương trình vận tốc là  $v = 4\pi\cos 2\pi t \text{ (cm/s)}$ . Gốc tọa độ ở vị trí cân bằng. Mốc thời gian được chọn vào lúc chất điểm có li độ và vận tốc là:

- A.  $x = 2 \text{ cm}$ ,  $v = 0$ .      B.  **$x = 0$ ,  $v = 4\pi \text{ cm/s}$**       C.  $x = -2 \text{ cm}$ ,  $v = 0$       D.  $x = 0$ ,  $v = -4\pi \text{ cm/s}$ .

**Giải:** Từ đề cho  $\Rightarrow x = 2\sin 2\pi t \text{ (cm)}$  Khi  $t = 0$  thì  $x = 0$  và  $v = 4\pi(\cos 2\pi.0) = 4\pi \text{ (cm/s)}$ . **Chọn B**

**Câu 87:** Một con lắc gồm lò xo có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ . Và vật nặng khối lượng  $m = 5/9 \text{ kg}$ , đang dao động điều hoà với biên độ  $A = 2\text{cm}$  trên mặt phẳng ngang nhẵn. Tại thời điểm vật m qua VT mà động năng bằng thế năng thì một vật nhỏ khối lượng  $M = m/2$  rơi thẳng đứng và dính vào m. Khi đi qua VTCB thì hệ  $(M + m)$  có vận tốc là :

- A.  $12,5 \text{ cm/s}$       B.  $21,9 \text{ cm/s}$       C.  $25 \text{ cm/s}$       **D.  $20 \text{ cm/s}$**

**Giải 1:** Cơ năng của vật  $W_0 = kA^2/2 = 0,02 \text{ J}$

Khi thế năng bằng động năng :  $W_t = W_d = W_0/2 = W_0/4 = 0,01 \text{ J}$ ; Động năng  $W_d = mv^2/2 = W_0/4$

Vận tốc của vật lúc này  $v^2 = 2W_0/m = W_0/2m \Rightarrow v = 0,198 \text{ m/s}$

Vì M va chạm mềm với m theo phương thẳng đứng, theo định luật bảo toàn động lượng nên theo phương ngang vận tốc được bảo toàn ( vì  $F_{Ms} = 0$ , hình chiếu của trọng lực bằng không theo phương ngang )

Vận tốc hệ ngay sau va chạm  $V = mv / (M + m) = 0,127 \text{ m/s}$

Động năng mới của hệ ngay sau va chạm là :  $W_{dm} = (M + m) V^2 / 2 = 1/150 \text{ J}$

Cơ năng mới của hệ là :  $kA_m^2 / 2 = W_t + W_{dm} = 1/60 \text{ J} \Rightarrow A_m = 0,0183 \text{ m}$

Tần số góc của hệ :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 19,95 \text{ rad/s}$

Tốc độ góc của hệ khi đi qua vị trí cân bằng:  $V_{\text{MAX}} = \omega A_m = 0,197 \text{ m/s} \approx 20 \text{ cm/s}$

**Giải 2:**  $n = W_d / W_t \Rightarrow W_0 = W_t + W_d = W_t(1+n)$

Áp dụng công thức:  $v'_{\text{max}} = \frac{A}{m+M_0} \sqrt{\frac{k(m+mn+M_0)}{n+1}} = \frac{2}{\frac{5}{9} + \frac{5}{18}} \sqrt{\frac{100 \left( 2 \cdot \frac{5}{9} + \frac{5}{18} \right)}{1+1}} = 20 \left( \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right)$

**Câu 88.** Con lắc lò xo có  $k = 160 \text{ N/m}$ ,  $M = 400 \text{ g}$  đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn. một vật khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_0 = 1 \text{ m/s}$  đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với M. Chu kì và biên độ của vật M sau va chạm:

A  $T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$  và  $A = 4 \text{ cm}$     B  $T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$  và  $A = 2 \text{ cm}$     C  $T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$  và  $A = 4 \text{ cm}$     D  $T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$  và  $A = 5 \text{ cm}$

**Giải:**

\* Vì va chạm đàn hồi nên sau va chạm m, M ko gắn với nhau  $\rightarrow$  Chu kỳ của con lắc ko đổi vẫn là  $T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$

\* Gọi v, V là vận tốc của m và M sau va chạm ta có

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = -0,6 \text{ m/s} \\ V = 0,4 \text{ m/s} \end{cases} \quad (\text{em tự thay số và giải}) \quad (v < 0 \rightarrow \text{Sau va chạm m bị bật ngược lại})$$

\* Vận tốc  $V = 0,4 \text{ m/s}$  là vận tốc mà M thu được tại VTCB của nó  $\rightarrow$  Đó là  $V_{\text{max}} = \omega A \rightarrow$

$A = \frac{V_{\text{max}}}{\omega} = \frac{0,4}{\sqrt{\frac{160}{0,4}}} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm} \rightarrow \text{Đáp án B}$

### ĐỀ THI ĐH 2013:

**Câu 89( ĐH 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox với biên độ 5 cm, chu kì 2 s. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật đi qua cân bằng O theo chiều dương. Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 5 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$     B.  $x = 5 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$   
C.  $x = 5 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$     D.  $x = 5 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

**Giải 1:**  $A = 5 \text{ cm}$ ;  $\omega = 2\pi/T = 2\pi/2 = \pi \text{ rad/s}$ .

Khi  $t = 0$  vật đi qua cân bằng O theo chiều dương:  $x=0$  và  $v>0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = -\pi/2$ . **Chọn A.**

**Giải 2:** Dùng máy tính Fx570ES: Mode 2 ; Shift mode 4: **Nhập:**  $-5i = \text{shift } 2 \ 3 =$  kết quả  $5 \angle -\pi/2$ .

**Giải 3:** Phương trình dao động điều hòa của vật có dạng:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

Ta có  $A = 5 \text{ cm}$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad/s)}$ . Khi  $t = 0$ :  $x_0 = 5 \cos\varphi = 0$  và  $v_0 = -\omega A \sin\varphi > 0$

$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$  Do đó: Phương trình dao động của vật là:  $x = 5 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$ . **Đáp án A**

**Câu 90( ĐH 2013):** : Một vật nhỏ dao động điều hòa theo một quỹ đạo thẳng dài 12 cm. Dao động này có biên độ là

A. 3 cm.    B. 24 cm.    C. 6 cm.    D. 12 cm.

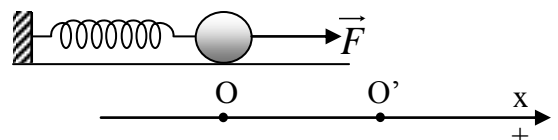
**Giải:** **Biên độ dao động**  $A = \frac{L}{2} = 6 \text{ cm}$

**Câu 91( ĐH 2013):** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, tại  $t = 0$ , tác dụng lực  $F = 2 \text{ N}$  lên vật nhỏ

(hình vẽ) cho con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{3} \text{ s}$  thì ngừng tác dụng lực F. Dao động điều hòa của con

lắc sau khi không còn lực F tác dụng có giá trị biên độ gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 9 cm.    B. 11 cm.  
C. 5 cm.    D. 7 cm.



**Giải 1:** Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0,1}} = 20 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{10} \text{ (s)}$

**Ban đầu:** vật m nằm tại vị trí cân bằng O (lò xo không biến dạng)

**Chia làm 2 quá trình:**

**1. Khi chịu tác dụng của lực F:** Vật sẽ dao động điều hoà xung quanh VTCB mới O' cách VTCB cũ một đoạn:

$OO' = \frac{F}{k} = \frac{2}{40} = 5 \text{ cm}$ , Tại vị trí này vật có vận tốc cực đại. Ta tìm biên độ:

Dùng ĐL BT NL:  $F \cdot OO' = \frac{1}{2} k OO'^2 + \frac{1}{2} m v_{\max}^2$ . Thế số:  $2 \cdot 0,05 = \frac{1}{2} 40 \cdot (0,05)^2 + \frac{1}{2} 0,1 v_{\max}^2$

$\Leftrightarrow 0,1 = 0,05 + 0,05 \cdot v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = 1 \text{ m/s} = 100 \text{ cm/s}$ .

Mà  $v_{\max} = \omega \cdot A \Rightarrow$  biên độ  $A = v_{\max} / \omega = 100 / 20 = 5 \text{ cm}$ .

- Đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{3} \text{ s} = \frac{10T}{3} = 3T + \frac{T}{3} \Rightarrow x = \frac{A}{2} = 2,5 \text{ cm}$

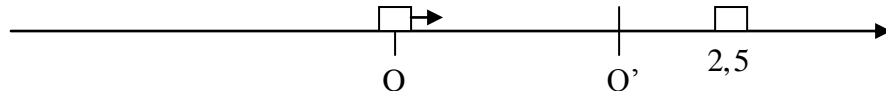
Và nó vận tốc:  $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega \sqrt{A^2 - (\frac{A}{2})^2} = \omega A \frac{\sqrt{3}}{2} = \omega \sqrt{18,75} = 50\sqrt{3} \text{ cm/s}$

**2. Sau khi ngừng tác dụng lực F:** Vật lại dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng O với biên độ dao động là

$A': A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}}$  với  $x_1 = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ cm}$ ;  $v_1 = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega \sqrt{18,75} = 50\sqrt{3} \text{ cm/s}$

$\Rightarrow A' = \sqrt{7,5^2 + 18,75} = 5\sqrt{3} = 8,66 \text{ cm} \Rightarrow$  **Gần giá trị 9cm nhất. Chọn A**

**Giải 2:**



+ Lúc đầu vật đang ở VTCB thì có F tác dụng vì vậy VTCB sẽ mới là O' cách VTCB cũ là:  $\frac{F}{K} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$  mà

lúc đó  $v = 0$  nên  $A = OO' = 5 \text{ cm}$ . Chu kỳ dao động  $T = \pi / 10 \text{ s}$

+ Sau khi vật đi được  $\frac{\pi}{3} = \frac{3T}{10} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$  vật có tọa độ  $x = \frac{A}{2} = 2,5 \text{ cm}$  và

$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \omega \sqrt{A^2 - (\frac{A}{2})^2} = \omega A \frac{\sqrt{3}}{2} = \omega \sqrt{18,75} = 50\sqrt{3} \text{ cm/s}$

+ Thời tác dụng lực F thì VTCB lại ở O vì vậy nên tọa độ so với gốc O là  $x = \frac{A}{2} + A$

biên độ mới là  $A': A' = \sqrt{((A/2 + A)^2 + \frac{(\omega A \sqrt{3}/2)^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{(3A)^2}{4} + \frac{3A^2}{4}} = A\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$  **Chọn A**

**Giải 3:**

+  $\omega = 20$ ;  $T = \pi / 10 \text{ s}$

+ VTCB mới của con lắc ở O' :

$OO' = x_0 = F/k = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

+ Ở O' vật có vận tốc V :

$\frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} k x_0^2 = F \cdot x_0 \Rightarrow V = 1 \text{ m/s}$

$V = \omega A' \Rightarrow A' = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

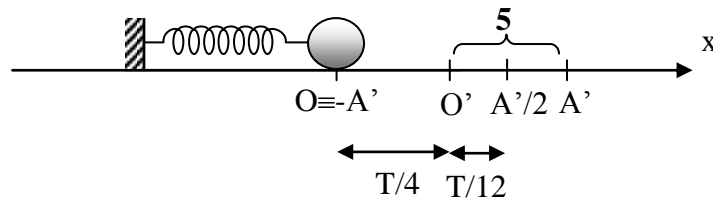
+  $t = \frac{\pi}{3} \text{ s} = 3T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$

Sau thời gian t vật đang ở VT :  $x' = A'/2$  so với gốc O có tọa độ  $x = 7,5 \text{ cm}$  và vận tốc khi đó :

$v^2 = \omega^2 (A'^2 - x'^2) \Rightarrow v^2 = 7500$

+ Khi bỏ F, VTCB của con lắc là O, biên độ A là :  $A^2 = x^2 + v^2 / \omega^2 = 7,5^2 + 7500 / 400$

$\Rightarrow A = 8,7 \text{ cm} \Rightarrow$  **Chọn A**



**Giải 4:** Chọn chiều dương cùng chiều với F gốc O chọn tại VTCB

Tại VTCB :  $F = F_{dh}$  suy ra  $\Delta l_0 = \frac{F}{K} = 5cm$  tại nơi lò xo không biến dạng :

$V=0$  và  $x = -\Delta l_0 = -5cm$  suy ra  $A = 5cm$

Sau  $t=10/3T=3T + 1/3T$  thời tác dụng  $F$  vị trí cân bằng mới bây giờ là vị trí lò xo không biến dạng .Ngay trước thời điểm thời tác dụng lực:  $x=A/2$  .

Thời điểm thời tác dụng  $F$  :  $x_1 = A + A/2$  (vẽ vòng tròn  $1/3T$  sẽ thấy )

Ta có hệ phương trình trước và sau khi tác dụng  $F$ :  $\frac{1}{2}k\left[\frac{A}{2}\right]^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$$\frac{1}{2}k(A + A/2)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow A_1 = A\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \approx 9cm. \text{ Chọn A}$$

**Giải 5:**

+Khảo sát chuyển động con lắc dưới tác dụng của ngoại lực  $F$ :

$$F - kx = mx'' \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}\left(x - \frac{F}{k}\right) = 0 \xRightarrow{Dat} \Rightarrow \begin{cases} X'' + \frac{k}{m}X = 0 \\ T = \frac{\pi}{10} \Rightarrow t = 3T + T/3 \Rightarrow \begin{cases} x = A/2 \\ v = v_{max}\sqrt{3}/2 \end{cases} \Rightarrow X = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = x_0 + A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

+Khi

$$Khi t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -x_0 \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 5cm$$

dừng tác dụng lực thì vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O (lò xo không biến dạng)  $\Rightarrow$  Biên độ dao

$$động vật lúc sau  $A' = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{7,5^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = 5\sqrt{3}cm \Rightarrow \text{Chọn A.}$$$

**Câu 92( ĐH 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos 4\pi t$  (t tính bằng s). Tính từ  $t=0$ , khoảng thời gian ngắn nhất để gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại là

A. 0,083s.

B. 0,125s.

C. 0,104s.

D. 0,167s.

**Giải 1:** Gia tốc  $a = -\omega^2 x$  ;  $a = \frac{a_{max}}{2} = \frac{\omega^2 A}{2}$  khi  $x = A \cos 4\pi t = \frac{A}{2}$  . Chu kỳ dao động  $T = 0,5s$

$$\text{Khi } t=0 \quad x_0 = A. \text{ Thời gia vậ đi từ biên độ } A \text{ đến li độ } x = \frac{A}{2} \text{ là } t = \frac{T}{6} = \frac{0,5}{6} = 0,08333s$$

**Chọn đáp án A**

**Giải 2:**  $t=T/6=0,5/6=1/12=0,083333$ . **Chọn A**

**Giải 3:**  $t=0; x_0=A; |a| = \frac{a_{max}}{2} \Rightarrow |x| = \frac{A}{2} \Rightarrow t_{min} \xrightarrow{A \rightarrow A/2} T/6 = \frac{1}{12} = 0,083s$

**Câu 93( ĐH 2013):** Gọi M, N, I là các điểm trên một lò xo nhẹ, được treo thẳng đứng ở điểm O cố định. Khi lò xo có chiều dài tự nhiên thì  $OM = MN = NI = 10cm$ . Gắn vật nhỏ vào đầu dưới I của lò xo và kích thích để vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trong quá trình dao động, tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên O bằng 3; lò xo giãn đều; khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm M và N là 12 cm. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Vật dao động với tần số là

A. 2,9 Hz.

B. 3,5 Hz.

C. 1,7 Hz.

D. 2,5 Hz.

**Giải 1:**

+  $MN_{max} = 12cm$  nên chiều dài lớn nhất của lò xo là:

$$L_{max} = 36 cm = l_0 + A + \Delta l_0 \rightarrow A + \Delta l_0 = 6cm \quad (1)$$

+ Theo bài  $F_{max} = 3F_{min}$  nên dễ dàng có  $\Delta l_0 = 2A \quad (2)$

Từ (1),( 2) dễ dàng tính được  $f = 2,5Hz$ . **Chọn D**

**Giải 2:**

HD: Kí hiệu độ giãn lò xo ở VTCB là  $\Delta l_0$  . Biên độ dao động vật là A, khi đó có:

$$\begin{cases} F_{max} = k(A + \Delta l_0) \\ F_{min} = k(\Delta l_0 - A) \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{max}}{F_{min}} = 3 \Rightarrow 2A = \Delta l_0$$

MN cách nhau xa nhất khi lò xo giãn nhiều nhất  $\Rightarrow$

$$OI = l_0 + A + \Delta l_0 = 3.MN = 36cm \Rightarrow A = 6cm \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi^2}{4 \cdot 10^{-2}}} = 2,5Hz. \text{ Chọn D}$$

**Giải 3:** 
$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{\max}}{F_{\min}} &= \frac{k(\Delta l_0 + A)}{k(\Delta l_0 - A)} = 3 \\ \text{Lò xo dẫn cực đại} &= \Delta l_0 + A = 2.3 = 6(\text{cm}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta l_0 = 4(\text{cm}) = \frac{g}{\omega^2} \rightarrow \omega = 5\sqrt{10} = 5\pi \rightarrow f = 2,5(\text{Hz})$$

**Giải 4:** Vì tỉ số độ lớn lực kéo lớn nhất và độ lớn lực kéo nhỏ nhất tác dụng lên O bằng 3  $\Rightarrow A < \Delta l_0$

$$\Rightarrow \frac{A + \Delta l_0}{\Delta l_0 - A} = 3 \Rightarrow A = \frac{\Delta l_0}{2}; \text{ vì lò xo giãn đều} \Rightarrow \Delta l_0 = 3(MN)_{\max} - 3MN - A \Rightarrow \Delta l_0 = 3.12 - 3.10 - \frac{\Delta l_0}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta l_0 = 4cm \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 2,5Hz$$

**Giải 5:** Theo bài ra ta thấy trong quá trình dao động lò xo luôn bị giãn

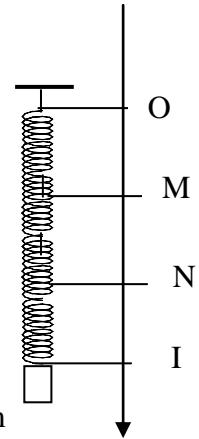
---> Biên độ dao động  $A < \Delta l_0$

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0 - A} = 3 \rightarrow \Delta l_0 = 2A$$

$$MN_{\max} = \frac{F_{\max}}{3} = \frac{l_0 + 3A}{3} = \frac{30 + 3A}{3} = 12 \rightarrow A = 2cm$$

$$\Delta l_0 = 4cm$$

**Vật dao động với tần số**  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{0,04}} = 2,5Hz. \text{ Đáp án D}$



**Câu 94:** Hai vật dao động điều hòa dọc theo hai trục tọa độ song song cùng chiều. Phương trình dao động của hai vật tương ứng là  $x_1 = A \cos(3\pi t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A \cos(4\pi t + \varphi_2)$ . Tại thời điểm ban đầu, hai vật đều có li độ bằng  $A/2$  nhưng vật thứ nhất đi theo chiều dương trục tọa độ, vật thứ hai đi theo chiều âm trục tọa độ. Khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái của hai vật lặp lại như ban đầu là

A. 4s

B. 3s

C. 2s

D. 1s

**Giải:** Đây là dạng bài tập con lắc trùng phùng. Lập tỉ số  $T_1/T_2 = \omega_2/\omega_1 = 4/3$

Thời gian ngắn nhất để lặp lại trạng thái dao động như cũ, với n số chu kỳ (nguyên)

$$t_{\min} = n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow T_1/T_2 = n_2/n_1 = 4/3 = \text{phân số tối giản} \Rightarrow n_1 = 3$$

$$\Rightarrow t_{\min} = n_1 T_1 = n_1. 2\pi/\omega = 3. 2\pi/3\pi = 2s. \text{ Chọn C}$$

**Câu 95 (ĐH 2013):** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ lần lượt là  $A_1 = 8cm$ ,  $A_2 = 15cm$  và lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng

A. 7 cm.

B. 11 cm.

C. 17 cm.

D. 23 cm..

**Giải:**  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 17 \text{ cm. Đáp án C}$

**Câu 96 (ĐH 2013):** Một vật nhỏ khối lượng 100g dao động điều hòa với chu kỳ 0,2 s và cơ năng là 0,18 J (mốc thế năng tại vị trí cân bằng); lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại li độ  $3\sqrt{2}$  cm, tỉ số động năng và thế năng là

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

**Giải 1:**  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$ ,  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow A = 0,06m = 6cm$ ;  $\frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_t}{W_t} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} = 1. \text{ Chọn D}$

**Giải 2:**  $W = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \rightarrow A = 6cm \rightarrow x = 3\sqrt{2}(\text{cm}) = \frac{A}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{tại đó}} \frac{W_d}{W_t} = 1$

**Giải 3:** Cơ năng của vật dao động  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} + W_d \Rightarrow W_d = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - \frac{m\omega^2 x^2}{2}$

$$W_t = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \Rightarrow \text{Với } A^2 = \frac{2W}{m\omega^2} = \frac{2W.T}{m.4\pi^2} = \frac{2.0,18.0,2^2}{0,1.4.\pi^2} = 0,036 \text{ m}^2 \Rightarrow A = 0,06\text{m} = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{W_d}{W_t} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} = \frac{36 - 18}{18} = 1. \text{ Chọn D}$$

$$\text{Giải 4: } W = \frac{m\omega^2}{2} A^2 \Rightarrow A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{3}{50} \text{ m} = 6\text{cm} \Rightarrow x = 3\sqrt{2} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{W_t}{W_d} = 1$$

**Câu 97(ĐH 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa với biên độ 4cm và chu kì 2s. Quãng đường vật đi được trong 4s là:

A. 8 cm

B. 16 cm

C. 64 cm

D. 32 cm

**Giải:**  $S = 8A = 32 \text{ cm}$ . **Đáp án D**

**Câu 98(ĐH 2013):** Một con lắc đơn có chiều dài 121cm, dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Chu kì dao động của con lắc là:

A. 1s

B. 0,5s

C. 2,2s

D. 2s

$$\text{Giải: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\sqrt{\frac{1,21.\pi^2}{10}} = 2,2 \text{ s. Đáp án C}$$

**Câu 99(ĐH 2013):** Một con lắc lò xo có khối lượng vật nhỏ là  $m_1 = 300\text{g}$  dao động điều hòa với chu kì 1s. Nếu thay vật nhỏ có khối lượng  $m_1$  bằng vật nhỏ có khối lượng  $m_2$  thì con lắc dao động với chu kì 0,5s. Giá trị  $m_2$  bằng

A. 100 g

B. 150 g

C. 25 g

D. 75 g

**Giải 1:**  $T_2 = 0,5T_1 \Rightarrow$  khối lượng giảm 4 lần:  $m_2 = m_1/4 = 300/4 = 75\text{g}$  **Chọn D**

$$\text{Giải 2: } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}; \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{T_2}{T_1} = 0,5 \Rightarrow m_2 = 0,25m_1 = 75\text{g. Chọn D}$$

**Câu 100(CĐ 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa với biên độ 5 cm và vận tốc có độ lớn cực đại là  $10\pi \text{ cm/s}$ . Chu kì dao động của vật nhỏ là

A. 4 s.

B. 2 s.

C. 1 s.

D. 3 s.

$$\text{Giải 1: } v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi A}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi A}{v_{\max}} = \frac{2\pi.5}{10\pi} = 1\text{s}. \text{ Chọn C}$$

$$\text{Giải 2: } v_{\max} = \omega A \Rightarrow \omega = \frac{v_{\max}}{A} = 2\pi \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ s. Đáp án C.}$$

**Câu 101(CĐ 2013):** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $k$  và vật nhỏ có khối lượng 250 g, dao động điều hòa dọc theo trục Ox nằm ngang (vị trí cân bằng ở O). Ở li độ -2cm, vật nhỏ có gia tốc  $8 \text{ m/s}^2$ . Giá trị của  $k$  là

A. 120 N/m.

B. 20 N/m.

C. 100 N/m.

D. 200 N/m.

$$\text{Giải 1: } a = -\omega^2 x = -\frac{k.x}{m} \Rightarrow k = \frac{-ma}{x} = \frac{-0,25.8}{-0,02} = 100 \text{ N/m} \text{ Chọn C}$$

$$\text{Giải 2: } a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{-a}{x}} = 20 \text{ rad/s} \Rightarrow k = m\omega^2 = 100 \text{ N/m. Đáp án C.}$$

**Câu 102(CĐ 2013-NC):** Một con lắc lò xo có độ cứng 40 N/m dao động điều hòa với chu kỳ 0,1 s. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khối lượng vật nhỏ của con lắc là

A. 12,5 g

B. 5,0 g

C. 7,5 g

D. 10,0 g

$$\text{Giải: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T^2.k}{4\pi^2} = \frac{0,1^2.40}{4\pi^2} = 0,01\text{kg} = 10\text{g} \text{ Chọn D}$$

**Câu 103(CĐ 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa theo phương trình  $x = A\cos 10t$  ( $t$  tính bằng s). Tại  $t=2\text{s}$ , pha của dao động là

A. 10 rad.

B. 40 rad

C. 20 rad

D. 5 rad

**Giải:** Pha của dao động lúc  $t=2\text{s}$  là:  $10.2 = 20 \text{ rad}$ .

**Chọn C**

**Câu 104(CĐ 2013):** Một vật nhỏ có khối lượng 100g dao động điều hòa với chu kì  $0,5\pi \text{ s}$  và biên độ 3cm. Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, cơ năng của vật là

A. 0,36 mJ

B. 0,72 mJ

C. 0,18 mJ

D. 0,48 mJ



**Giải 1:**  $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 0,5m \frac{4\pi^2}{T^2} A^2 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot \frac{4\pi^2}{(0,5\pi)^2} \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 7,2 \cdot 10^{-4} J = 0,72 mJ$  . **Chọn B**

**Giải 2:**  $W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A^2 = 0,72 \cdot 10^{-3} J$  . Đáp án B.

**Câu 105(CĐ 2013-CB):** Một vật nhỏ khối lượng 100g, dao động điều hòa với biên độ 4 cm và tần số 5 Hz. Lấy  $\pi^2=10$ . Lực kéo về tác dụng lên vật nhỏ có độ lớn cực đại bằng  
A. 8 N. B. 6 N. C. 4 N. D. 2 N.

**Giải 1:**  $F_{\max} = kA = m(2\pi f)^2 \cdot A = 0,1 \cdot (10\pi)^2 \cdot 0,04 = 4N$ . **Chọn C**

**Giải 2:**  $\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ rad/s}$ ;  $k = m\omega^2 = 100 \text{ N/m}$ ;  $F_{\max} = kA = 4 \text{ N}$ . Đáp án C.

**Câu 106(CĐ 2013):** Một vật nhỏ dao động điều hòa dọc theo trục Ox (vị trí cân bằng ở O) với biên độ 4 cm và tần số 10 Hz. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật có li độ 4 cm. Phương trình dao động của vật là  
A.  $x = 4\cos(20\pi t + \pi) \text{ cm}$ . B.  $x = 4\cos 20\pi t \text{ cm}$ .  
C.  $x = 4\cos(20\pi t - 0,5\pi) \text{ cm}$ . D.  $x = 4\cos(20\pi t + 0,5\pi) \text{ cm}$ .

**Giải 1:** Tại thời điểm  $t = 0$ , vật có li độ  $x = 4 \text{ cm} = A$ ,  $v = 0 \Rightarrow \varphi = 0$  . **Chọn B**.

**Giải 2:**  $\omega = 2\pi f = 20\pi \text{ rad/s}$ ;  $\cos \varphi = \frac{x}{A} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ . Đáp án B.

**Câu 107(CĐ 2013):** Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ . Khi vật nhỏ ở vị trí cân bằng, lò xo dãn 4 cm. Kéo vật nhỏ thẳng đứng xuống dưới đến cách vị trí cân bằng  $4\sqrt{2} \text{ cm}$  rồi thả nhẹ (không vận tốc ban đầu) để con lắc dao động điều hòa. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Trong một chu kì, thời gian lò xo không dãn là  
A. 0,05 s. B. 0,13 s. C. 0,20 s. D. 0,10 s.

**Giải 1:-** Gọi  $\varphi_{\text{nen}}$  là góc nén trong 1 chu kì :  $\varphi_{\text{nen}} = 2\alpha$  trong đó :  $\cos \alpha = \frac{\Delta l}{A} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \alpha = \pi/4 \Rightarrow 2\alpha = \pi/2$  Thời gian nén:  $t_{\text{nen}} = \frac{\varphi_{\text{nen}}}{\omega} = \frac{\pi}{2,5\pi} = 0,1s$  . **Chọn D**

**Giải 2:**  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 0,4 \text{ s}$ . Lò xo không bị giãn khi  $\Delta l \leq \Delta l_0$ .

Trên đường tròn lượng giác ta thấy góc quay được trong thời gian này là

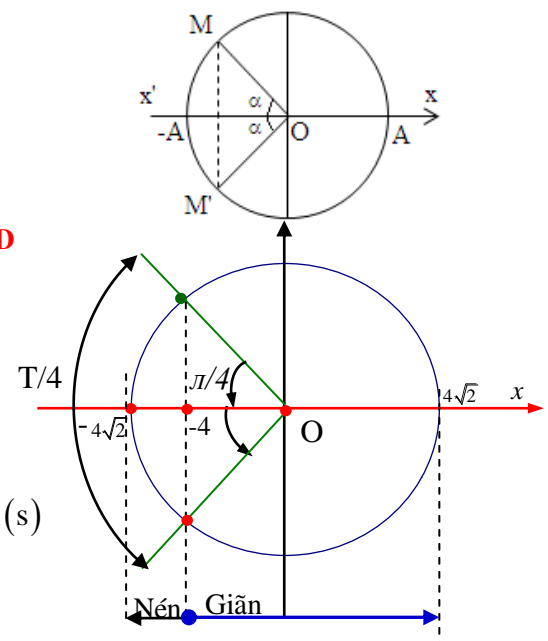
$\varphi = 2\alpha$ ; với  $\cos \alpha = \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4} = 0,1 \text{ s}$  . **Chọn D**

**Giải 3:**

Từ hình vẽ dễ thấy thời gian lò xo không giãn trong một chu kì là:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{0,04}{10}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{0,04}{\pi^2}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{0,2}{\pi} = \frac{0,2}{2} = 0,1(s)$$

**Đáp án D.**



Hình vẽ

**Câu 108(CĐ 2013-CB):** Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn có chiều dài  $\ell$  dao động điều hòa với chu kì 2,83 s. Nếu chiều dài của con lắc là  $0,5\ell$  thì con lắc dao động với chu kì là  
A. 1,42 s. B. 2,00 s. C. 3,14 s. D. 0,71 s.

**Giải 1:**  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} = \sqrt{\frac{0,5\ell}{\ell}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T' = \frac{\sqrt{2}}{2} T = \frac{\sqrt{2} \cdot 2,83}{2} = 2s$  **Chọn B**

**Giải 2:**  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$  ;  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow T' = T \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} = T \sqrt{0,5} = 2 \text{ s}$  . Đáp án B.

**Câu 109(CĐ 2013):** Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là  $\ell_1$  và  $\ell_2$ , được treo ở trần một căn phòng, dao động điều hòa với chu kỳ tương ứng là 2,0 s và 1,8 s. Tỷ số  $\frac{\ell_2}{\ell_1}$  bằng

- A. 0,81. B. 1,11. C. 1,23. D. 0,90.

**Giải 1:**  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{1,8^2}{2^2} = 0,81$ . **Chọn A**

**Giải 2:** 
$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell_1 = \frac{g \cdot T_1^2}{4\pi^2} \\ \ell_2 = \frac{g \cdot T_2^2}{4\pi^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{1,8^2}{2,0^2} = 0,81$$
 **Đáp án A.**

**Câu 110(CĐ 2013):** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có biên độ lần lượt là 4,5cm và 6,0 cm; lệch pha nhau  $\pi$ . Dao động tổng hợp của hai dao động này có biên độ bằng

- A. 1,5cm B. 7,5cm. C. 5,0cm. D. 10,5cm.

**Giải:** Do chúng ngược pha nên  $A = |A_1 - A_2| = 6,0 - 4,5 = 1,5\text{cm}$ . **Chọn A**

**Câu 111:** Con lắc lò xo có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ , khối lượng vật nặng  $m = 1\text{kg}$ . Vật nặng đang đứng ở vị trí cân bằng, ta tác dụng lên con lắc một ngoại lực biến đổi điều hòa theo thời gian với phương trình  $F = F_0 \cos 10\pi t$ . Sau một thời gian ta thấy vật dao động ổn định với biên độ  $A = 6\text{cm}$ , coi  $\pi^2 = 10$ . Ngoại lực cực đại  $F_0$  tác dụng vào vật có giá trị bằng:

- A:  $6\pi\text{N}$ . B. **60 N.** C. 6 N. D.  $60\pi\text{N}$ .

**GIẢI:**

\* tần số riêng của con lắc :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\pi = \text{tần số của ngoại lực} \Rightarrow \text{có cộng hưởng} \Rightarrow A_{\max} = 6\text{cm}$

\* gia tốc cực đại trong quá trình đđ :  $a_0 = \omega^2 A = 60\text{ m/s}^2$

\* vật dao động ổn định, vật đđ dưới tác dụng của lực cưỡng bức. Ngoại lực cực đại  $F_0 = ma_0 = \mathbf{60\text{ N}}$

**Câu 112 :** Một con lắc lò xo đặt thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng  $k = 100\text{ N/m}$ , vật nặng khối lượng  $m = 1\text{ kg}$ . Nâng vật lên tới vị trí sao cho lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ để con lắc dao động điều hòa. Bỏ qua mọi lực cản. Khi vật nặng tới vị trí thấp nhất thì nó tự động được gắn thêm vật nặng khối lượng  $m_0 = 500\text{ g}$  một cách nhẹ nhàng. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng, lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Năng lượng dao động của hệ thay đổi một lượng là

- A. 0,375 J B. 0,465 J  
C. 0,162 J D. 0,220 J

**GIẢI:**

\* Khi treo  $m$  :  $\Delta l = mg/k = 0,1\text{m}$

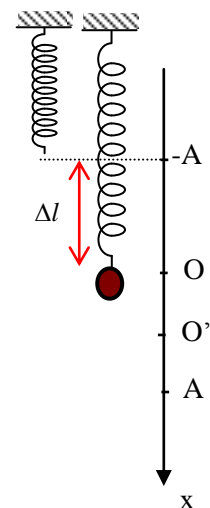
+ Nâng vật lên tới vị trí sao cho lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ :  $A = \Delta l = 0,1\text{m}$

\* Khi gắn thêm  $m_0$  thì VTCB của hệ dời xuống  $O' 1$  đoạn :  $\Delta l' = 0,05\text{m} = m_0 g/k = 0,05\text{m}$

+ Vì gắn thêm  $m_0$  khi  $m$  đang ở VT thấp nhất có  $v = 0$  nên VT biên của hệ không thay đổi và biên độ mới của hệ là  $A' = O'A = 0,05\text{m}$

+ Năng lượng dao động của hệ thay đổi một lượng là :

$\Delta W = kA^2/2 - kA'^2/2 = 50(0,1^2 - 0,05^2) = \mathbf{0,375J}$



**Câu 113:** Một vật có khối lượng  $m_1 = 1,25\text{ kg}$  mắc vào lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 200\text{ N/m}$ , đầu kia của lò xo gắn chặt vào tường. Vật và lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang có ma sát không đáng kể. Đặt vật thứ hai có khối lượng  $m_2 = 3,75\text{ kg}$  sát với vật thứ nhất rồi đẩy chậm cả hai vật sao cho lò xo nén lại 8 cm. Khi thả nhẹ chúng ra, lò xo đẩy hai vật chuyển động về một phía. Lấy  $\pi^2 = 10$ , khi lò xo giãn cực đại lần đầu tiên thì hai vật cách xa nhau một đoạn là:

A. 2,28(cm)

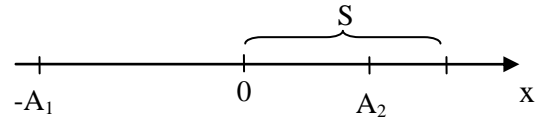
B. 4,56(cm)

C. 16 (cm)

D. 8,56(cm)

**GIẢI:**

\* Ban đầu hệ 2 vật dđ với  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 2\pi$



+ Hệ vật chuyển động từ VT li độ (-8cm) đến VTCB, vận tốc tại VTCB là  $v_0$  :

$$v_0 = \omega_1 A_1 = 16\pi \text{ cm/s} \quad (A_1 = 8 \text{ cm})$$

\* Từ VTCB 2 vật rời nhau : +  $m_1$  chuyển động chậm dần tới VT biên  $A_2$  (lò xo giãn cực đại)  
+  $m_2$  chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_0$  (vì không có ma sát)

\*  $m_1$  dđh với  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 4\pi$  ;  $T_2 = 0,5s$  ;  $A_2 = v_0/\omega_2 = 4\text{cm}$

+ Thời gian  $m_1$  từ VTCB tới biên là :  $T_2/4$  ;

+ trong thời gian đó  $m_2$  chuyển động được đoạn :  $S = v_0.T_2/4 = 2\pi \text{ cm}$

+ Khoảng cách giữa 2 vật là :  $S - A_2 = 2\pi - 4 = \mathbf{2,28\text{cm}}$

**Câu 114:** Con lắc đơn có khối lượng 100g, vật có điện tích q, dao động ở nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$  thì chu kỳ dao động là T. Khi có thêm điện trường  $\vec{E}$  hướng thẳng đứng thì con lắc chịu thêm tác dụng của lực điện  $\vec{F}$  không đổi, hướng từ trên xuống và chu kỳ dao động giảm đi 75%. Độ lớn của lực  $\vec{F}$  là:

A. 15 N

B. 20 N

C. 10 N

D. 5 N

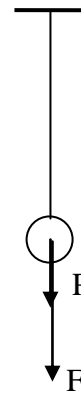
**GIẢI:**

\*  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

\* Khi có thêm lực F :  $P' = P + F \Rightarrow g' = g + F/m$  ;  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$

\* chu kỳ dao động giảm đi 75%  $\Rightarrow \frac{T - T'}{T} = 75\% \Rightarrow T'/T = 0,25$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g}{g'}} = 0,25 \Rightarrow \frac{g}{g + F/m} = \frac{1}{16} \Rightarrow F = \mathbf{15N}$$



**Câu 115:** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140,0mm và 480,0mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ  $x = 134,4\text{mm}$  khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm đó theo phương Ox là

A. 620,0mm.

B. 485,6mm.

C. 500,0mm.

D. 474,4mm.

**Giải:**

Ta có :  $\cos\varphi_1 = x_1/A = 134,4/140 \Rightarrow \varphi_1$

$$\cos\varphi_2 = x_1/A = 134,4/480 \Rightarrow \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$$

Vậy khoảng cách cực đại giữa hai dao động là  $\Delta x = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{140^2 + 480^2} = 500\text{mm}$  . **Chọn C**

### **ĐÁP ÁN: DAO ĐỘNG CƠ ĐỀ THI ĐH -CĐ CÁC NĂM TRƯỚC**

	1A	2A	3B	4C	5A	6D	7A	8B	9D
10A	11A	12D	13B	14A	15D	16B	17D	18A	19D
20C	21B	22D	23B	24D	25C	26B	27A	28A	29A
30D	31B	32B	33D	34A	35B	36A	37B	38A	39D
40D	41A	42C	43C	44D	45A	46B	47C	48B	49D
50D	51D	52C	53D	54A	55D	56A	57B	58A	59C
60B	61D	62D	63C	64D	65C	66C	67B	68A	69C
70D	71D	72A	73D	74B	75B	76D	77C	78D	79B
80B	81C	82A	83D	84B	85C	86B	87D	88B	89A
90C	91A	92A	93D	94C	95C	96D	97D	98C	99D
100C	101C	102D	103C	104B	105C	106B	107D	108B	109A
110A	111B	112A	113A	114A	115C	116	117	118	119

*Nguyên tắc thành công: Suy nghĩ tích cực; Cảm nhận đam mê; Hành động kiên trì !*

*Chúc các em học sinh **THÀNH CÔNG** trong học tập!*

*Sưu tầm và chỉnh lý: GV: Đoàn Văn Lượng*

✉ Email: [doanvluong@yahoo.com](mailto:doanvluong@yahoo.com) ; [doanvluong@gmail.com](mailto:doanvluong@gmail.com);

☎ ĐT: 0915718188 – 0906848238